

# SPILLWAYS. SHOCKWAVES AND AIR ENTRAINMENT

A 12

*Review and recommendations*

# ÉVACUATEURS. ONDES DE CHOC ET ENTRAINEMENT D'AIR

*Synthèse et recommandations*

**Bulletin 81**



1992



This Bulletin has been prepared by Subcommittee No. 4  
of the Committee on Hydraulics for Dams,  
with the assistance from W. H. Hager (Switzerland)  
Original text in English-French translation par Y. Le May

*Ce Bulletin a été préparé par le Sous-Comité n° 4  
du Comité de l'Hydraulique des Barrages,  
avec la collaboration de W. H. Hager (Suisse)*  
*Texte original en anglais - Traduction en français par Y. Le May*

# **SPILLWAYS. SHOCKWAVES AND AIR ENTRAINMENT**

---

*Review and recommendations*

# **ÉVACUATEURS. ONDES DE CHOC ET ENTRAINEMENT D'AIR**

---

*Synthèse et recommandations*

---

Commission Internationale des Grands Barrages - 151, bd Haussmann, 75008 Paris  
Tél. : (33-1) 40 42 67 33 - Télex : 641320 ICOLD F - Fax : (33-1) 40 42 60 71

---

**AVERTISSEMENT – EXONERATION DE RESPONSABILITE:**

Les informations, analyses et conclusions auxquelles cet ouvrage renvoie sont sous la seule responsabilité de leur(s) auteur(s) respectif(s) cité(s).

Les informations, analyses et conclusions contenues dans cet ouvrage n'ont pas force de Loi et ne doivent pas être considérées comme un substitut aux réglementations officielles imposées par la Loi. Elles sont uniquement destinées à un public de Professionnels Avertis, seuls aptes à en apprécier et à en déterminer la valeur et la portée et à en appliquer avec précision les recommandations à chaque cas particulier.

Malgré tout le soin apporté à la rédaction de cet ouvrage, compte tenu de l'évolution des techniques et de la science, nous ne pouvons en garantir l'exhaustivité.

Nous déclinons expressément toute responsabilité quant à l'interprétation et l'application éventuelles (y compris les dommages éventuels en résultant ou liés) du contenu de cet ouvrage.

En poursuivant la lecture de cet ouvrage, vous acceptez de façon expresse cette condition.

**NOTICE – DISCLAIMER :**

The information, analyses and conclusions referred to herein are the sole responsibility of the author(s) thereof.

The information, analyses and conclusions in this document have no legal force and must not be considered as substituting for legally-enforceable official regulations. They are intended for the use of experienced professionals who are alone equipped to judge their pertinence and applicability and to apply accurately the recommendations to any particular case.

This document has been drafted with the greatest care but, in view of the pace of change in science and technology, we cannot guarantee that it covers all aspects of the topics discussed.

We decline all responsibility whatsoever for how the information herein is interpreted and used and will accept no liability for any loss or damage arising therefrom.

Do not read on unless you accept this disclaimer without reservation.

COMMITTEE ON HYDRAULICS FOR DAMS  
COMITÉ DE L'HYDRAULIQUE DES BARRAGES  
(1987-1993)

|  |  |
|--|--|
| Chairman/Président<br>USA/États-Unis               | J. J. CASSIDY                                |
| Sub-Committee 1/Sous-Comité 1<br>Spain/Espagne     | J. A. HERRERAS<br>(coordinator/coordonateur) |
| Brazil/Brésil                                      | A. RICOY DE OLIVEIRA                         |
| Chine/China  | SHEN CHONGGANG                               |
| France/France                                      | S. ALAM                                      |
| Norway/Norvège                                     | D. K. LYSNE                                  |
| Portugal/Portugal                                  | F. OLIVEIRA LEMOS                            |
| USSR/URSS  | V. M. SEMENKOV                               |
| Sub-Committee 2/Sous-Comité 2<br>USA/États-Unis    | J. J. CASSIDY<br>(coordinator/coordonateur)  |
| Netherlands/Pays-Bas                               | P. KOLKMAN                                   |
| Japan/Japon  | M. HINO                                      |
| USA/États-Unis                                     | A. H. MAKARECHIAN                            |
| Sub-Committee 3/Sous-Comité 3<br>Finland/Finlande  | M. AUTTI (coordinator/coordonateur)          |
| Canada/Canada                                      | M. DROUIN                                    |
| Czechoslovakia/Tchécoslovaquie                     | V. MATOUSEK                                  |
| Denmark/Danemark                                   | H. MAI                                       |
| Sweden/Suède                                       | L. BILLFALK                                  |
| Sub-Committee 4/Sous-Comité 4<br>Germany/Allemagne | J. GIESECKE<br>(coordinator/coordonateur)    |
| Belgium/Belgique                                   | F. ZWAENEPOEL                                |
| Czechoslovakia/Tchécoslovaquie                     | K. HAINDL                                    |
| Switzerland/Suisse                                 | D. VISCHER                                   |
| Sub-Committee 5/Sous-Comité 5<br>Finland/Finlande  | P. REITER (coordinator/coordonateur)         |
| Australia/Australie                                | J. WINTON                                    |
| Great Britain/Grande-Bretagne                      | P. A. BACK                                   |
| Spain/Espagne                                      | L. BERGA                                     |
| South Africa/Afrique du Sud                        | A. ROOSEBOOM                                 |

---

## SOMMAIRE

---

AVANT-PROPOS

1. INTRODUCTION
2. ONDES DE CHOC  
SUR LES COURSIERS
3. ENTRAINEMENT D'AIR  
NATUREL
4. AÉRATEURS D'ÉVACUATEURS  
DE CRUE

---

## CONTENTS

---

FOREWORD

1. INTRODUCTION
2. SHOCK WAVES IN CHUTES
3. NATURAL AIR ENTRAINMENT
4. SPILLWAY AERATORS

---

## TABLE DES MATIÈRES

---

|   |     |
|---|-----|
| AVANT-PROPOS .....                              | 11  |
| 1. INTRODUCTION .....                           | 12  |
| Références .....                                | 22  |
| 2. ONDES DE CHOC SUR LES COURSIERS .....        | 24  |
| 2.1. Introduction .....                         | 24  |
| 2.2. Déviation brusque d'un mur .....           | 26  |
| 2.3. Réduction des ondes stationnaires .....    | 32  |
| 2.4. Déviation infiniment petite d'un mur ..... | 34  |
| 2.5. Rétrécissement d'un canal .....            | 36  |
| 2.6. Élargissement d'un canal .....             | 48  |
| 2.7. Courbes .....                              | 52  |
| 2.8. Réduction des ondes aval .....             | 56  |
| 2.9. Notations .....                            | 64  |
| 2.10. Références .....                          | 66  |
| 3. ENTRAINEMENT D'AIR NATUREL .....             | 70  |
| 3.1. Introduction .....                         | 70  |
| 3.2. Mécanisme de l'entraînement d'air .....    | 72  |
| 3.3. Formation de l'entraînement d'air .....    | 74  |
| 3.4. Écoulement aéré uniforme .....             | 76  |
| 3.5. Écoulement aéré graduellement varié .....  | 82  |
| 3.6. Aperçu historique .....                    | 86  |
| 3.7. Notations .....                            | 88  |
| 3.8. Références .....                           | 90  |
| 4. AÉRATEURS D'ÉVACUATEURS DE CRUE .....        | 94  |
| 4.1. Introduction .....                         | 94  |
| 4.2. Aération en radier .....                   | 96  |
| 4.3. Échappement de l'air .....                 | 106 |
| 4.4. Conception des aérateurs .....             | 108 |
| 4.5. Notations .....                            | 112 |
| 4.6. Références .....                           | 114 |

---

## TABLE OF CONTENTS

---

|   |     |
|---|-----|
| FOREWORD .....                            | 11  |
| 1. INTRODUCTION .....                     | 13  |
| References .....                          | 22  |
| 2. SHOCK WAVES IN CHUTES .....            | 25  |
| 2.1. Introduction .....                   | 25  |
| 2.2. Abrupt Wall Deflection .....         | 27  |
| 2.3. Reduction of Standing Waves .....    | 33  |
| 2.4. Infinitesimal Wall Deflection .....  | 35  |
| 2.5. Channel Contraction .....            | 37  |
| 2.6. Channel Expansion .....              | 49  |
| 2.7. Bends .....                          | 53  |
| 2.8. Reduction of Tailwater Waves .....   | 57  |
| 2.9. Notation .....                       | 65  |
| 2.10. References .....                    | 66  |
| 3. NATURAL AIR ENTRAINMENT .....          | 71  |
| 3.1. Introduction .....                   | 71  |
| 3.2. Mechanism of Air Entrainment .....   | 73  |
| 3.3. Incipient Air Entrainment .....      | 75  |
| 3.4. Uniform Aerated Flow .....           | 77  |
| 3.5. Gradually Varied, Aerated Flow ..... | 83  |
| 3.6. Historical Review .....              | 87  |
| 3.7. Notation .....                       | 89  |
| 3.8. References .....                     | 90  |
| 4. SPILLWAY AERATORS .....                | 95  |
| 4.1. Introduction .....                   | 95  |
| 4.2. Bottom Aeration .....                | 97  |
| 4.3. Air Detrainment .....                | 107 |
| 4.4. Design of Aerators .....             | 109 |
| 4.5. Notation .....                       | 113 |
| 4.6. References .....                     | 114 |



---

## LISTE DES FIGURES

---

- Fig. 1. — Conception des coursiers d'évacuateurs de crue.
- Fig. 2. — Ondes transversales sur les coursiers du barrage d'Itaipu (Brésil/Paraguay).
- Fig. 3. — Ondes transversales dues aux piles et aux chambres des vannes.
- Fig. 4. — Surface d'un écoulement aéré sur un coursier.
- Fig. 5. — Écoulement aéré sur un coursier à forte pente (barrage Norris).
- Fig. 6. — Aérateur d'un coursier en canal vitré.
- Fig. 7. — Vue de l'évacuateur de crue du barrage Grand Coulee.
- Fig. 8. — *a)* Déviation d'un mur. *b)* Onde transversale dans un canal en laboratoire.
- Fig. 9. — Déviation d'un mur et lignes de courant dans un canal.
- Fig. 10. — Principe de l'interférence d'ondes appliqué à un canal.
- Fig. 11. — Angle de déviation d'un mur en fonction du nombre de Froude local  $F$ .
- Fig. 12. — Rétrécissement de canal.
- Fig. 13. — Écoulement dans un rétrécissement de canal.
- Fig. 14. — Conception d'un rétrécissement en forme d'entonnoir.
- Fig. 15. — Rétrécissement en forme d'éventail à l'aval d'un évacuateur de crue.
- Fig. 16. — Écoulement dans un rétrécissement plan en forme d'éventail.
- Fig. 17. — Rétrécissement de coursier en forme d'éventail. Notation.
- Fig. 18. — Vue en perspective de la géométrie courbe du radier d'un rétrécissement en forme d'éventail.
- Fig. 19. — Différences de surface d'écoulement. *a)* Radier plan. *b)* Radier courbe.
- Fig. 20. — Ondes transversales dans un élargissement brusque de canal.
- Fig. 21. — Canal avec élargissement infini.
- Fig. 22. — Graphique général de la surface  $h/h_1$ .
- Fig. 23. — Représentation géométrique générale d'un élargissement.
- Fig. 24. — Écoulement torrentiel dans une courbe.
- Fig. 25. — Hauteurs des ondes extrêmes en fonction du nombre de Froude  $F$  et de la courbure relative  $b/R$  de la courbe.
- Fig. 26. — Relèvement d'une courbe au déchargeur de Saint-Chamas.
- Fig. 27. — Association d'un rétrécissement et d'une courbe dans un canal à écoulement torrentiel.
- Fig. 28. — Écoulement dans une courbe d'un canal trapézoïdal.
- Fig. 29. — Écoulement torrentiel à surface libre.
- Fig. 30. — Évacuateur de crue avec retenue et saut de ski. Différents écoulements.
- Fig. 31. — Projection de gouttes d'eau au-dessus de la surface d'écoulement.
- Fig. 32. — Formation d'eau blanche sur un coursier.
- Fig. 33. — Profils de concentration d'air dans un écoulement aéré uniforme pour différentes pentes de radier.
- Fig. 34. — Écoulement aéré uniforme. *a)* Effets de la concentration d'air sur le coefficient de frottement. *b)* Répartition de la concentration d'air.

---

## LIST OF FIGURES

---

- Fig. 1. — Concepts of spillway chutes.
- Fig. 2. — Cross-waves in chutes of Itaipu dam (Brazil/Paraguay).
- Fig. 3. — Cross-waves due to piers and gate chambers.
- Fig. 4. — Surface pattern of aerated chute flow.
- Fig. 5. — Aerated flow on steep chute (Norris dam).
- Fig. 6. — Chute aerator in a laboratory channel.
- Fig. 7. — View at Grand Coulee dam spillway.
- Fig. 8. — *a)* Wall deflection. *b)* Cross-wave in laboratory channel.
- Fig. 9. — Wall deflection and streamline pattern in a channel.
- Fig. 10. — Principle of wave interference applied to a channel.
- Fig. 11. — Angle of wall deflection as a function of local Froude number  $F$ .
- Fig. 12. — Channel contraction.
- Fig. 13. — Flow pattern in channel contraction.
- Fig. 14. — Design of funnel-shaped contraction.
- Fig. 15. — Fan-shaped contraction downstream from a spillway.
- Fig. 16. — Flow features in planar fan-type contraction.
- Fig. 17. — Fan-type chute contraction. Notation.
- Fig. 18. — View of curved bottom geometry of fan-type contraction.
- Fig. 19. — Differences in flow surfaces. *a)* Plane bottom. *b)* Curved bottom.
- Fig. 20. — Cross-wave formation at abrupt channel expansion.
- Fig. 21. — Infinitely expanding channel.
- Fig. 22. — Generalized surface plot  $h/h_1$ .
- Fig. 23. — Generalized geometry of expansion.
- Fig. 24. — Supercritical flow in bend.
- Fig. 25. — Extreme wave heights as a function of Froude number  $F$  and relative bend curvature  $b/R$ .
- Fig. 26. — Curve banking at the “*déchargeur de Saint-Chamas*”.
- Fig. 27. — Combination of contraction and bend in a channel with supercritical flow.
- Fig. 28. — Bend flow in trapezoidal channel.
- Fig. 29. — Supercritical free-surface flow.
- Fig. 30. — Spillway with reservoir and ski jump. Different flows.
- Fig. 31. — Droplets above the water surface.
- Fig. 32. — Occurrence of white water in chute.
- Fig. 33. — Air concentration profiles for uniform aerated flow and various bottom slopes.
- Fig. 34. — Uniform aerated flow. *a)* Effect of air concentration on friction factor. *b)* Air concentration distribution.

- Fig. 35. — Profil de la surface libre pour un écoulement aéré graduellement varié.
- Fig. 36. — Zones de basse pression dues à des irrégularités de surface et dégâts de surface.
- Fig. 37. — Écoulement à proximité d'un aérateur.
- Fig. 38. — Dispositifs d'alimentation en air pour des déflecteurs.
- Fig. 39. — Vue latérale d'un aérateur de coursier.
- Fig. 40. — Aérateur de fond avec interface air-eau.
- Fig. 41. — Représentation graphique des équations (4.2) et (4.7).
- Fig. 42. — Profil en long d'un coursier s'adaptant à la topographie.
- Fig. 43. — Aérateur pour une forme concave de radier.

- Fig. 35. — Free surface profile for gradually varied aerated flow.
- Fig. 36. — Local low pressure zones due to surface irregularities and surface damage.
- Fig. 37. — Flow in the vicinity of aerator.
- Fig. 38. — Air supply systems for chute flow deflectors.
- Fig. 39. — Side view at chute aerator.
- Fig. 40. — Bottom aerator with air-water interface.
- Fig. 41. — Graphical display of eq. (4.2) and (4.7).
- Fig. 42. — Longitudinal chute profile with adaptation to topography.
- Fig. 43. — Aerator for concave bottom geometry.





---

## AVANT-PROPOS

---

Les évacuateurs de crue et les vidanges de fond représentent un pourcentage élevé du coût total des grands barrages. Leur conception revêt ainsi une grande importance du point de vue de l'économie et de la sécurité. Ce Bulletin qui traite de l'étude hydraulique des écoulements à grande vitesse, des écoulements aérés, de la cavitation et des ondes de choc, donne des recommandations aux ingénieurs chargés du projet des vidanges de fond et des coursiers à forte pente.

La synthèse complète présentée dans ce Bulletin a été établie par le Sous-Comité n° 4 du Comité de l'Hydraulique des Barrages, créé en 1987, et plus spécialement par un groupe de travail constitué de représentants des Comités Nationaux allemand et suisse.

Le texte de base des quatre chapitres a été préparé soigneusement par W. H. Hager (Suisse) et revu par les membres du Sous-Comité. Les commentaires présentés par huit Comités Nationaux ont permis d'améliorer la rédaction initiale. Qu'ils soient tous vivement remerciés.

J. J. Cassidy  
Président du Comité  
de l'Hydraulique des Barrages

J. Giesecke  
Coordinateur  
du Sous-Comité n° 4

---

## FOREWORD

---

Spillways and bottom outlets constitute a significant percent of the total cost of major dams. Their proper design is, thus, very important from the standpoint of economy as well as safety. This Bulletin, which considers the hydraulic concepts of design for high-velocity flow, aeration, cavitation and shock waves, has been prepared as a general design guideline for use of engineers engaged in the design of bottom outlets and steep spillway chutes.

The comprehensive review, presented in this Bulletin, was performed by Subcommittee No. 4 of the Committee on Hydraulics which was established in 1987. The working group of the Subcommittee, which developed the successive drafts for this Bulletin, was formed by the representatives of the German and Swiss National Committees.

We wish to thank W. H. Hager, Switzerland, who carefully wrote the basis of the four chapters; thanks are also due to the members of the Subcommittee who contributed strongly to the development of the Bulletin. In addition we wish to thank the eight National Committees who provided comments on the initial draft, the incorporation of which provided definite improvements.

J. J. Cassidy  
Chairman, Committee  
on Hydraulics for Dams

J. Giesecke  
Coordinator,  
Subcommittee No. 4

---

# 1. INTRODUCTION

---

Un barrage comprend deux éléments importants : l'évacuateur de crue et le dissipateur d'énergie. L'évacuateur contrôle le déversement, en particulier lors des crues, et achemine l'eau à l'aval du barrage. Le dissipateur d'énergie reçoit le débit évacué au pied du barrage et le restitue sans danger à la rivière ou dans un lac.

Le raccordement entre le seuil de l'évacuateur et le dissipateur est assuré au moyen de dispositifs appropriés. Deux points importants sont examinés dans le Bulletin : 1) en raison des grandes différences de niveau entre le seuil de l'évacuateur et le lit de la rivière, l'énergie cinétique au pied du barrage peut être énorme et les vitesses peuvent être de l'ordre de 30 à 50 ms<sup>-1</sup>; 2) la distance horizontale entre les deux éléments précités est faible lorsque le déversement sur la crête tombe en chute libre dans un bassin de réception; par contre, cette distance peut atteindre plusieurs centaines de mètres lorsque l'écoulement se fait dans un canal d'évacuation; ce dernier ouvrage est aussi désigné sous le nom d'évacuateur avec coursier, en soulignant le mot coursier où a lieu l'écoulement. On traitera ici de cet ouvrage de raccordement.

La conception, les types, les ouvrages, le matériel d'équipement, l'exploitation, l'entretien et les réparations sont examinés de façon détaillée dans le Bulletin CIGB n° 58 (1987).

Il y a deux types de conception possibles des évacuateurs de crue (Fig. 1) :

— Le plus souvent, la rugosité des parois du coursier est faible de sorte que l'écoulement sera turbulent dans le régime hydraulique transitoire. Il en résulte que les pertes de charge par frottement sont petites et les vitesses grandes.

— Une autre conception a été récemment recommandée par Sorensen (1985) [8] (\*), Vittal et Porey (1987) [13], et Stephenson (1988) [9] : il s'agit d'un coursier en forme de gradins. Une partie importante de l'énergie hydraulique peut être dissipée le long du coursier et le dissipateur d'énergie peut, de ce fait, être réduit.

La présente étude ne porte que sur les coursiers avec écoulement à grande vitesse, représentés schématiquement sur la Fig. 1a). Une grande attention a été portée aux coursiers de ce type au cours de ces vingt dernières années qui ont vu les digues en terre de grande hauteur prendre une place importante dans la technique des barrages.

Bien qu'il existe un grand nombre d'évacuateurs en galerie (par exemple, galerie raccordée à un évacuateur de surface en tulipe), le présent rapport ne traitera pas spécialement des écoulements en conduit fermé, et n'abordera donc pas les problèmes spécifiques de vibration, d'hydraulique à basse pression et d'ondes de pression [2]. En outre, on n'examinera ni les organes de l'évacuateur, tels que vannes ou pertuis [1], ni les dissipateurs d'énergie [6] ou les questions particulières relatives aux modèles [7]. Sauf indication contraire, la discussion sera limitée aux évacuateurs avec coursiers à ciel ouvert, d'axe rectiligne.

---

(\*) Les chiffres entre crochets renvoient à la liste des références de chaque chapitre.

---

---

# 1. INTRODUCTION

---

Two major parts of a dam are the spillway and the energy dissipator. The spillway controls the overflow, particularly during periods of floods and conveys the water away from the dam. The energy dissipator, on the other hand, receives the flow at the foot of the dam and returns it safely back to the adjacent river or lake.

Between the spillway crest and the dissipator lies a certain region to be connected by appropriate means. Two major points are of concern here : 1) due to large differences of elevation between spillway crest and original river the kinetic energy at the foot of the dam may be large and velocities can be of the order of 30 to 50  $\text{ms}^{-1}$ ; 2) the horizontal reach between the two elements is small when the flow is guided over the dam crest and falls through the air on an impact basin. The distance can amount to hundreds of meters when the flow is in a spilling channel. The latter is also referred to as spillway with stress on the word way where the spilling occurs, or better to a chute. This connecting element will be considered herein.

The principles for spillway design, including types, structures, equipment, operation, maintenance and repairs are comprehensively described in the ICOLD Bulletin 58 (1987).

Spillways may be designed according to two concepts (Fig. 1) :

— Usually, the boundary roughness of the chute is kept small such that the flow will be turbulent in the hydraulic transitional regime. The resulting friction losses are thus small and the velocities large.

— A recent design recommended by Sorensen (1985) [8] (\*), Vittal and Porey (1987) [13] as well as Stephenson (1988) [9] is based on cascades of drop structures. As a result, a significant portion of hydraulic energy may be dissipated along the chute, and the dissipator size may be considerably reduced.

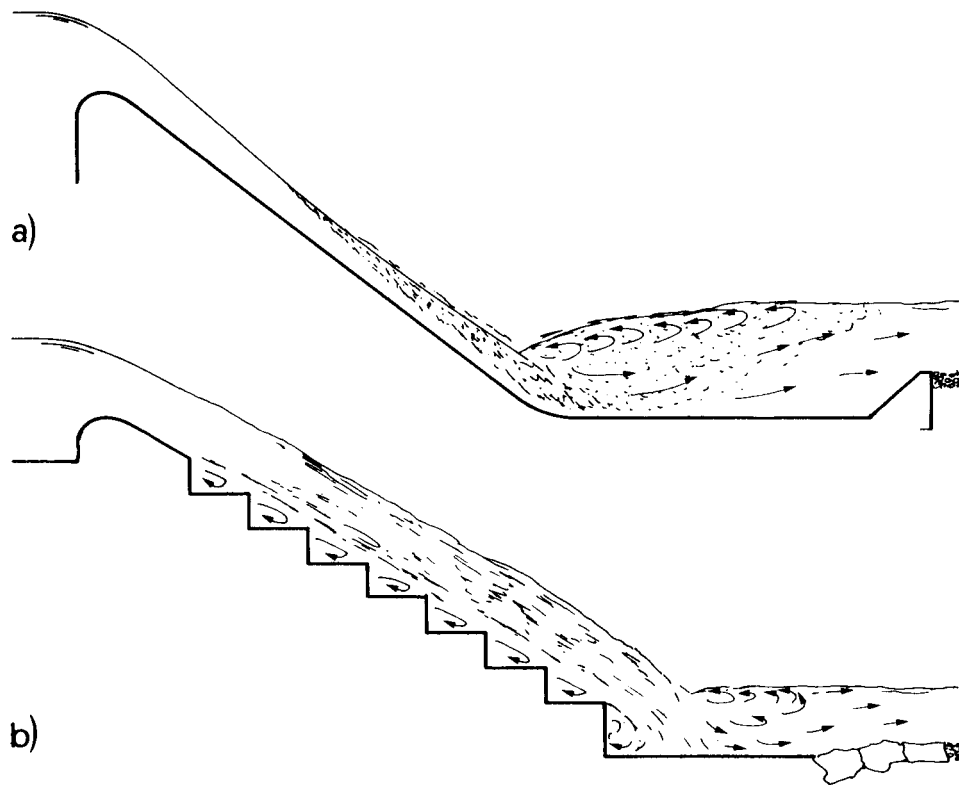
The present study accounts only for high velocity chutes, as shown in Fig. 1*a*). Such chutes have received considerable attention in the last twenty years when the high earth dam became an efficient type of structure in dam engineering.

Although there exist a number of tunnel spillways such as those discharging from morning glory spillways, this report does not refer to closed conduit flow. Nor does it deal with specific questions relating to vibration, low pressure hydraulics, and pressure surges [2]. Moreover, neither the spillway elements, such as gates or openings [1], nor the energy dissipator [6] or particular questions relating to model-prototype [7] will be considered. The discussion will be restricted to the open chute spillway of straight axis unless otherwise stated.

---

(\* ) Numbers between brackets refer to references of each chapter.

---



Le chapitre 2 est consacré aux ondes de choc qui constituent des perturbations stationnaires à la surface libre d'un écoulement torrentiel. Le terme « onde de choc » tire son origine de la dynamique des gaz et, en hydraulique, le terme « ondes transversales » est plus approprié. La Fig. 2 donne des exemples caractéristiques de formation d'ondes transversales. Dans les deux cas, ces ondes prennent naissance à l'extrémité aval des piles de l'évacuateur de crue et se manifestent sur une grande longueur du coursier. Comme on le verra plus loin, ces ondes stationnaires sont provoquées par toutes perturbations situées sur le coursier, telles que changement de direction, rétrécissements et élargissements, ou même piles (Fig. 3). Le chapitre 2 aborde brièvement la question des ondes transversales et indique les possibilités de réduire les ondes de hauteur excessive.

Fig. 1

Concepts of spillway chutes.

*Conception des coursiers d'évacuateurs de crue.*

- |   |  |
|---|--|
| a) Smooth boundary roughness, combined with high-velocity chute flow and terminal energy dissipator.        | a) <i>Faible rugosité des parois : écoulement à grande vitesse sur le coursier et dissipateur d'énergie à l'extrémité du coursier.</i> |
| b) Rough chute bottom, combined with highly turbulent cascade flow and partial terminal energy dissipation. | b) <i>Coursier en forme de gradins (forte rugosité) : écoulement très turbulent et dissipation d'énergie réduite au pied.</i>          |

Chapter 2 focuses on shock waves, which are standing free surface perturbations of supercritical flow. The term shock wave originates from gas dynamics, and one may speak more appropriately of cross-waves in hydraulics. Fig. 2 shows typical examples of cross-wave generation. These are generated in both cases at the rear end of spillway piers and extend far down the chute. As will be seen, these standing waves are due to any perturbations located in the chute, such as change of direction, contractions and expansions, or even piers (Fig. 3). In chapter 2, a brief outline on cross-waves is provided and reference is made to possibilities for reducing waves of excessive height.



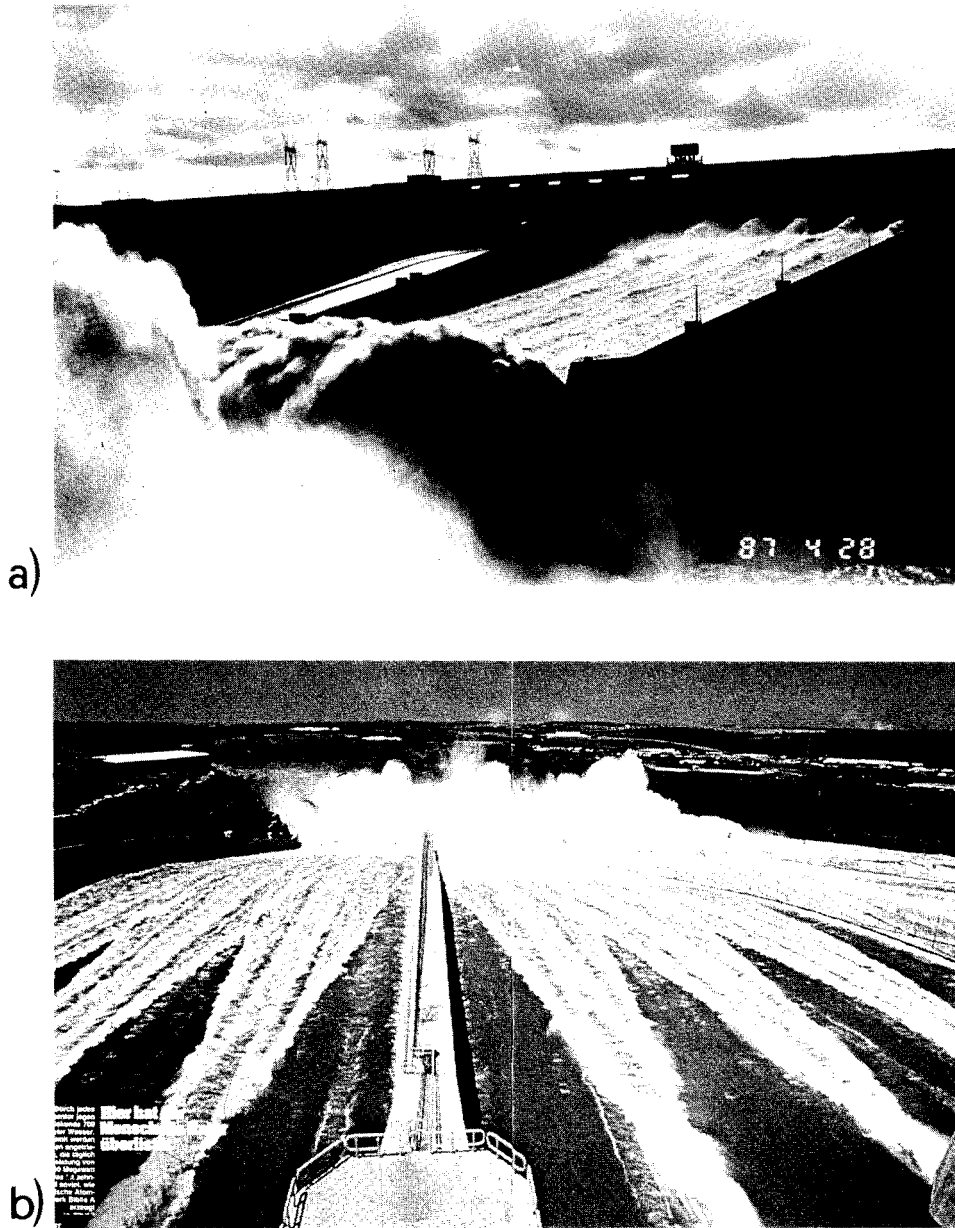


Fig. 2

Development of cross-waves in chutes of Itaipu Dam (Brazil/Paraguay).

*Formation d'ondes transversales sur les coursiers de l'évacuateur de crue du barrage d'Itaipu (Brésil/Paraguay).*

a) Downstream view (VAW D 6200).

a) *Vue d'aval (VAW D 6200).*

b) Upstream view (VAW D 4249).

b) *Vue d'amont (VAW D 4249).*

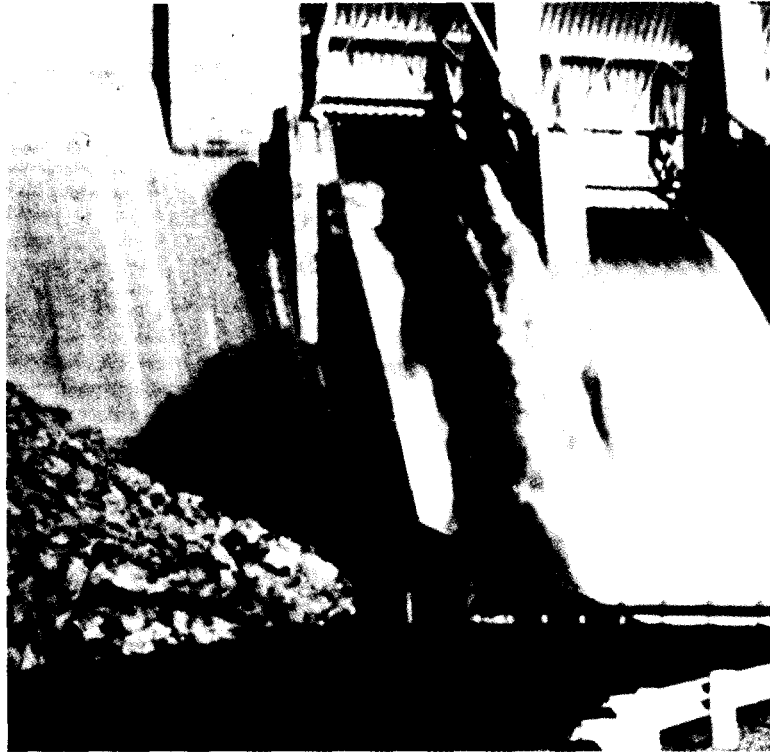


Fig. 3

Development of cross-waves due to piers and gate chambers  
(ASCE Task Committee, 1961) [11].

*Formation d'ondes transversales dues aux piles et aux chambres des vannes  
(ASCE, 1961) [11].*

Le chapitre 3 traite de l'entraînement d'air naturel dans les écoulements sur les coursiers. Étant donné que les publications sur ce sujet sont très abondantes et qu'aucune synthèse n'existe jusqu'à maintenant, un bref aperçu général historique sera présenté sur cette question. Une distinction est faite entre la zone évolutive, l'aération naissante, l'écoulement aéré graduellement varié et l'écoulement uniforme, par analogie avec les courbes de remous d'un écoulement non aéré dans un canal. Des termes en seront tirés pour les caractéristiques d'un écoulement varié intervenant dans l'étude d'un coursier : profondeur du mélange air-eau, concentration moyenne de l'écoulement air-eau, courbes de remous modifiées,... Les mécanismes de l'entraînement d'air sont également examinés. La Fig. 4 montre un écoulement entièrement aéré sur un coursier et indique la configuration de surface agitée et très aérée. Les photographies de la Fig. 5, publiées par Hickox en 1945 [4], donnent un exemple d'écoulement aéré sur un coursier.

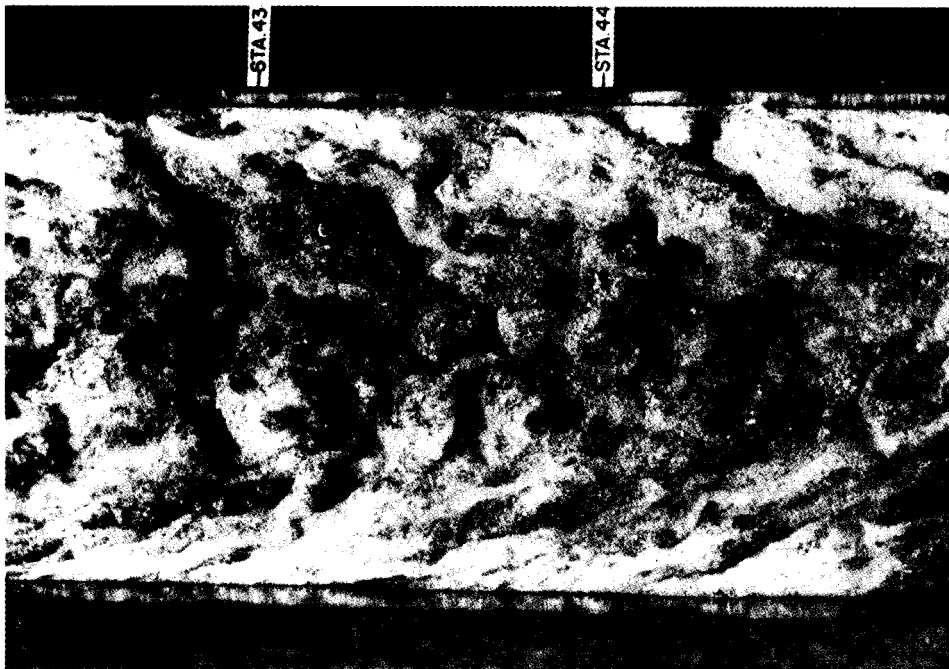


Fig. 4

Surface pattern of aerated chute flow, exposure time  $10^{-5}$  s  
(according to Straub and Lamb, 1953) [10].

*Surface d'un écoulement aéré sur un coursier, temps d'exposition  $10^{-5}$  s  
(d'après Straub et Lamb, 1953) [10].*

Enfin, le chapitre 4 est consacré aux aérateurs d'évacuateurs de crue. De tels organes luttent efficacement contre les dégâts par cavitation. L'aérateur fournit de l'air supplémentaire à la couche inférieure de l'écoulement sur le coursier et fonctionne ainsi comme un amortisseur de choc [12]. La surface du béton est, de ce fait, protégée. On examine également le problème de l'augmentation de hauteur des

In chapter 3, the natural air entrainment in chute flow is discussed. Since the literature on this topic is quite extensive, and no systematic review exists, a historical summary is presented. Distinction between the developing region, incipient aeration, gradually varied aerated flow and uniform flow is made, much in analogy to backwater curves in non-aerated channel flow. Expressions are derived for various flow characteristics involved in chute design, such as the mixture flow depth, the average concentration of air-water flow and the modified backwater curves. The mechanisms of air entrainment are also discussed. Fig. 4 shows a fully aerated chute flow and reveals the rough and highly porous surface pattern. An example of aerated chute flow is presented with reference to photographs originally published by Hickox in 1945 [4] (Fig. 5).

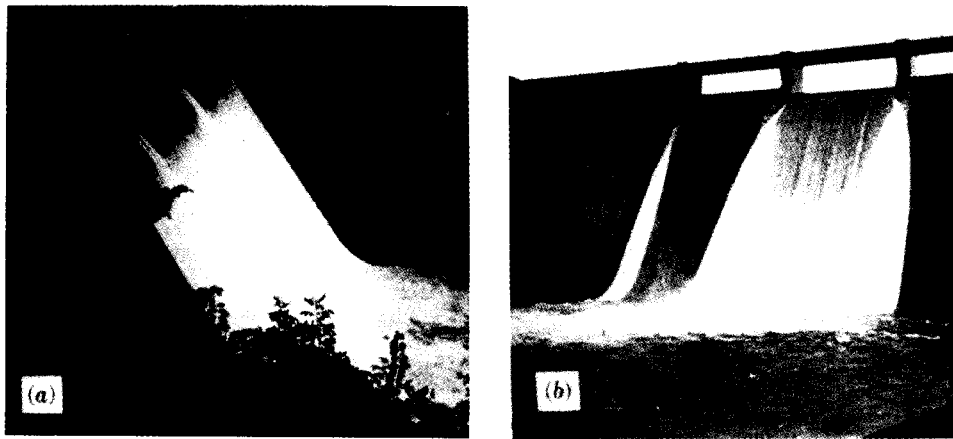


Fig. 5

Aerated flow on steep chute. Norris Dam Spillway  
where the effect of incipient aeration is well seen both for :

*Écoulement aéré sur un coursier à forte pente. Évacuateur de crue du barrage Norris,  
où l'on voit bien la naissance de l'aération dans les deux cas :*

a) Small discharges.

a) *Débit faible.*

b) Large discharges

b) *Débit élevé*

(according to Hickox, 1945) [4].

(d'après Hickox, 1945) [4].

Chapter 4 concludes the present study with spillway aerators. Such elements were found adequate to counter cavitation damage. The aerator supplies the bottom layer of chute flow with additional air, resulting in a sort of shock-absorber [12]. The concrete surface is thus protected from damage. The problem of increasing the channel side walls to account for the bulkage of the air-water mixture is also

murs latéraux du canal pour tenir compte du gonflement du mélange air-eau. Le chapitre présente des méthodes pour l'étude des conduits d'alimentation en air et pour l'estimation de la quantité d'air entraînée suivant la géométrie de l'aérateur. On donne également des informations sur la perte d'air le long du courser, ainsi que des critères pour déterminer l'emplacement des aérateurs. La Fig. 6 représente un aérateur dans un canal vitré et montre que l'entraînement d'air à partir d'aérateurs de fond est un phénomène de « cisaillement ».

La vue d'un écoulement sur un coursier est très impressionnante (Fig. 7). L'écoulement est contrôlé sur le seuil de l'évacuateur puis évacué par le coursier. A l'extrémité des piles des vannes, l'écoulement commence souvent à entraîner de l'air, l'eau devenant « blanche ». Suivant la pente du coursier et la valeur du débit évacué, ce phénomène peut se produire plus à l'aval. Une fois l'écoulement aéré, un bruit effrayant, des embruns et des rafales de vent se manifestent. L'énergie de cette masse d'air et d'eau, très turbulente, doit être efficacement dissipée dans un bassin d'amortissement situé au pied du barrage.

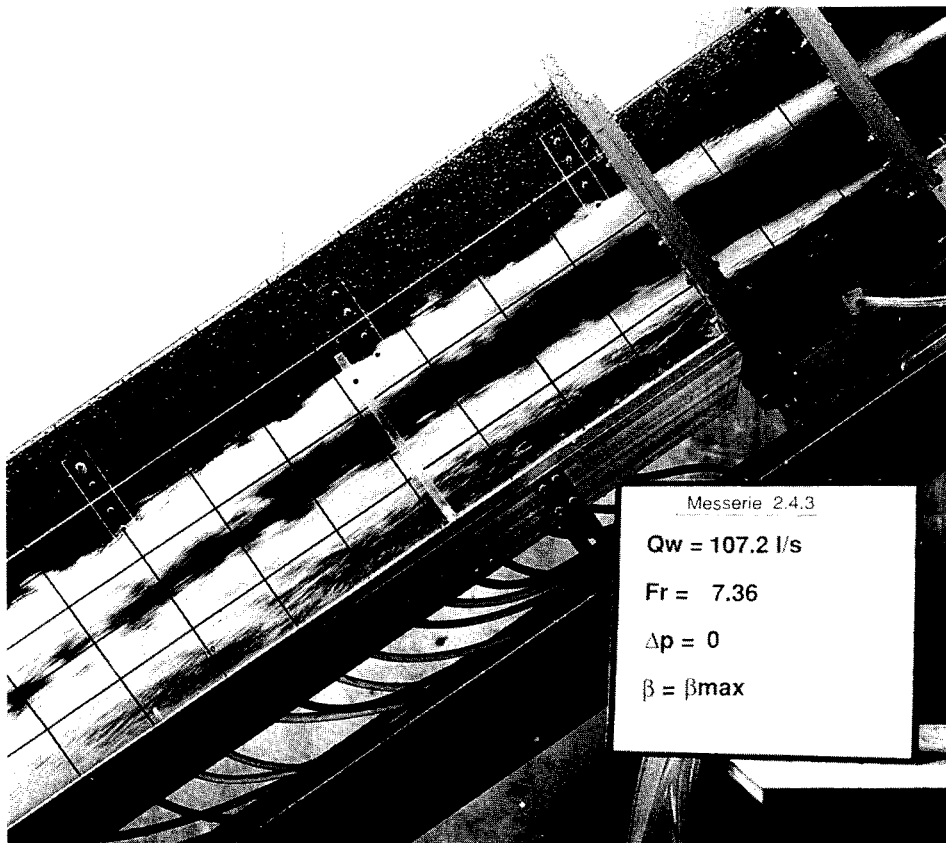


Fig. 6

Chute aerator in a laboratory channel (VAW, 33173/12).  
*Aérateur d'un coursier en canal vitré (VAW 33173/12).*



discussed. The chapter introduces procedures for designing both the air supply ducts and determining the quantity of air entrained by a certain aerator geometry. Guidance is given with regard to the loss of air along the chute, and criteria for aerator positioning. Fig. 6 shows a lab aerator and stresses the fact that air entrainment by bottom aerators is a shearing phenomenon.

A tailwater view of a chute is very impressive (Fig. 7). The flow is controlled by a spillway crest and then directed along the chute. At the end of gate walls, the flow often starts to entrain air, that is the water becomes “ white ”. Depending on the slope of chute and the discharge, this process may be shifted more downstream. Once the flow is aerated, it is accompanied by a tremendous noise, spray development and gusty winds. The energy of this highly turbulent mass of air-water mixture must then be calmed down and be effectively dissipated by an appropriate stilling basin located at the toe of dam.

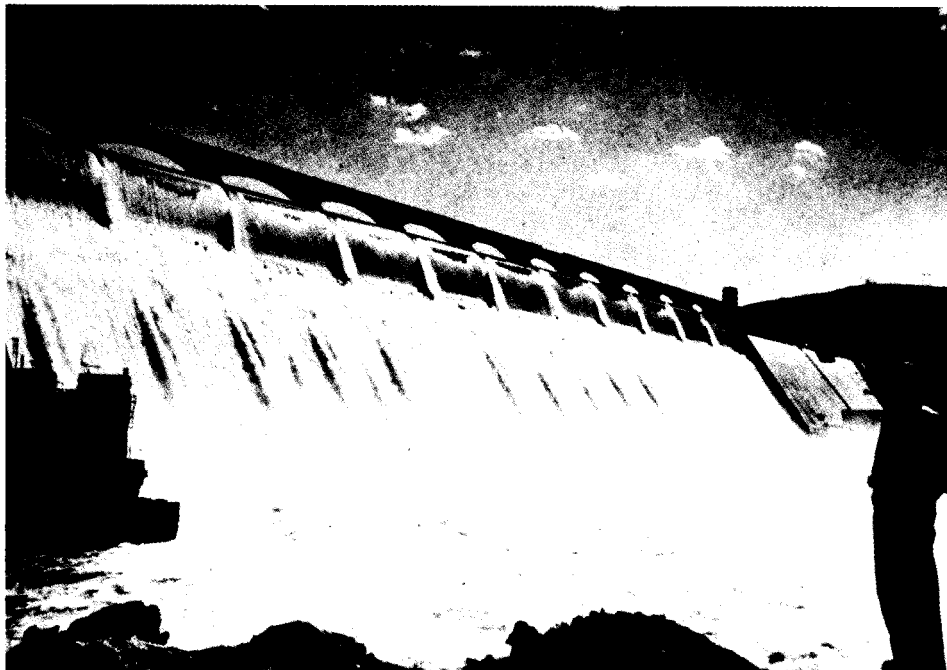


Fig. 7

View at Grand Coulee Dam spillway (Gumensky, 1949) [3].

*Vue de l'évacuateur de crue du barrage Grand Coulee (d'après Gumensky, 1949) [3].*

## REFERENCES

1. CASSIDY J. J. and ELDER R. A. (1984) : " Spillways of high dams ". *Developments in Hydraulic Engineering* 2, 159-182. P. Novak ed. Elsevier Applied Science Publishers, London and New York.
2. FALVEY H. T. (1990) : " Cavitation in chutes and spillways ". Water Resources Technical Publication *Engineering Monograph* 42. US. Dept. Interior, Bureau of Reclamation, Denver.
3. GUMENSKY D. B. (1949) : " Air entrained in fast water affects design of training walls and stilling basins ". *Civil Engineering* 19 (12), 35-37; 93.
4. HICKOX G. H. (1945) : " Air entrainment on spillway faces ". *Civil Engineering* 15 (12), 562-563.
5. ICOLD (1987) : " Spillways for dams ". *ICOLD Bulletin* 58, Paris.
6. LOCHER F. A. and HSU S. T. (1984) : " Energy dissipation at high dams ". *Developments in Hydraulic Engineering*, Vol. 2, 183-238, P. Novak ed. Elsevier Applied Science Publishers, London and New York.
7. NOVAK P. and CABELKA J. (1981) : " *Models in Hydraulic Engineering* ". Pitman, Boston.
8. SORENSEN R. M. (1985) : " Stepped spillway hydraulic model investigation ". *Journal of Hydraulic Engineering* ASCE 111 (12), 1461-1472; 113 (8), 1095-1097.
9. STEPHENSON D. (1988) : " Stepped energy dissipators ". *The Internat. Symposium on Hydraulics for High Dams*, Beijing, 1228-1235.
10. STRAUB L. G. and LAMB O. P. (1953). " Experimental studies of the air entrainment in open channel flow ". *V. IAHR Congress* Minneapolis, 425-437.
11. Task Committee on Air Entrainment in Open Channels (1961). " Aerated flows in open channels ". Proc. ASCE, *J. Hydraulics Division* 87 (3), 73-86; 87 (6), 221-231.
12. VISCHER D. (1985). " Die Schußbrinnenbelüftung als Maßnahme gegen Kavitationserosion ". *Österreichische Wasserwirtschaft* 37 (3/4), 117-123.
13. VITAL N. and POREY P. D. (1987). " Design of cascade stilling basins for high dam spillways ". *Journal of Hydraulic Engineering* ASCE, 113 (2), 225-237.



---

## 2. ONDES DE CHOC SUR LES COURSIERS

---

### 2.1. INTRODUCTION

Le nombre de Froude local :

$$IF = V/c \quad (2.1)$$

où :  $V$  est la vitesse locale,

$c$ , la vitesse de propagation ou célérité des ondes de surface, joue un rôle important dans les écoulements à surface libre en canal. Pour un écoulement unidimensionnel, la célérité dépend uniquement de la géométrie de la section transversale et peut être exprimée comme suit :

$$c = \sqrt{g A/B_s} \quad (2.2)$$

$A$ , surface de la section transversale,

$B_s$ , largeur en surface,

$g$ , accélération de la pesanteur.

Dans le cas d'un canal rectangulaire de largeur  $b$  et de surface transversale  $A = bh$ , où  $h$  est la profondeur de l'écoulement, l'équation (2.2) donne :

$$c = \sqrt{g \cdot h}$$

Dans le cas d'un écoulement peu profond bidimensionnel, la célérité peut changer dans les directions transversale et longitudinale suivant la surface locale de l'écoulement.

Lorsque la vitesse locale est égale à la célérité, l'écoulement est qualifié de critique et  $IF = 1$ . Lorsque  $IF < 1$ , l'écoulement est fluvial; lorsque  $IF > 1$ , l'écoulement est torrentiel. Le nombre de Froude dans la dynamique des fluides est analogue au nombre de Mach en aérodynamique.

Les écoulements fluvial et torrentiel ont un comportement tout à fait différent, en ce qui concerne l'étude mathématique du problème. L'écoulement avec  $IF < 1$  a un comportement elliptique, c'est-à-dire que des problèmes aux limites doivent être résolus. Au contraire, l'écoulement avec  $IF > 1$  a un comportement hyperbolique entraînant des particularités du type ondes. Ces dernières constituent des problèmes caractéristiques le long du canal dans les deux directions, amont et aval. Chaque obstacle dans le canal — par exemple, pile, déviation ou jonction de mur — crée une perturbation distincte le long de courbes caractéristiques bien définies. Les perturbations provoquent des ondes stationnaires à la surface de l'eau : creux ou — ce qui est plus dangereux — surélévations. De telles ondes sont appelées ondes transversales ou — par analogie avec la dynamique des gaz — ondes de choc. Dans les écoulements permanents, ces ondes ne se déplacent pas sauf pour les variations turbulentes, et nécessitent une revanche supplémentaire. Il y a donc lieu de rechercher des moyens permettant de réduire de telles ondes.

Dans ce qui suit, la formation d'ondes transversales sera examinée, tout d'abord, pour les déviations de mur de faible convergence dans un canal infiniment large. La notion d'onde transversale sera introduite et les caractéristiques à l'amont et à l'aval de l'onde seront déterminées. Le cas du canal de largeur finie sera ensuite examiné et la forme des ondes de surface sera étudiée.

---

## 2. SHOCK WAVES IN CHUTES

---

### 2.1. INTRODUCTION

Open channel flows are significantly influenced by the local Froude number :

$$IF = V/c \quad (2.1)$$

where :  $V$  is the local velocity and  $c$  the propagation velocity or celerity of shallow water waves. The celerity of a one-dimensional flow depends solely on the cross-sectional geometry and may be expressed as :

$$c = \sqrt{g A/B_s} \quad (2.2)$$

$A$  is the cross-sectional area,  $B_s$  the surface width and  $g$  the gravitational acceleration.

For a rectangular channel of width  $b$  and cross-sectional area  $A = bh$ , where  $h$  is the flow depth, Eq. (2.2) obtains :

$$c = \sqrt{g \cdot h}$$

For a two-dimensional shallow flow, the celerity may change both in the transverse and longitudinal directions according to the local flow surface.

Flows where the local velocity is equal to the celerity are referred to as critical, and  $IF = 1$ . When  $IF < 1$ , a flow is subcritical, and supercritical flows occur if  $IF > 1$ . The Froude number in fluid dynamics is analogous to the Mach number in aerodynamics.

Subcritical and supercritical flows behave quite differently as regards the mathematical solution process. Flows with  $IF < 1$  behave elliptically, that is boundary value problems must be solved. In contrast, flows for which  $IF > 1$  are hyperbolic problems that involve wave-type features. The latter are typical marching problems both in the forward and backward directions. Each obstacle in the channel — such as a pier, a wall deflection or a junction — creates a distinct perturbation along well defined curves which are referred to as characteristics. The perturbations result in standing water surface waves that are either troughs or — more dramatically — wave peaks. Such waves are also termed cross-waves or — according to gas dynamics — shock waves. For steady flow, these waves do not move except for turbulent fluctuations, and demand additional freeboard. Means to reduce cross-waves are thus of engineering concern.

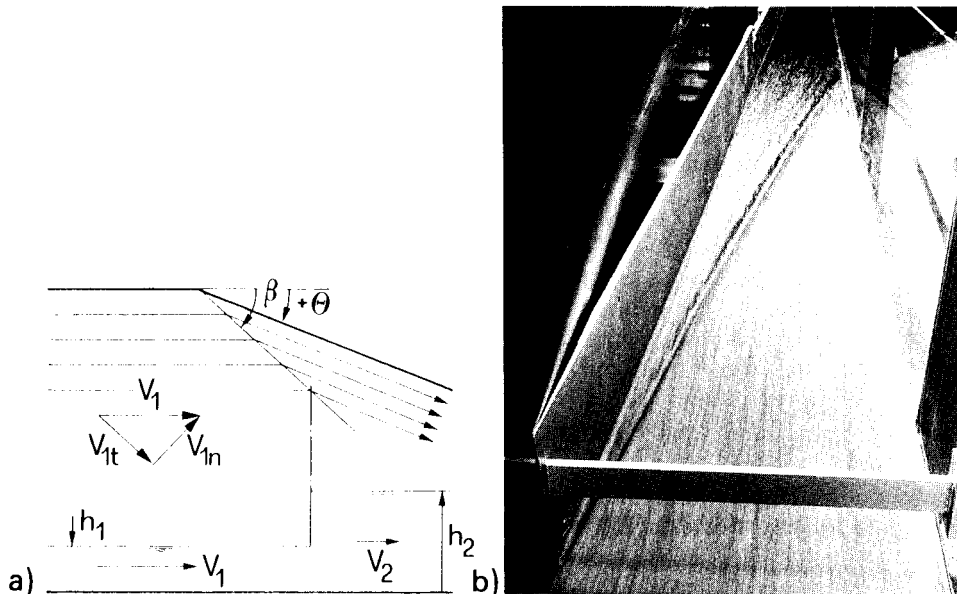
In the following, the development of cross-waves will be first outlined for small converging wall deflections in an infinitely wide channel. The notion of cross-wave is introduced and quantities up- and downstream of a cross-wave shall be related. Then, a channel of finite width is considered, and the pattern of surface waves is studied.

On poursuivra par l'étude des rétrécissements des canaux, en forme d'entonnoir, d'éventail ou de tuyère. Cette dernière forme de rétrécissement ne sera d'ailleurs pas examinée. Les rétrécissements en forme d'entonnoir sont efficaces pour des rapports de contraction relativement élevés, c'est-à-dire lorsque la largeur aval n'est pas inférieure à la moitié de la largeur amont (à l'entonnement). Pour des rapports de contraction plus petits, comme dans le cas des entrées d'évacuateurs de crue, le rétrécissement en forme d'éventail est recommandé.

Une autre disposition à examiner est l'élargissement du canal, bien qu'il attire beaucoup moins l'attention que le rétrécissement. La méthode d'étude classique sera présentée et les résultats d'essais sur modèle seront examinés. Des écoulements dans des élargissements peuvent se produire sur des coursiers lors de manœuvre de vannes mal équilibrée ou dans des zones de transition entre pente raide et pente moins raide d'un coursier.

## 2.2. DÉVIATION BRUSQUE D'UN MUR

Soit un écoulement torrentiel parallèle dans un large canal rectangulaire dont la pente du radier est telle que le frottement sur le mur est compensé (écoulement uniforme) [6, 28]. En un certain point, le mur est dévié vers l'écoulement, d'un angle  $+\Theta$  (Fig. 8 a). La déviation du mur cause une perturbation de l'écoulement le long d'une ligne droite faisant un angle  $\beta$  par rapport à la direction initiale de l'écoulement. L'angle  $\beta$  est appelé « angle de choc » et la ligne correspondante « onde transversale ». L'angle de choc  $\beta$  est toujours plus grand que l'angle de déviation du mur  $\Theta$ .



Next, channel contractions of funnel-shaped, fan-shaped, and nozzle-shaped geometries are discussed. The latter will not be considered further. Funnel-shaped contractions are efficient for relatively large contraction ratios, that is when the downstream width is not less than half of the approaching width. For smaller contraction ratios, as may typically occur at spillway entrances, the fan-shaped contraction is recommended.

The next structure to be considered is the channel expansion, although it received much less attention than the channel contraction. The classical approach is presented, and the results of model tests will be discussed. Flows in channel expansions may occur in chutes with unbalanced gate operation or at transitions from steep to less steep chute portions.

## 2.2. ABRUPT WALL DEFLECTION

Rouse and Chow [6, 28] considered parallel supercritical flow in a wide rectangular channel whose bottom slope is such that wall friction is compensated (uniform flow). At a certain point, the wall is deflected towards the flow by the angle  $+ \Theta$  (Fig. 8 a). The wall deflection causes a perturbation of flow along a straight curve whose deviation from the original direction of flow is  $\beta$ .  $\beta$  is referred to as shock angle, and the corresponding curve as cross-wave. The shock angle  $\beta$  is always larger than the wall deflection  $\Theta$ .

Fig. 8

- |   |  |
|---|--|
| a) Wall deflection and notation for cross-wave. | a) <i>Déviation d'un mur et notation relative à l'onde transversale.</i> |
| b) Cross-wave in laboratory channel.            | b) <i>Onde transversale dans un canal en laboratoire.</i>                |

En désignant respectivement par les indices (1) et (2) les positions à l'amont et à l'aval de l'onde stationnaire, l'application du principe des quantités de mouvement et de l'équation de continuité donne [6] :

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left[ (1 + 8 \text{IF}_1^2 \sin^2 \beta)^{1/2} - 1 \right] \quad (2.4)$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\text{tg } \beta}{\text{tg}(\beta - \Theta)} \quad (2.5)$$

$$\text{IF}_2^2 = Y^{-1} \left[ \text{IF}_1^2 - \frac{1}{2Y} (Y - 1)(Y + 1)^2 \right] \quad (2.6)$$

où :

$$\text{IF}_1 = V_1 / (gh_1)^{1/2} \quad (2.7)$$

est le nombre de Froude de l'écoulement entrant et

$$Y = h_2 / h_1 \quad (2.8)$$

est le rapport des profondeurs de l'écoulement.

Le système d'équations a été établi en supposant que l'eau était peu profonde, c'est-à-dire que la pression était hydrostatique et que les distributions des vitesses étaient uniformes.

Pour des paramètres donnés  $h_1$ ,  $V_1$  et  $\Theta$ , on peut calculer  $h_2$ ,  $\beta$  et  $\text{IF}_2$ . Le système d'équations ne conduit pas à des solutions précises, mais il existe un graphique [15] permettant d'obtenir les valeurs recherchées.

Dans le cas où  $\text{IF}_1 \sin \beta > 1$ , l'équation (2.4) peut être remplacée par l'équation approchée suivante [10] :

$$Y = \sqrt{2} \text{IF}_1 \cdot \sin \beta - \frac{1}{2} \quad (2.9)$$

et Hager [9] a montré que :

$$\beta = \Theta + \frac{3}{2\sqrt{2}} \text{IF}_1^{-1} \quad (2.10)$$

Pour  $\beta < \pi/4$  ( $45^\circ$ ) et  $\text{IF}_1 > 2$ , les valeurs caractéristiques tirées de l'équation (2.10) présentent un écart inférieur à  $2^\circ$  par rapport à la valeur exacte. De plus, on peut représenter le nombre de Froude aval  $\text{IF}_2$  par l'équation approchée :

$$\text{IF}_2^2 = \frac{\text{IF}_1 \cdot \cos^2 \beta}{\sqrt{2} \sin \beta [1 - (2\sqrt{2} \text{IF}_1 \cdot \sin \beta)^{-1}]} > 1 \quad (2.11)$$



Let indices (1) and (2) denote locations upstream and downstream of the standing wave, respectively. The application of the momentum principle and the continuity equation yields [6] :

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left[ (1 + 8 \text{IF}_1^2 \sin^2 \beta)^{1/2} - 1 \right] \quad (2.4)$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\text{tg } \beta}{\text{tg}(\beta - \Theta)} \quad (2.5)$$

$$\text{IF}_2^2 = Y^{-1} \left[ \text{IF}_1^2 - \frac{1}{2Y} (Y - 1)(Y + 1)^2 \right] \quad (2.6)$$

in which :

$$\text{IF}_1 = V_1 / (\text{gh}_1)^{1/2} \quad (2.7)$$

is the approaching Froude number and

$$Y = h_2 / h_1 \quad (2.8)$$

is the ratio of flow depths.

The set of equations was derived assuming shallow water, that is hydrostatic pressure and uniform velocity distributions.

For given parameters  $h_1$ ,  $V_1$  and  $\Theta$ , one may compute  $h_2$ ,  $\beta$  and  $\text{IF}_2$ . The system of equations cannot be solved explicitly but Ippen [15] prepared a diagram from which the unknown quantities may be determined graphically.

For the case  $\text{IF}_1 \sin \beta > 1$ , Eq. (2.4) may be approximated by [10] :

$$Y = \sqrt{2} \text{IF}_1 \cdot \sin \beta - \frac{1}{2} \quad (2.9)$$

and Hager [9] showed that :

$$\beta = \Theta + \frac{3}{2\sqrt{2}} \text{IF}_1^{-1} \quad (2.10)$$

For  $\beta < \pi/4$  ( $45^\circ$ ) and  $\text{IF}_1 > 2$ , typical values of Eq. (2.10) deviate less than  $2^\circ$  from the " exact " value. Further, an approximation for the downstream Froude number  $\text{IF}_2$  is :

$$\text{IF}_2^2 = \frac{\text{IF}_1 \cdot \cos^2 \beta}{\sqrt{2} \sin \beta [1 - (2\sqrt{2} \text{IF}_1 \cdot \sin \beta)^{-1}]} > 1 \quad (2.11)$$

Les équations (2.4) à (2.6) ont été vérifiées expérimentalement par Ippen et Harleman [17]. Pour  $1 < Y < 2$ , on a observé des ressauts ondulés tandis que les fronts des ondes transversales étaient raides pour  $Y > 2$  et le passage de  $h_1$  à  $h_2$  presque brutal. Pour  $Y > 2$ , le présent système d'équations concordait bien avec les observations.

**Exemple 2.1**

Soit un coursier dont la pente du radier est  $S_o = 7\%$ , le débit unitaire (par mètre de largeur)  $q = 15 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , le coefficient de rugosité  $n = 0,011 \text{ sm}^{-1/3}$ . Quelle est la profondeur de l'écoulement à l'aval d'un mur de déviation d'angle  $\Theta = 4^\circ$ , si l'écoulement entrant est uniforme?

1) La profondeur de l'écoulement uniforme d'après l'équation de Manning-Strickler est :

$$h_1 = (nq S_o^{-1/2})^{3/5} = 0,75 \text{ m}$$

et l'on a :

$$V_1 = q/h_1 = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$IF_1 = V_1/(gh_1)^{1/2} = 7,37$$

2) L'angle de l'onde transversale  $\beta = 9,5^\circ$ , d'après l'équation (2.10).

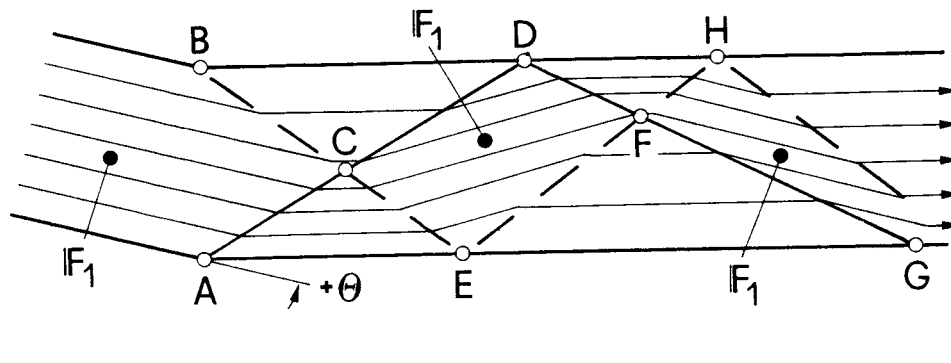
3) La profondeur de l'écoulement à l'aval de l'onde transversale est déterminée comme suit :

$$Y = 1,22 \quad \text{d'après l'équation (2.9)}$$

d'où  $h_2 = 1,22 \times 0,75 \text{ m} = 0,915 \text{ m}$

4) Le nombre de Froude  $IF_2 = 6,6$ , d'après l'équation (2.11); l'écoulement aval reste donc torrentiel.

Une application du mur de déviation est le canal présentant un changement de direction brusque mais faible. La Fig. 9 représente un canal dont le nombre de Froude de l'écoulement à l'entrée  $IF_1 > 2$ . Aux points A et B, le canal change de direction d'un angle  $\Theta$ . Au point A, le changement de direction rentre dans l'écoulement : la déviation du mur est qualifiée de « positive » et la profondeur de l'écoulement augmente. L'écoulement est identique à celui précédemment examiné (Fig. 8). Au contraire, la déviation du mur au point B est « négative » et une onde négative se forme avec diminution de la profondeur de l'écoulement. Cette onde est différente de l'onde positive du fait que le changement de profondeur est progressif et non brutal.



Eqs. (2.4) to (2.6) were experimentally verified by Ippen and Harleman [17]. For  $1 < Y < 2$ , undular jumps were observed whereas the fronts of cross-waves for  $Y > 2$  were sharp, and the transition from  $h_1$  to  $h_2$  almost abrupt. For  $Y > 2$ , the present system of equations compared well with observations.

**Example 2.1**

Given a chute of bottom slope  $S_o = 7\%$ , discharge per unit width  $q = 15 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , roughness coefficient  $n = 0.011 \text{ sm}^{-1/3}$ . What is the flow depth downstream of a wall deflection of  $\Theta = 4^\circ$ , if the approaching flow is uniform?

- 1) Uniform flow depth according to Manning-Strickler equation :

$$h_1 = (nq S_o^{-1/2})^{3/5} = 0,75 \text{ m}$$

and thus :

$$V_1 = q/h_1 = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{and } IF_1 = V_1/(gh_1)^{1/2} = 7.37$$

- 2) Angle of cross-wave  $\beta = 9.5^\circ$  according to Eq. (2.10).

- 3) Flow depth downstream from cross-wave :

$$Y = 1.22 \quad \text{according to Eq. (2.9), that is :}$$

$$h_2 = 1.22 \times 0.75 \text{ m} = 0.915 \text{ m}$$

- 4) Froude number  $IF_2 = 6.6$  according to Eq. (2.11), thus the tailwater flow remains supercritical.

An application of the wall deflection as previously considered is the channel with an abrupt but small change of direction. Fig. 9 shows a channel with an approaching Froude number  $IF_1 > 2$ . At points A and B, the channel changes direction by  $\Theta$ . At point A, the change is into the flow and reference is made to a positive wall deflection associated with an increase of flow depth. The flow is similar to that previously discussed (Fig. 8). In contrast, the wall deflection at point B is negative, and a negative wave develops associated with a decrease in flow depth. This wave is different from the positive wave as the depth change is gradual and not abrupt.

Fig. 9

Wall deflection and streamline pattern in a channel of finite width.

*Déviations d'un mur et représentation des lignes de courant dans un canal de largeur finie.*

(—) Positive wave.

(—) Onde positive.

(- - -) Negative wave.

(- - -) Onde négative.

La zone à l'amont des ondes transversales, c'est-à-dire à gauche de ACB dans la Fig. 9, n'est pas influencée par le changement de direction et les lignes de courant restent parallèles au canal d'entrée. Dans les zones ACE et BCD, les lignes de courant sont parallèles aux murs du canal aval et les profondeurs de l'écoulement augmentent et diminuent respectivement.

Le point C est l'intersection des deux ondes transversales. Toutes deux pénètrent dans des zones perturbées, mais aboutissent — en raison de l'inversion — à la zone d'état initial. Il en résulte que les caractéristiques dans la zone CDEF sont égales à  $h_1$  et  $IF_1$ . Cependant, les lignes de courant ont dévié de  $2\Theta$  par rapport à la direction de l'écoulement initial.

A l'aval de la ligne DFE, une inversion se produit de nouveau : les lignes de courant deviennent parallèles aux murs. La profondeur de l'écoulement augmente dans la zone DFH et diminue dans la zone EFG. Le long du mur AEG, la surface s'élève tout d'abord brusquement puis tombe au-dessous de la profondeur initiale  $h_1$ . L'écoulement devient ainsi agité dans le canal, ce qui nécessite des murs plus hauts que ceux de la zone d'entrée. Une partie importante de l'étude des coursiers porte sur la réduction des sommets des ondes en vue d'obtenir un écoulement presque uniforme.

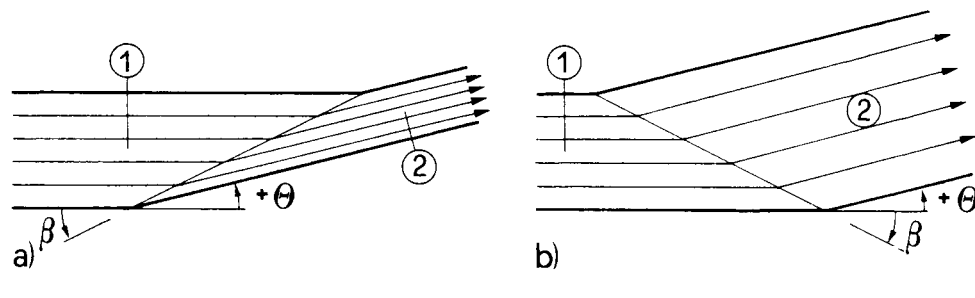
### 2.3. RÉDUCTION DES ONDES STATIONNAIRES

Au cours des cinquante dernières années, un certain nombre de dispositifs relativement simples ont été mis au point pour réduire les sommets des ondes locales. Il est évident que ces dispositifs ne peuvent supprimer totalement les ondes dans n'importe quelles conditions d'écoulement, pour les raisons suivantes :

- les couches limites et les effets de courbure peuvent localement modifier le modèle mathématique;
- les effets de la pente et le frottement sur le mur ne sont pas pris en compte;
- les débits différents du débit de projet ne satisfont pas aux conditions pour l'élimination des ondes.

Ces facteurs ne peuvent être pris en compte que dans des grands modèles physiques ou dans une étude sur modèle numérique de l'écoulement, tenant compte des effets de courbure des lignes de courant. Les méthodes fondamentales de réduction des ondes guideront le choix des techniques de modélisation.

Le moyen le plus efficace pour réduire les ondes transversales est basé sur le principe de l'interférence d'ondes. Selon ce principe, une onde négative est produite pour remplacer une onde positive identique. Par exemple, une déviation de mur positive dans un canal de largeur finie, telle que représentée sur la Fig. 10 a), conduit à une augmentation de la profondeur d'eau  $h_2 > h_1$ . Dans la Fig. 10 b), l'inverse se produit conduisant à une diminution de la profondeur d'eau à l'aval.



The domain upstream of the cross-waves, that is on the left of ACB in Fig. 9, is not influenced by the change of direction, and the streamlines remain parallel to the approaching channel. In the two zones ACE and BCD, the streamlines are parallel to the walls of the downstream channel, and the flow depths have increased and decreased, respectively.

Point C is the intersection of two cross-waves. Both waves continue into perturbed domains, but lead — due to inversion — to the domain of original state. As a result, the characteristics in CDEF are equal to  $h_1$  and  $IF_1$ . However, the streamlines are deflected by  $2\Theta$  relative to the original flow direction.

Downstream from the curve DFE, inversion occurs again, and the streamlines become parallel to walls. The flow depth increases in domain DFH, and decreases in domain EFG. Along the wall AEG, the surface first rises suddenly, and then falls below the initial depth  $h_1$ . The flow in the channel thus becomes tumbling and walls higher than in the approaching zone are needed. An important consideration in the design of chutes is the reduction of wave peaks to obtain almost uniform flow.

### 2.3. REDUCTION OF STANDING WAVES

During the last fifty years, a number of relatively simple means to reduce local wave peaks were developed. Clearly, these may not be considered as a complete removal of waves for any flow condition, since :

- boundary layers and curvature effects may locally modify the computational model;
- slope effects and wall friction are not considered, and
- discharges other than the design discharge do not satisfy the conditions for wave elimination.

These implications can only be accounted for when large physical models are used or the flow is modelled numerically by an approach accounting for streamline curvature effects. The basic methods of wave reduction should guide the more involved modelling techniques.

The most effective means in reducing cross-waves is based on the principle of wave interference. According to this principle, a negative wave is produced to compensate for an identical positive wave. For example, a positive wall deflection in a channel of finite width according to Fig. 10 a) is associated with an increase of flow depth  $h_2 > h_1$ . In Fig. 10 b) the inverse is shown which leads to a decrease of downstream flow depth.

Fig. 10

Principle of wave interference applied to channel of finite width.  
*Principe de l'interférence d'ondes appliqué à un canal de largeur finie.*

- |  |   |
|--|---|
| a) Increasing flow depth and $IF_1 > IF_2$ . | a) <i>Augmentation de la profondeur de l'écoulement et <math>IF_1 &gt; IF_2</math>.</i> |
| b) Decreasing flow depth and $IF_1 < IF_2$ . | b) <i>Diminution de la profondeur de l'écoulement et <math>IF_1 &lt; IF_2</math>.</i>   |

#### 2.4. DÉVIATION INFINIMEMENT PETITE D'UN MUR

Précédemment, la déviation du mur  $\Theta$  avait une valeur finie. Lorsque  $\Theta \rightarrow 0$ , les fonctions  $h$  et  $V$  peuvent être considérées comme continues. Selon von Karman [37], on peut écrire la relation suivante entre la profondeur de l'écoulement et la vitesse locale :

$$dh = \left( \frac{V^2}{g} \right) \operatorname{tg} \beta \, d\Theta \quad (2.12)$$

Si, de plus, la charge de l'écoulement  $H = h + V^2/(2g)$  est considérée comme constante, rapportée au fond rectiligne du canal, la relation :

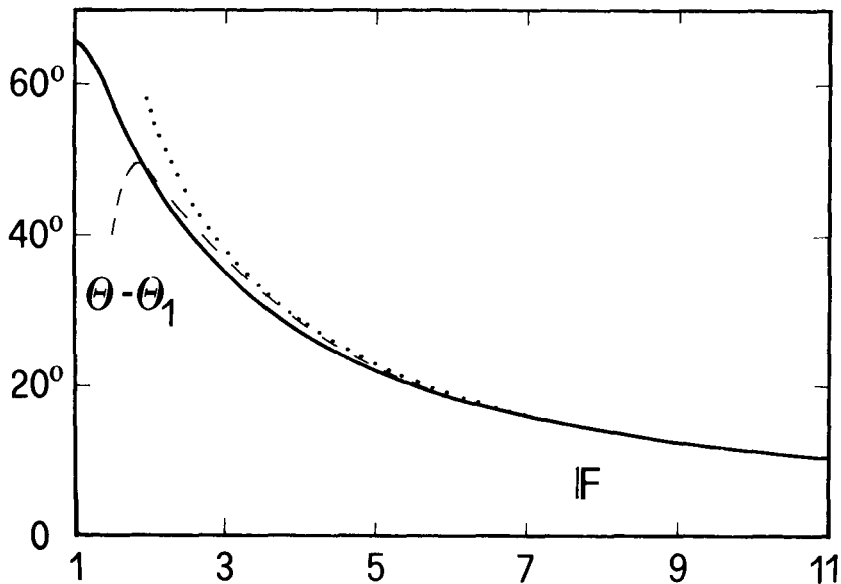
$$\Theta - \Theta_1 = \sqrt{3} \cdot \operatorname{arctg} \left[ \frac{\sqrt{3}}{(\operatorname{IF}^2 - 1)^{1/2}} \right] - \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{(\operatorname{IF}^2 - 1)^{1/2}} \right] \quad (2.13)$$

est obtenue pour la fonction  $\Theta$  (IF). Ici,  $\Theta_1 = \Theta$  (IF<sub>1</sub>) en [rad] correspond à la constante d'intégration dépendant du nombre de Froude IF<sub>1</sub> de l'écoulement entrant. Pour  $\operatorname{IF} > 2$ , l'approximation

$$\Theta - \Theta_1 = \frac{2(\operatorname{IF}^2 - 1,8)}{(\operatorname{IF}^2 - 1)^{3/2}} \quad (2.14)$$

est meilleure que 5% (Fig. 11). Pour  $\operatorname{IF} > 4$ , l'équation (2.14) peut être simplifiée sous la forme suivante :

$$\Theta - \Theta_1 = \frac{2}{\operatorname{IF}} \quad (2.15)$$



## 2.4. INFINITESIMAL WALL DEFLECTION

The wall deflection  $\Theta$  was previously assumed finite. For  $\Theta \rightarrow 0$  one may consider the functions  $h$  and  $V$  as continuous. According to von Karman [37] the following relation holds between flow depth and local velocity :

$$dh = \left( \frac{V^2}{g} \right) \operatorname{tg} \beta \, d\Theta \quad (2.12)$$

Further, if the energy head  $H = h + V^2/(2g)$  is assumed constant relative to the straight channel bottom, the relation :

$$\Theta - \Theta_1 = \sqrt{3} \cdot \operatorname{arctg} \left[ \frac{\sqrt{3}}{(\operatorname{IF}^2 - 1)^{1/2}} \right] - \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{(\operatorname{IF}^2 - 1)^{1/2}} \right] \quad (2.13)$$

is obtained for the function  $\Theta(\operatorname{IF})$ , where  $\Theta_1 = \Theta(\operatorname{IF}_1)$  in [rad] corresponds to the integration constant depending on the approaching Froude number  $\operatorname{IF}_1$ . For  $\operatorname{IF} > 2$  the approximation

$$\Theta - \Theta_1 = \frac{2(\operatorname{IF}^2 - 1.8)}{(\operatorname{IF}^2 - 1)^{3/2}} \quad (2.14)$$

holds better than 5 % (Fig. 11). For  $\operatorname{IF} > 4$ , Eq. (2.14) can even be simplified to :

$$\Theta - \Theta_1 = \frac{2}{\operatorname{IF}} \quad (2.15)$$

Fig. 11

Angle of wall deflection ( $\Theta - \Theta_1$ ) as a function of local Froude number  $\operatorname{IF}$  according to Eq. (2.13).

*Angle de déviation d'un mur ( $\Theta - \Theta_1$ ) en fonction du nombre de Froude local  $\operatorname{IF}$ , d'après l'équation (2.13).*

Approximations : (---) Eq. (2.14),  
(...) Eq. (2.15).

*Approximations : (---) équation (2.14),  
(...) équation (2.15).*

Pour de grandes valeurs de  $IF$ , l'effet de la variation de la profondeur de l'écoulement est faible et on peut admettre la vitesse constante  $V = V_1$  au lieu de  $H = H_1$ . Dans ce cas, la profondeur locale d'écoulement  $h$  varie comme suit [22] :

$$\frac{h}{h_1} = IF_1^2 \cdot \sin^2 \left( \beta \pm \frac{1}{2} \Theta \right) \quad (2.16)$$

où  $IF_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gh_1}}$

Une déviation de mur positive  $+ \Theta$  conduit à une augmentation de profondeur d'écoulement  $h/h_1 > 1$ . Des applications des méthodes de von Karman et de Knapp sont données dans le paragraphe 2.7.

## 2.5. RÉTRÉCISSEMENT D'UN CANAL

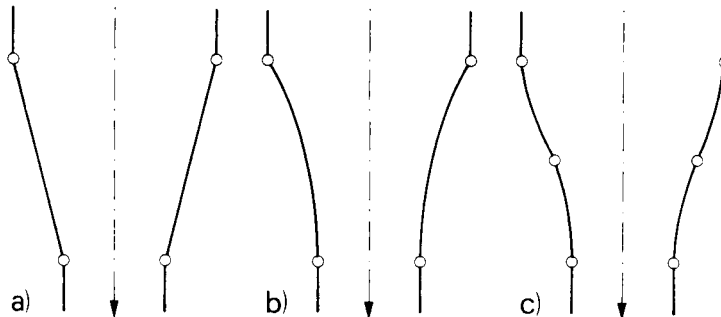
### 2.5.1. Types de rétrécissement

Un rétrécissement de canal dans un écoulement torrentiel se présente aux endroits où :

- la pente du radier est augmentée;
- la rugosité est réduite, ou
- le débit augmente.

Le premier cas est un problème technique. Un rétrécissement bien conçu se caractérise par un écoulement presque uniforme dans la partie de canal rétrécie. Sinon, de fortes ondes transversales se formeront et se manifesteront loin à l'aval; des murs de canal de grande hauteur seront nécessaires. En outre, un tel écoulement peut entraîner beaucoup d'air et un bassin d'amortissement situé à l'extrémité du coursier peut souffrir d'un écoulement entrant dissymétrique.

Un problème important est l'étude du rétrécissement pour passer d'un canal d'entrée de largeur  $b_1$  à un canal de largeur  $b_2 < b_1$ . Täubert [33, 34] a distingué les rétrécissements en forme d'entonnoir, en forme d'éventail et en forme de tuyère (Fig. 12). Le premier type a une forme polygonale entre la partie large et la partie étroite du canal. Dans la forme en éventail, on utilise des arcs circulaires dont la courbure est orientée vers l'écoulement, alors que dans la forme en tuyère deux arcs circulaires sont disposés en S.





For large  $IF$  the effect of variation in flow depth is small and one may assume constant velocity  $V = V_1$  instead of  $H = H_1$ . Then, the local flow depth  $h$  varies as [22] :

$$\frac{h}{h_1} = IF_1^2 \cdot \sin^2 \left( \beta \pm \frac{1}{2} \Theta \right) \quad (2.16)$$

in which  $IF_1 = V_1 / (gh_1)^{1/2}$ .

For positive wall deflection  $+ \Theta$  the relative flow depth is  $h/h_1 > 1$ . Applications of the approaches by von Karman, and Knapp are given in section 2.7.

## 2.5. CHANNEL CONTRACTION

### 2.5.1. Types of contraction

A channel contraction in supercritical flow occurs at locations where :

- the bottom slope is increased;
- the roughness is reduced, or
- the discharge decreases.

Usually, the first case is of engineering concern. A well-designed contraction is characterised by an almost uniform flow in the contracted channel reach. Otherwise, heavy cross-waves may develop which continue far downstream, and channel walls of considerable height are needed. Moreover, such flow may entrain much air, and a stilling basin located at the chute extremity might suffer of asymmetric approach flow.

The design of a contraction from an approaching channel of width  $b_1$  to a channel of width  $b_3 < b_1$  is important. Täubert [33, 34] distinguished between the funnel-shaped, the fan-shaped and the nozzle-shaped contractions (Fig. 12). The first type is of polygonal shape from the wide to the narrow channel portions. For fan-shaped contractions, circular arcs curved against the flow are used, while two circular arcs arranged in an S-shape yield a nozzle-shaped contraction.

Fig. 12

Channel contraction.

*Rétrécissement de canal.*

- a) Funnel.
- b) Fan.
- c) Nozzle.

- a) *Entonnoir.*
- b) *Éventail.*
- c) *Tuyère.*

Le rétrécissement en forme d'éventail présente le minimum de déviations élémentaires et correspond ainsi à la forme optimale du point de vue géométrique. En ce qui concerne le rétrécissement en forme de tuyère, l'arc amont aura un rayon plus petit que l'arc aval. Les rétrécissements en forme d'entonnoir et en forme d'éventail seront examinés ci-après.

### 2.5.2. Rétrécissement en forme d'entonnoir

La Fig. 13 représente un rétrécissement, de tracé rectiligne, avec lignes de courant et ondes transversales. L'indice « 1 » correspond aux conditions d'écoulement à l'entrée,  $h_1$ ,  $V_1$  et  $IF_1 = V_1/(gh_1)^{1/2}$  étant respectivement la profondeur, la vitesse et le nombre de Froude de l'écoulement à l'entrée. Les largeurs du canal d'entrée et du canal de sortie sont respectivement  $b_1$  et  $b_3$ . Pour un angle de rétrécissement arbitraire  $\Theta$ , le schéma de l'écoulement est représenté sur la Fig. 13. L'onde transversale positive, ayant comme origine le point A, est réfléchie sur le mur opposé au point C et pénètre dans le canal aval. Simultanément, des ondes négatives se forment au point D. La superposition des ondes positives et négatives conduit à un écoulement agité (voir Fig. 10). Il en résulte que l'écoulement dans le canal aval connaît des perturbations.

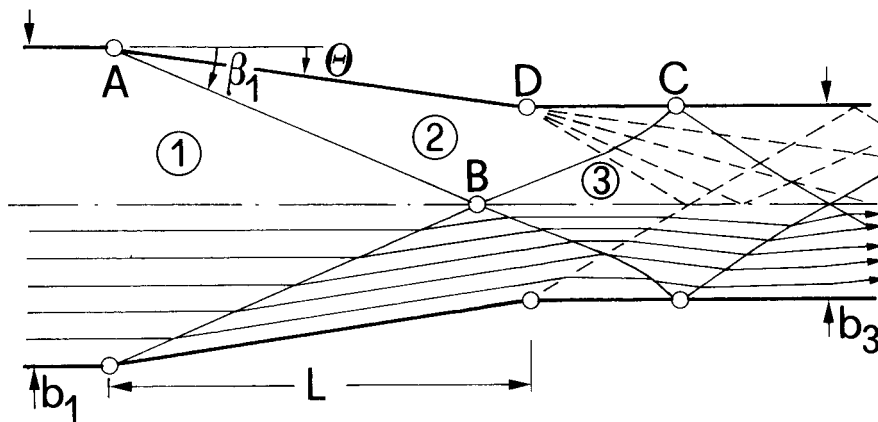


Fig. 13

Schematic flow pattern in channel contraction according to Ippen and Dawson (1951) [16].

Représentation schématique de l'écoulement dans un rétrécissement de canal, d'après Ippen et Dawson (1951) [16].

The fan-shaped contraction has the minimum sum of elementary wall deflections, and thus corresponds to the optimum shape from the geometric point of view. As regards the nozzle-shaped contraction, the radius of the upstream arc should be chosen much smaller than the second radius. In what follows, the funnel- and the fan-shaped contractions will be considered.

### 2.5.2. Funnel-shaped contraction

Fig. 13 shows the straight-lined contraction including streamlines and cross-waves. Index "1" denotes approaching flow conditions, such that  $h_1$ ,  $V_1$  and  $F_1 = V_1/(gh_1)^{1/2}$  are the approaching flow depth, velocity and Froude number. Further  $b_1$  and  $b_3$  are the widths in the approaching and tailwater channels. For any arbitrary contraction angle  $\Theta$  the flow pattern is as shown in Fig. 13. The positive cross-wave with origin at point A is reflected at the opposite wall at point C, and continues into the tailwater. Simultaneously, negative waves are generated at point D. The superposition of both positive and negative waves leads to tumbling flow as already shown by Fig. 10. As a result, the flow in the tailwater channel is far from being without perturbations.

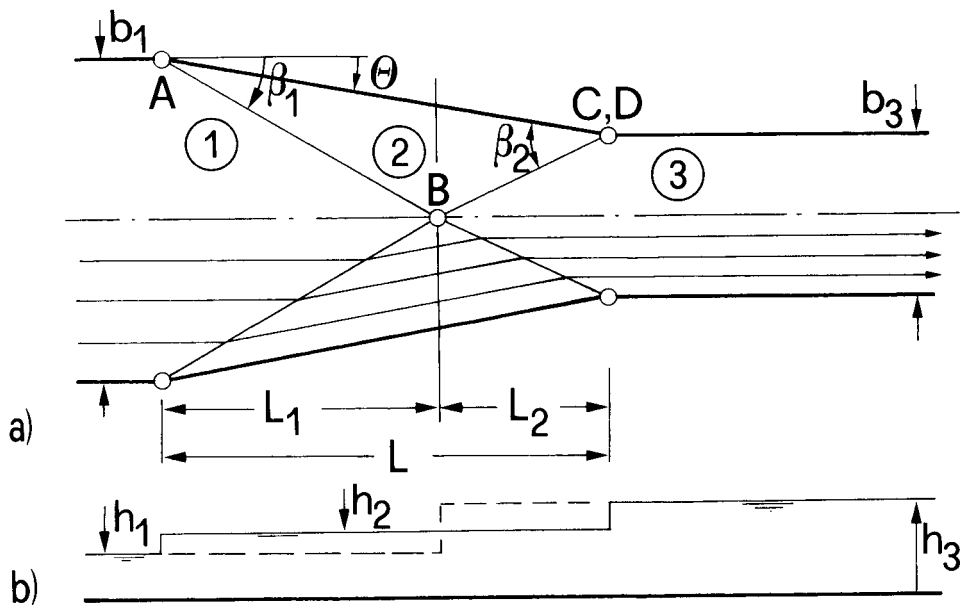


Fig. 14

Design of funnel-shaped contraction according to Ippen and Dawson (1951) [16].

*Conception d'un rétrécissement de canal en forme d'entonnoir, d'après Ippen et Dawson (1951) [16].*

a) Plan view.

b) Longitudinal section with surface profile along (—) walls and (---) channel axis.

a) *Vue en plan.*

b) *Coupe longitudinale avec profil de surface le long des murs (—) et dans l'axe (---) du canal.*

La Fig. 14 représente une nette amélioration de l'écoulement, résultant d'un choix correct de l'angle de rétrécissement. Si l'onde transversale positive est dirigée exactement vers le point D, l'interférence des ondes se produit comme décrit précédemment. L'écoulement qui en résulte dans le canal aval n'a pratiquement pas de perturbations de surface. Il s'ensuit que seul l'écoulement dans la zone (2) n'est pas axial; la Fig. 14 b) représente des profils caractéristiques de surface, le long des murs latéraux et le long de l'axe du canal.

Le cas représenté par la Fig. 14 a fait l'objet d'études complémentaires par Harrison [11] et Sturm [32]. D'après Hager et Bretz [10], l'angle de rétrécissement  $\Theta$  peut être déterminé par la formule approchée suivante :

$$\operatorname{arctg} \Theta = \frac{1}{2 \operatorname{IF}_1} \left( \frac{b_1}{b_3} - 1 \right) \quad (2.17)$$

si  $\Theta < 10^\circ$ .

Pour de plus grandes valeurs de  $\Theta$ , les résultats devront être vérifiés vis-à-vis de l'engorgement, étant donné que  $\operatorname{IF}_3$  peut être proche de l'écoulement critique. Un ressaut hydraulique se produit alors dans le rétrécissement. De tels phénomènes sont à écarter dans tous les cas et on doit assurer une transition progressive de  $\operatorname{IF}_1$  à  $\operatorname{IF}_3$ . La conception sera basée sur une valeur minimale du nombre de Froude aval  $\operatorname{IF}_3 > 2$ , de façon que  $2 < \operatorname{IF}_3 < \operatorname{IF}_1$ .

L'étude se base sur le débit pour lequel la hauteur maximale de l'onde se produit. Ce débit n'est pas connu *a priori*. On considère, en général, le débit maximal comme débit de projet. Pour tous les autres débits, la forme du rétrécissement ne sera pas conforme à l'équation (2.17). Le tracé des ondes doit alors être calculé suivant les méthodes présentées par Bagge et Herbich [4] ou dans le chapitre 2.8, en incluant le frottement sur le mur. Des résultats préliminaires tirés d'une étude sur modèle furent présentés par Cotta et Albina [7] pour les débits s'écartant du débit de projet.

### Exemple 2.2

Soit les caractéristiques de l'écoulement entrant de l'exemple 2.1 :  $h_1 = 0,75$  m et  $\operatorname{IF}_1 = 7,37$ . Quelle est l'angle optimal de convergence  $\Theta$  si la largeur du canal d'entrée est  $b_1 = 20$  m et celle du canal aval  $b_3 = 15$  m?

Avec  $r^{-1} = b_1/b_3 = 1,333$  et  $\operatorname{IF}_1 = 7,37$ , l'équation (2.17) donne  $\operatorname{arctg} \Theta = 1,3^\circ$ . D'après Hager et Bretz [10], le rapport des nombres de Froude est  $\operatorname{IF}_3/\operatorname{IF}_1 = (1/2)(1 + r) = 0,88$ , d'où  $\operatorname{IF}_3 = 6,45 > 2$ . L'engorgement de l'écoulement est ainsi empêché.

### 2.5.3. Rétrécissement en forme d'éventail

Le rétrécissement examiné ci-dessus correspond à des convergences relativement faibles  $r = b_3/b_1 > 1/3$  à  $1/2$ . Si le rapport  $r$  est plus petit, par exemple de l'ordre de  $1/5$ ,  $\operatorname{IF}_1$  doit être supérieur à 10 afin que  $\operatorname{IF}_3 > 2$ . Dans ces cas, la surface en plan devient excessive. Il en résulte que les canaux fortement rétrécis doivent être traités différemment.

Hartung et Knauss [12] ont attribué une surface minimale aux rétrécissements de canaux, en forme d'éventail. Ce type d'ouvrage sera, en particulier, conçu pour les évacuateurs de crue dont le seuil est arqué. La section d'entrée à l'aval du seuil de l'évacuateur a un rayon  $R_1$  (Fig. 15). Les caractéristiques de ce rétrécissement

Fig. 14 shows a significant improvement of flow pattern based on a correct choice of the angle of contraction  $\Theta$ . If the positive cross-wave is exactly directed to point D, wave interference occurs as previously described. The resulting tailwater flow is then practically free from surface perturbations. As a consequence, only the flow in domain (2) is non-axial, and Fig. 14 b) shows typical surface profiles both along the side walls and the channel axis.

The design case as shown in Fig. 14 was further analysed by Harrison [11] and Sturm [32]. According to Hager and Bretz [10] an approximate expression for contraction angles  $\Theta < 10^\circ$  is

$$\text{arctg } \Theta = \frac{1}{2} \frac{1}{\text{IF}_1} \left( \frac{b_1}{b_3} - 1 \right) \quad (2.17)$$

For larger  $\Theta$ , the result should be checked against choking as  $\text{IF}_3$  may be close to critical flow. Then, a hydraulic jump occurs in the contraction. Such phenomena must be avoided to provide a continuous transition from  $\text{IF}_1$  to  $\text{IF}_3$ . The design should be based on a minimum downstream Froude number  $\text{IF}_3 > 2$ , such that  $2 < \text{IF}_3 < \text{IF}_1$ .

The design is based on the discharge with the maximum wave height. This discharge is not known *a priori*. Usually, the maximum discharge is assumed as the design discharge. For all other discharges, the contraction shape will not conform to Eq. (2.17). The wave pattern must then be computed according to approaches presented by Bagge and Herbich [4] or in section 2.8 by including wall friction. Preliminary results from a model study for the off-design case were presented by Cotta and Albina [7].

### Example 2.2

Consider the approaching characteristics of example 2.1, that is  $h_1 = 0.75$  m and  $\text{IF}_1 = 7.37$ . What is the optimum angle of convergence  $\Theta$  if the approaching width  $b_1 = 20$  m and the downstream width  $b_3 = 15$  m are considered?

With  $r^{-1} = b_1/b_3 = 1.333$  and  $\text{IF}_1 = 7.37$ , one may obtain from Eq. (2.17)  $\text{arctg } \Theta = 1.3^\circ$ . According to Hager and Bretz [10], the ratio of Froude number is  $\text{IF}_3/\text{IF}_1 = (1/2)(1 + r) = 0.88$ , thus  $\text{IF}_3 = 6.45 > 2$ . Choking flow is thus inhibited.

### 2.5.3. Fan-shaped contraction

The preceding referred to relatively modest contraction ratios  $r = b_3/b_1 > 1/3$  to  $1/2$ . However, if the ratio  $r$  is in the range  $1/5$ , then  $\text{IF}_1$  must be larger than 10 in order that  $\text{IF}_3 > 2$ . In such cases, the area covered in plan view is excessive and the highly contracting channel must be treated differently.

Hartung and Knauss [12] attributed a minimum area to fan-shaped channel contractions. This type of structure is typically designed for arc-crested spillways. The entrance section downstream from the spillway crest has a radius  $R_1$  (Fig. 15). The features of this contraction are a fan-type intake, a contracting channel and a

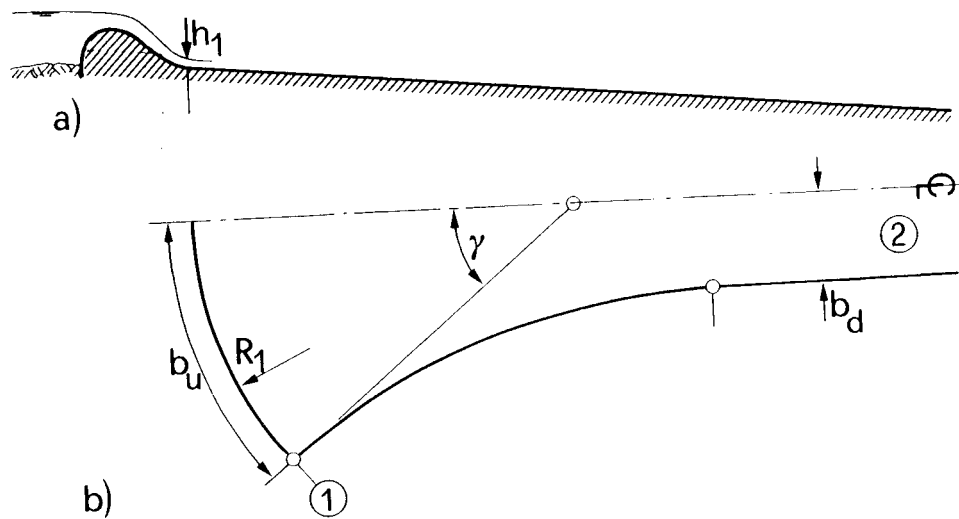


Fig. 15

Fan-shaped contraction downstream from a spillway.

Rétrécissement en forme d'éventail à l'aval d'un évacuateur de crue.

- a) Sectional view.  
 b) Plan view.  
 (1) Entrance section.  
 (2) Tailwater channel.

- a) Coupe longitudinale.  
 b) Vue en plan.  
 (1) Entrée.  
 (2) Sortie.

sont : une prise d'eau en forme d'éventail, un canal convergent et un coursier aval prismatique. Le rapport de convergence est  $m = b_d/b_u$  et l'angle au centre  $\gamma$ . Le radier à l'aval de la zone d'entrée est une surface plane et a généralement une pente longitudinale constante.

Les conditions d'écoulement à l'entrée (1) sont : la profondeur de l'écoulement  $h_1$ , la vitesse moyenne  $V_1$  et la charge  $H_1$ . En supposant un rétrécissement entièrement symétrique sans obstacles, tels que des murs guideaux, l'écoulement tend à se concentrer au centre de courbure M, la zone DE le long du mur latéral étant privée d'écoulement (Fig. 16). Cet effet est dû à la composante de la force centrifuge agissant sur les particules se déplaçant le long des lignes de courant courbes. La profondeur maximale de l'écoulement  $h_M$  est située au point C. Plus à l'aval, le profil de surface dans l'axe diminue jusqu'au point F, puis atteint un deuxième maximum au point H.

L'onde transversale venant du point M intersecte le mur au point E. Sa hauteur maximale  $h_m$  se situe au point I, légèrement à l'aval de E, et détermine la hauteur du mur latéral. Plus à l'aval, un écoulement torrentiel avec surface agitée s'établit.

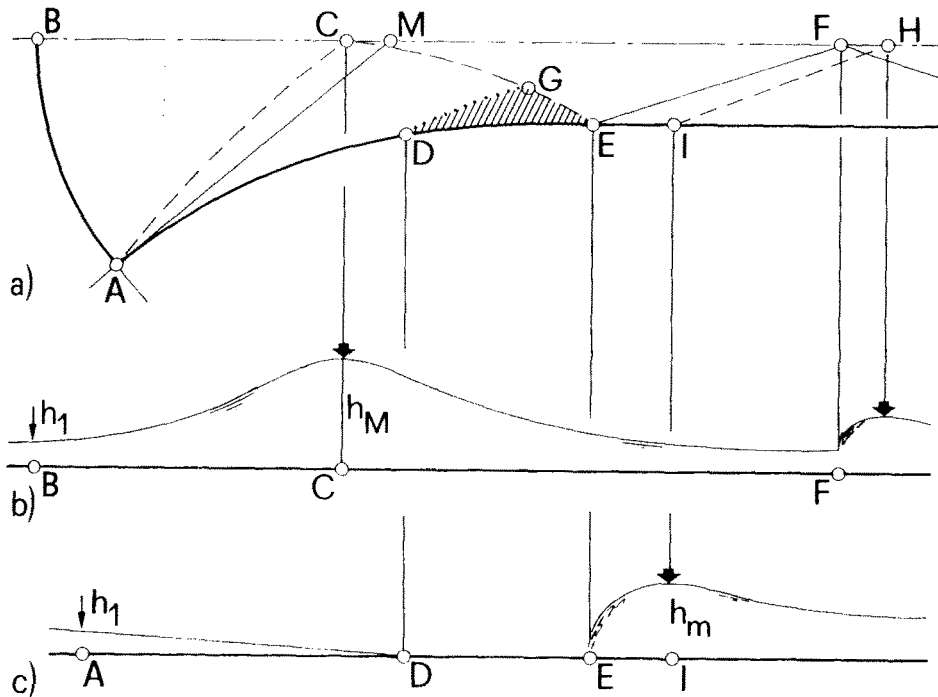


Fig. 16

Flow features in planar fan-type contraction.

*Caractéristiques de l'écoulement dans un rétrécissement en forme d'éventail.*

a) Plan view.

a) *Vue en plan.*

b) Axial cross-section.

b) *Coupe longitudinale dans l'axe.*

c) Surface profile along the wall.

c) *Profil de la surface le long du mur.*

prismatic tailwater chute. The contraction ratio is  $m = b_d/b_u$  and the sector angle  $\gamma$ . The invert downstream from the entrance section is planar and normally of constant longitudinal slope.

The flow conditions at the entrance section (1) are flow depth  $h_1$ , average velocity  $V_1$  and energy head  $H_1$ . Assuming a fully symmetrical contraction without any obstacles such as guiding walls, the flow tends to concentrate to the center of curvature M, associated with a domain of zero flow along the side wall DE (Fig. 16). This effect must be attributed to the centrifugal force component acting on particles moving along curved streamlines. The maximum flow depth  $h_M$  occurs at point C. Further downstream, the axial surface profile decreases to a minimum at point F and reaches a second maximum at point H.

The cross-wave from point M intersects the wall at point E. Its maximum  $h_m$  is slightly downstream at point I and determines the height of the side wall. Further downstream the well-known and previously described tumbling surface pattern of supercritical flow is established.

Les deux valeurs relatives  $y_M = h_M/H_1$  et  $y_m = h_m/H_1$  dépendent de  $IF_1$  et de la pente du radier  $S_o$ . Pour  $S_o \approx 10\%$  et  $\gamma \approx 40^\circ (= 0,70 \text{ rad})$ , on obtient d'après Hartung et Knauss [12] :

$$y_M = 3,66 \gamma (2 + IF_1^2)^{-1/2}, \quad 1 < IF_1 < 3,5 \quad (2.18)$$

$$y_M = 0,915 \left[ 1 - (1,278 - \gamma - 2(2 + IF_1^2)^{-1/2})^{1/2} \right] \quad IF_1 \geq 3,5 \quad (2.19)$$

$\gamma$  étant exprimée en radian.

Pour d'autres pentes de radier, on peut écrire  $y_m = \alpha y_M$ , où  $\alpha < 1$  dépend du rapport de convergence  $m = b_d/b_u$  et du débit à l'entrée. Des valeurs de  $m$  entre  $1/3$  et  $1/2$  seront adoptées pour empêcher la formation d'ondes transversales dans un rétrécissement en forme d'éventail. Les équations (2.18) et (2.19) peuvent être utilisées dans une étude préliminaire. Une étude complète devra, cependant, comprendre une optimisation de la pente du coursier  $S_o$ , de l'angle au centre  $\gamma$  et du rapport de rétrécissement  $m$ . Les résultats de Hartung et Knauss sont préliminaires et s'appliquent exclusivement à une surface plane de radier. Le coefficient  $\alpha$  dépend de plusieurs paramètres et une étude sur modèle est nécessaire pour le projet final des grands ouvrages.

Le Corps des Ingénieurs de l'Armée des États-Unis [35] a mis au point un évacuateur de crue en forme d'éventail pour le barrage Genegantslet, New York. Le projet définitif conduisait à une distribution régulière de l'écoulement au moyen de l'augmentation de la longueur des murs d'entrée. Les conditions d'écoulement sur le coursier étaient également améliorées par un seuil triangulaire avec face amont verticale, à l'entrée du coursier, et par le réaligement des murs latéraux. Michels [26] a présenté une étude dans laquelle un seuil avec avant busqué est associé à un coursier qui converge dans une auge.

Une surface de radier plane est une géométrie très simple du point de vue de la construction, mais est sujette à des restrictions en ce qui concerne l'hydraulique de l'écoulement. Anastasi [3] a étudié un rétrécissement de coursier permettant de supprimer, en grande partie, les ondes transversales au moyen d'un radier ayant une courbure transversale. La Fig. 17 représente un rétrécissement de coursier, en forme d'éventail, ayant une largeur  $b_u$  à l'amont et une largeur  $b_d$  à l'aval. La courbure du mur à l'amont est  $1/R_u$  et la courbure varie le long du rétrécissement suivant une clothoïde, c'est-à-dire que  $R^{-1} = 0$  à l'aval. La Fig. 17 indique également les lignes de courant caractéristiques et les lignes équipotentielles en forme d'arc circulaire de longueur  $b_i$ .  $\tau$  est l'angle de convergence local et  $\tau_u$  l'angle à l'entrée.

Anastasi [2, 3] a présenté une méthode permettant de définir la géométrie de la surface du radier du rétrécissement; cette méthode suppose une variation linéaire du rayon de courbure transversal; au point P :

$$R/R_i = b_i/n_i \quad (2.20)$$

où  $R_i = R_i(x)$  représente la géométrie de la ligne limite du rétrécissement,  $n_i$  est la coordonnée transversale et  $x$  la coordonnée longitudinale mesurée à partir de la section aval. En supposant une charge transversale horizontale et une profondeur d'écoulement transversale constante  $h$ , on obtient le résultat suivant :

$$\frac{dz}{dn} = \frac{V^2}{g R} - S_o \cdot \sin \left( \frac{n_i}{R_i} \right) \quad (2.21)$$



Both relative values  $y_M = h_M/H_1$  and  $y_m = h_m/H_1$  depend on  $IF_1$ , and the bottom slope  $S_o$ . For  $S_o \approx 10\%$  and  $\gamma \approx 40^\circ$  ( $= 0.70$  rad) Hartung and Knauss [12] obtained :

$$y_M = 3.66 \gamma (2 + IF_1^2)^{-1/2}, \quad 1 < IF_1 < 3.5 \quad (2.18)$$

$$y_M = 0.915 \left[ 1 - (1.278 - \gamma - 2(2 + IF_1^2)^{-1/2})^{1/2} \right] \quad IF_1 \geq 3.5 \quad (2.19)$$

in which  $\gamma$  [rad].

For other bottom slopes  $y_m$  may be expressed as  $y_m = \alpha y_M$  wherein  $\alpha < 1$  depends on the contraction ratio  $m = b_d/b_u$  and the approaching discharge. Typically,  $m$  values between  $1/3$  and  $1/2$  should be considered to prevent the formation of cross-waves in the fan. Eqs. (2.18) and (2.19) may be suitable for preliminary design. A definite design should however include an optimization of chute slope  $S_o$ , sector angle  $\gamma$  and contraction ratio  $m$ . The results of Hartung and Knauss are preliminary and apply exclusively to a plane bottom geometry. The coefficient  $\alpha$  depends on many parameters and a model study is necessary for the final design of larger structures.

The US Army, Corps of Engineers [35] developed a fan-shaped spillway for Genegantslet Dam, New York. The final design involved an even distribution of flow by increasing the lengths of the approaching walls. The flow conditions in the chute were also improved by a triangular sill with vertical front face at the chute entrance and by realigned side walls. A unique design was presented by Michels [26] which involved a combination of mitre-prowed weir with a convergent chute into a trough.

A plane bottom geometry is quite simple in terms of construction but restrictive in terms of flow features. Anastasi [3] studied a chute contraction in which cross-waves were largely suppressed by a transversally curved bottom geometry. In Fig. 17 a fan-type chute contraction is shown with upstream width  $b_u$  and downstream width  $b_d$ . The wall curvature of the upstream section is  $1/R_u$ , and the wall curvature along the contraction varies according to a clothoid, that is  $R^{-1} = 0$  at the downstream section. Fig. 17 shows also typical streamlines and circular arc-shaped equipotential lines of length  $b_i$ . The local angle of convergence is  $\tau$  and  $\tau_u$  is the angle at the entrance section.

Anastasi's [2, 3] approach for the bottom surface of contraction geometry assumes a linear variation of transverse radius of curvature, that is at point P :

$$R/R_i = b_i/n_i \quad (2.20)$$

Herein,  $R_i = R_i(x)$  is the geometry of contraction boundary,  $n_i$  the transverse coordinate and  $x$  the longitudinal coordinate measured from the downstream section. Assuming a horizontal transverse energy head, and a constant transverse flow depth  $h$ , the transverse bottom slope obtains :

$$\frac{dz}{dn} = \frac{V^2}{gR} - S_o \cdot \sin \left( \frac{n_i}{R_i} \right) \quad (2.21)$$

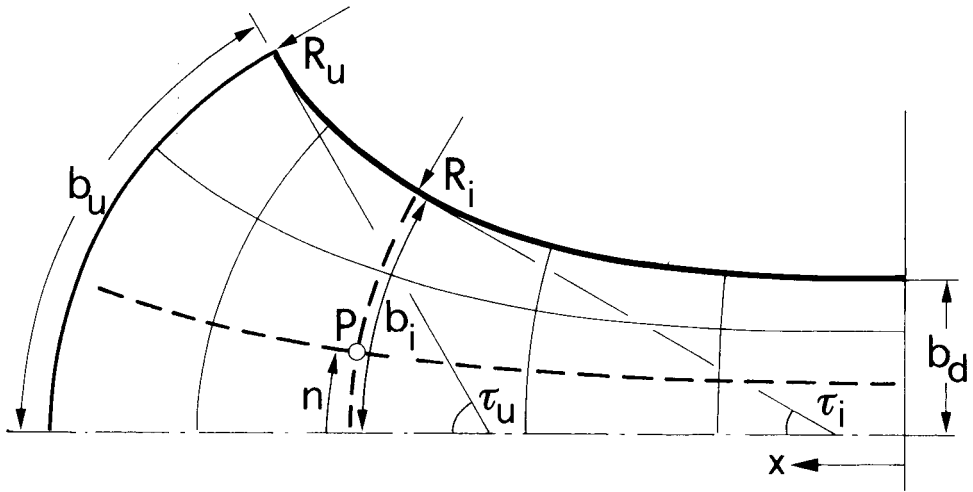


Fig. 17

Fan-type chute contraction. Notation.  
*Rétrécissement de coursier en forme d'éventail. Notation.*

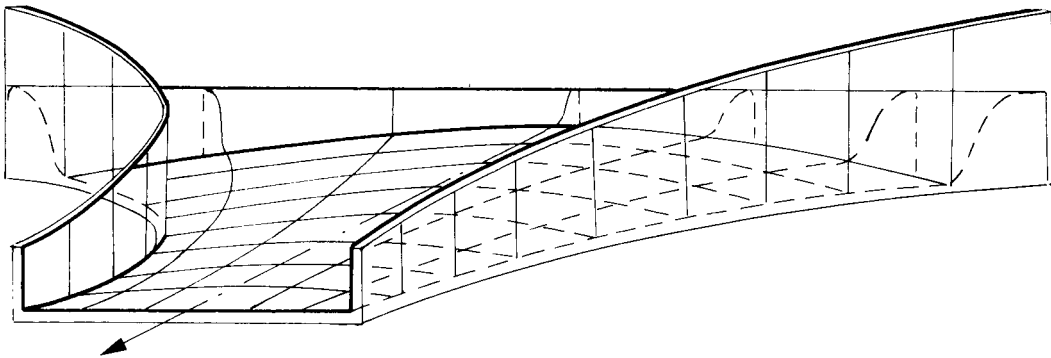
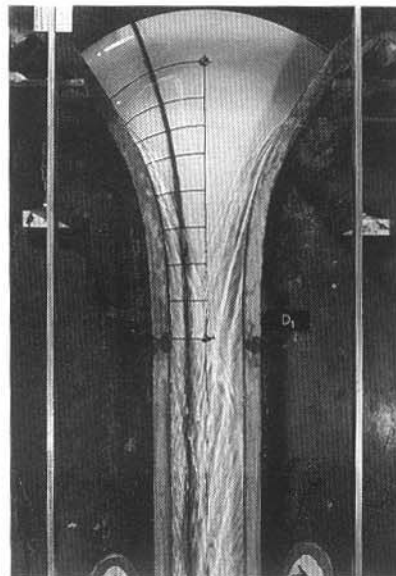
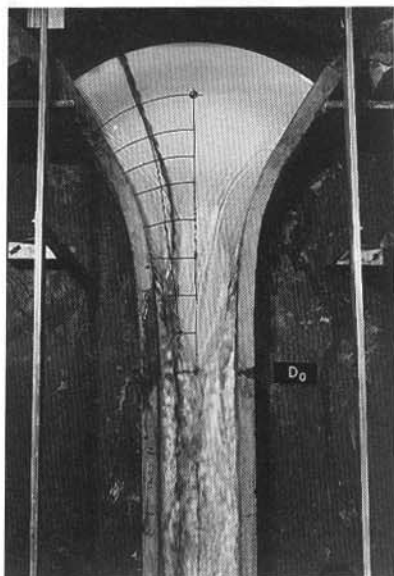
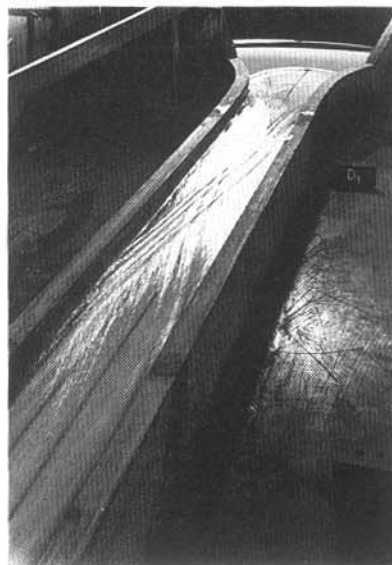


Fig. 18

View of curved bottom geometry  
of fan-type contraction (Anastasi, 1982) [3].  
*Vue en perspective de la géométrie courbe du radier  
d'un rétrécissement en forme d'éventail (d'après Anastasi, 1982) [3].*



a)

b)

Fig. 19

Differences in flow surfaces — side view (top) and plane (bottom).

*Différences de surface d'écoulement — en haut : vue de côté; en bas : vue en plan.*

a) Plane bottom.

a) Radier plan.

b) Curved bottom.

b) Radier courbe.

Suivant l'équation (2.21), la pente transversale du radier est égale à la somme du rapport entre l'accélération centrifuge et l'accélération de la pesanteur, et de la composante de pente transversale due à la pente longitudinale  $S_0$ . La Fig. 18 donne une configuration caractéristique de radier.

Les vues de la Fig. 19 comparent des ouvrages de prise d'eau, en forme d'éventail, pour deux géométries : *a)* radier plan, *b)* radier convexe. Les différences de surface d'écoulement sont significatives. Des essais ont démontré que les radiers convexes amélioreraient beaucoup l'écoulement même pour des débits différents du débit de projet. Par rapport à la suppression des ondes basée sur le principe de l'interférence (voir ci-dessus), le radier convexe peut ainsi être considéré comme une adaptation souple à un écoulement même torrentiel.

Le principe de la compensation de l'accélération centrifuge par l'accélération de la pesanteur fut appliqué par Vischer [36] aux élargissements, aux rétrécissements en forme d'éventail et aux raccords. Actuellement, ce moyen de réduire les ondes transversales est limité aux courbes de canal.

## 2.6. ÉLARGISSEMENT D'UN CANAL

Les écoulements sortant d'une conduite, d'un évacuateur de crue ou d'un coursier à pente raide peuvent déboucher dans un canal aval de largeur plus grande.



Fig. 20

Cross-wave formation at abrupt channel expansion.

*Formation d'ondes transversales dans un élargissement brusque d'un canal.*

According to Eq. (2.21) the transverse slope of the bottom is equal to the sum of the ratio between centrifugal to gravitational accelerations, and the transverse slope component due to longitudinal slope  $S_o$ . Fig. 18 shows a typical bottom configuration.

Fig. 19 compares fan-type intake structures for the plane and the convex bottom geometries. The differences in flow surfaces are significant. Experiments verified that convex bottoms greatly improve flows even at non-design discharge. Compared to the interference-type wave suppression as discussed previously in this section, the convex bottom geometry may thus be regarded as a flexible adaptation to even supercritical flow.

The principle of compensating the centrifugal acceleration with gravitation was further applied by Vischer [36] to expansions, funnel-type contractions and junctions. This method of reducing cross-waves is actually restricted to channel curves.

## 2.6. CHANNEL EXPANSION

Flow from a closed conduit, spillway or steep chute may emerge to a downstream channel with a larger width. If the transition from the narrow to the

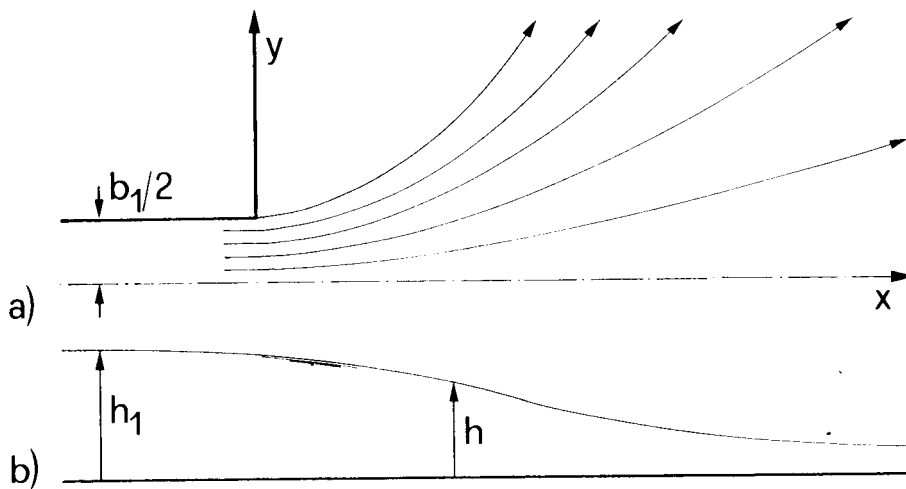


Fig. 21

Infinitely expanding channel.

*Canal avec élargissement infini.*

a) Plan view.

a) *Vue en plan.*

b) Side view along channel axis.

b) *Profil le long de l'axe du canal.*

Si la transition entre le canal étroit et le canal plus large est trop brusque, des ondes transversales importantes peuvent se former comme le montre la Fig. 20. Par contre, une transition trop progressive conduit à un ouvrage de grande longueur et coûteux.

Rouse *et al.* [28] ont étudié des élargissements de canal dans lesquels la pente de frottement est égale à la pente du radier. Pour un canal avec élargissement infini (Fig. 21), on a démontré que la surface libre  $h(x, y)$  dépendait seulement de la profondeur  $h_1$ , de la largeur relative  $b_1/h_1$  et du nombre de Froude  $IF_1 = Q/(gb_1^2h_1^3)^{1/2}$  de l'écoulement entrant. Pour des canaux d'entrée relativement larges ( $h_1/b_1 \ll 1$ ), la distribution des pressions est presque hydrostatique sauf dans la zone latérale de l'élargissement. La profondeur relative est donnée par :

$$\frac{h}{h_1} = f\left(\frac{x}{b_1}, \frac{y}{b_1}, IF_1\right) \quad (2.22)$$

En outre, les deux paramètres indépendants  $x/b_1$  et  $IF_1$  peuvent être associés linéairement sous la forme  $[(x/b_1)IF_1^{-1}]$ . La Fig. 22 donne une représentation graphique générale pour  $2 < IF_1 < 8$ . Rouse *et al.* [28] ont déterminé une courbe limite  $y_L(x)$  contenant 90 % du débit, pour  $f_c = 1$ , et pouvant être définie par l'équation suivante :

$$\frac{y_L}{b_1} = \frac{1}{2} \left[ 1 + f_c \left( \frac{x}{b_1 IF_1} \right)^{3/2} \right] \quad (2.23)$$

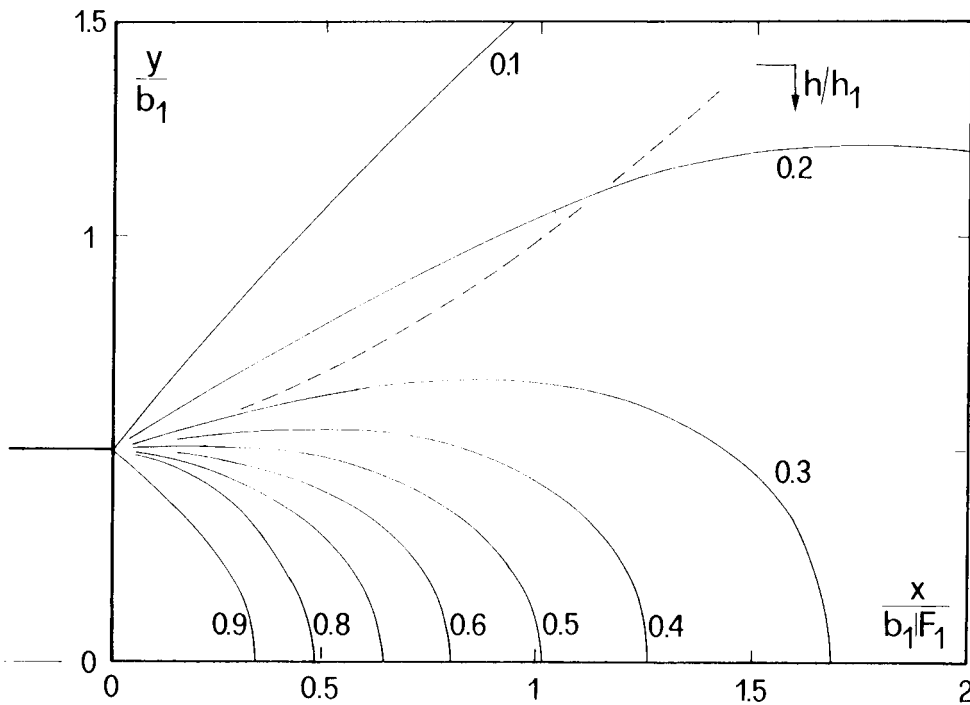


Fig. 22

Generalized surface plot  $h/h_1$  for  $2 < IF_1 < 8$   
(Rouse *et al.*, 1951) [28]. (---) Eq. (2.23).

Graphique général de la surface  $h/h_1$ , pour  $2 < IF_1 < 8$   
(d'après Rouse *et al.*, 1951) [28]. (---) équation (2.23).

wider channel is too abrupt, large cross-waves occur as shown in Fig. 20. On the other hand, if the transition is too gradual, the design is long and uneconomical.

Rouse *et al.* [28] considered the design of channel expansions in which the friction slope equals the bottom slope. For an infinitely expanding channel (Fig. 21), the free surface  $h(x, y)$  was found to be a function of the inflow depth  $h_1$ , the relative inflow width  $b_1/h_1$  and the inflow Froude number  $IF_1 = Q/(gb_1^3h_1)^{1/2}$ . For relatively wide approaching channels ( $h_1/b_1 \ll 1$ ), the pressure distribution is almost hydrostatic except for the lateral expansion area. Thus, the relative depth is given by :

$$\frac{h}{h_1} = f\left(\frac{x}{b_1}, \frac{y}{b_1}, IF_1\right) \quad (2.22)$$

Further the two independent parameters  $x/b_1$  and  $IF_1$  may be combined linearly into  $[(x/b_1)IF_1^{-1}]$ . Fig. 22 shows a generalized contour plot for  $2 < IF_1 < 8$ . Rouse, *et al.* [28] determined a limit curve  $y_L(x)$  which enclosed 90 % of discharge, for  $f_c = 1$ , and may be expressed as :

$$\frac{y_L}{b_1} = \frac{1}{2} \left[ 1 + f_c \left( \frac{x}{b_1 IF_1} \right)^{3/2} \right] \quad (2.23)$$

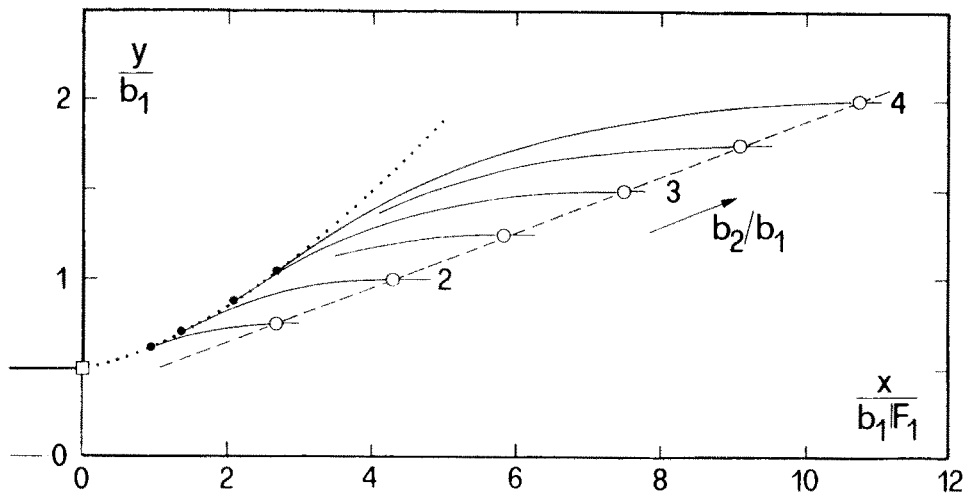


Fig. 23

Generalized geometry of expansion  
with (...) Eq. (2.23) with  $f_c = 1/4$  and (---) Eq. (2.24).

Représentation géométrique générale d'un élargissement,  
suivant l'équation (2.23) avec  $f_c = 1/4$  (...) et l'équation (2.24) (---).

Il y a lieu de noter que la Fig. 22 est seulement applicable aux faibles pentes de radier. Pour les fortes pentes, l'écoulement a tendance à moins s'étendre latéralement.

Une zone de transition depuis le canal d'entrée de largeur  $b_1$  jusqu'au canal aval de largeur  $b_2$  est souvent nécessaire. Pour des valeurs finies de  $b_2/b_1$ , on peut utiliser l'équation (2.23) avec  $f_c = 1/4$  pour représenter la courbe d'extension limite à laquelle on doit ajouter une courbe convergente. La Fig. 23 présente une étude générale. La longueur de la zone de transition  $L_t$  est déterminée comme suit :

$$\frac{L_t}{b_1 IF_1} = 1 + 3,25 \left( \frac{b_2}{b_1} - 1 \right), \quad \frac{b_2}{b_1} < 5 \quad (2.24)$$

Par rapport aux rétrécissements de canal, un élargissement de canal conduit à une géométrie à lignes courbes. D'après Rouse *et al.* [28], la conception représentée sur la Fig. 23 donne un écoulement sortant essentiellement uniforme.

Des études sur l'écoulement torrentiel dans un élargissement ont été également effectuées par Koch [23] lors de l'analyse de deux jets se heurtant contre un canal horizontal, et par Herbich et Walsh [14] avec utilisation d'une méthode numérique. Cependant, leurs observations s'écartaient beaucoup des résultats des calculs, ce qui fut attribué au fait d'avoir négligé les effets du frottement sur le mur et de la courbure. L'étude de Rouse peut servir d'approche grossière dans un projet, bien que la longueur de la zone de transition  $L_t$  soit très grande.

## 2.7. COURBES

Les courbes d'un canal à écoulement libre perturbent un écoulement torrentiel de la même façon que les rétrécissements. Le mur courbe extérieur correspond à une déviation positive et le mur courbe intérieur à une déviation négative. Ces deux déviations conduisent à une surface d'écoulement complexe, comme l'ont déjà montré Ippen et Knapp [18], et Knapp [22] proposa une méthode d'étude. Comme représenté sur la Fig. 24 a), l'écoulement torrentiel courbe dans le canal est caractérisé par un type d'ondes stationnaires. Un couple de niveaux d'ondes, l'un maximal et l'autre minimal, se manifeste à  $\Theta, 2\Theta, \dots$  à partir de la section d'entrée. Chaque maximum sur le mur courbe extérieur est suivi d'un minimum.

Avec  $\beta_0 = \arcsin (IF_0^{-1})$  comme angle d'onde élémentaire de l'écoulement à l'entrée,  $\Theta$  est relié à la courbure relative du canal par l'équation suivante :

$$\Theta = \text{arctg} \left[ \frac{b/R}{(1 + b/2R) \text{tg} \beta_0} \right] \quad (2.25)$$

La Fig. 24 b) donne une représentation graphique où l'on constate que  $\Theta$  augmente quand le nombre de Froude  $IF_0$  de l'écoulement entrant et la courbure



Note that Fig. 22 is applicable only to small bottom slopes. For large slopes the flow has a tendency to expand less laterally.

A transition from the approaching channel of width  $b_1$  to the downstream channel of width  $b_2$  is often required. For finite values of  $b_2/b_1$  Eq. (2.23) with  $f_c = 1/4$  can be used as the limit expanding curve, to which a converging curve must be added. Fig. 23 presents a generalized design. The length of transition  $L_t$  is :

$$\frac{L_t}{b_1 IF_1} = 1 + 3.25 \left( \frac{b_2}{b_1} - 1 \right), \quad \frac{b_2}{b_1} < 5 \quad (2.24)$$

Compared to channel contractions, a channel expansion involves a curved expansion geometry. According to Rouse, *et al.* [28], the design according to Fig. 23 gives an essentially uniform outflow. The approach was not checked for discharges other than the design discharge.

Supercritical expanding flow were also studied by Koch [23] when analyzing two impinging jets on a horizontal channel, and by Herbich and Walsh [14] using a numerical approach. Their observations were in poor agreement with the computations, however, and the deviation was attributed to the neglect of wall friction and curvature effects. Presently, the design of Rouse can be taken as a rough design guide although the length of transition  $L_t$  is extremely long.

## 2.7. BENDS

Open channel bends perturb a supercritical flow similarly to contractions. The outer bend wall corresponds to a positive deflection, and the inner bend wall to a negative deflection. Both yield a complex surface pattern, as described by Ippen and Knapp [18] and Knapp [22] proposed a design procedure. Curved supercritical channel flow is characterized by a standing wave pattern (Fig. 24 *a*). A pair of maximum and minimum wave elevations occurs at locations  $\Theta, 2\Theta, \dots$  from the inflow section. Each maximum at the outer bend wall is followed by a minimum.

The elementary wave angle of the approaching flow  $\beta_0 = \arcsin (IF_0^{-1})$  is related to the angle  $\Theta$  and the relative channel curvature as :

$$\Theta = \operatorname{arctg} \left[ \frac{b/R}{(1 + b/2R) \operatorname{tg} \beta} \right] \quad (2.25)$$

According to Fig. 24 *b*) the angle  $\Theta$  is seen to increase with both increasing inflow Froude number  $IF_0$  and relative curvature  $b/R$ . The domain of small  $IF_0$

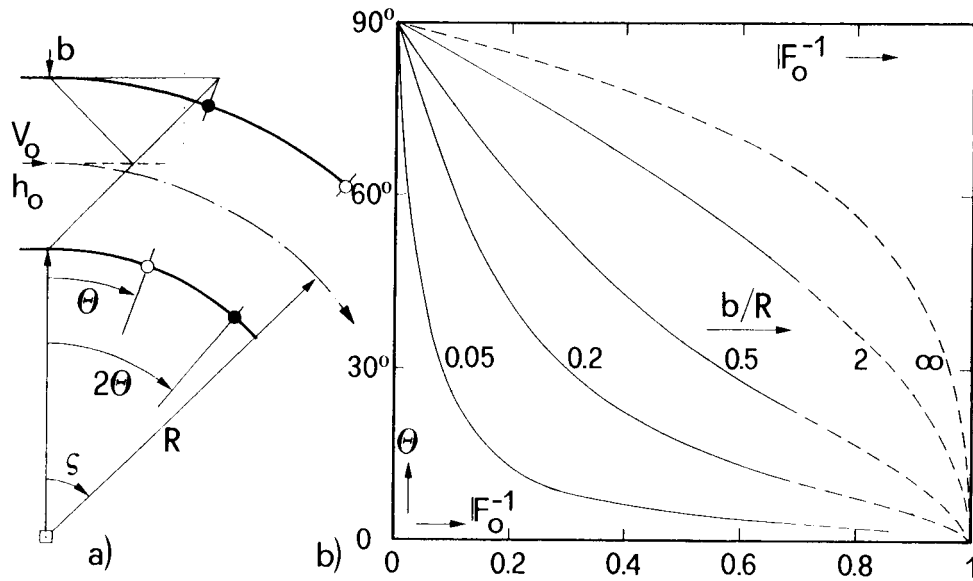


Fig. 24

Supercritical flow in bend.

Écoulement torrentiel dans une courbe.

- |  |   |
|--|---|
| <p>a) Schematic flow pattern with ● wave maximum and ○ wave minimum.</p> <p>b) Angle <math>\Theta</math> as a function of <math>IF_o^{-1}</math> and <math>b/R</math> (Sinniger and Hager, 1989) [31].</p> | <p>a) Représentation schématique de l'écoulement : ● onde maximale, ○ onde minimale.</p> <p>b) Angle <math>\Theta</math> en fonction de <math>IF_o^{-1}</math> et de <math>b/R</math> (d'après Sinniger et Hager, 1989) [31].</p> |
|--|---|

relative  $b/R$  augmentent. La zone des faibles valeurs de  $IF_o$  (lignes-tirets de la Fig. 24 b) est une zone où se forment des ressauts ondulés. Pour les grandes valeurs de  $IF_o$  et  $b/R < 1/2$ , l'équation (2.25) peut s'écrire sous une forme approchée :

$$\text{tg } \Theta = \left( \frac{b}{R} \right) IF_o \quad (2.26)$$

Les hauteurs minimale et maximale (indice « e ») des ondes peuvent être calculées à partir des équations (2.16) et (2.25). Dans la Fig. 25,  $y_e = \pm h_e/h_o$  est représenté graphiquement en fonction du nombre de Froude  $IF_o$  de l'écoulement à l'entrée et de la courbure relative  $b/R$  de la courbe. Si  $(b/2R)IF_o^2 < 1$ , les hauteurs des ondes extrêmes peuvent s'exprimer sous la forme suivante tirée de l'éq. (2.26) :

$$y_e = \left( 1 \pm \frac{b}{2R} IF_o^2 \right)^2 \quad (2.27)$$

Suivant l'équation (2.27),  $y_e$  est toujours du côté prudent et ne sera appliqué que pour les faibles valeurs de  $b/R < 0,5$ .

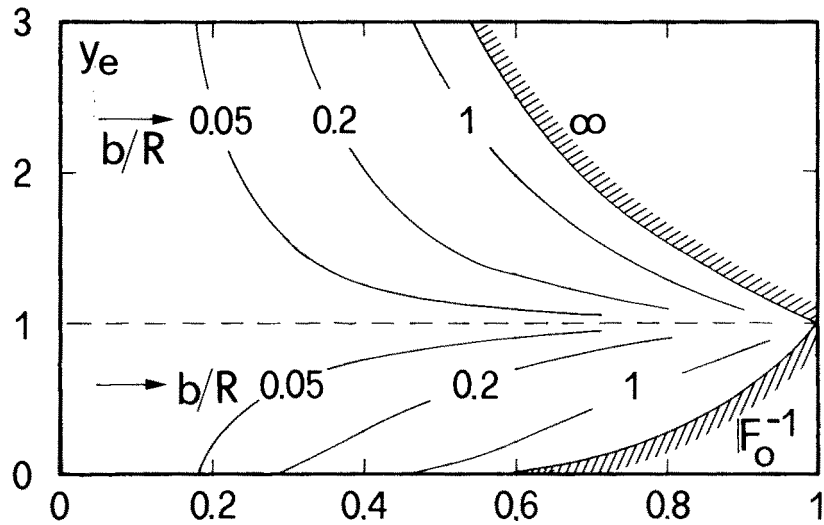


Fig. 25

Extreme wave heights  $y_e$  as a function of  $IF_0$  and  $b/R$   
(Sinniger and Hager, 1989) [31].

*Hauteurs des ondes extrêmes  $y_e$  en fonction de  $IF_0$  et de  $b/R$   
(d'après Sinniger et Hager, 1989) [31].*

shown dashed in Fig. 24 b)) is a region of undular jumps. For large  $IF_0$  and  $b/R < 1/2$ , Eq. (2.25) may be approximated as :

$$\operatorname{tg} \Theta = \left( \frac{b}{R} \right) IF_0 \quad (2.26)$$

The minimum and maximum (index « e ») wave heights can be computed with Eqs. (2.16) and (2.25). In Fig. 25,  $y_e = \pm h_e/h_0$  are plotted as a function of approaching Froude number  $IF_0$  and relative bend curvature  $b/R$ . Provided  $(b/2R)IF_0^2 < 1$ , the extreme wave heights  $y_e$  may be approximated based on Eq. (2.26) as :

$$y_e = \left( 1 \pm \frac{b}{2R} IF_0^2 \right)^2 \quad (2.27)$$

$y_e$  according to Eq. (2.27) is always on the safe side and should be applied only for small values of  $b/R < 0.5$ .

### Exemple 2.3

Soit un canal de largeur  $b = 15$  m, de profondeur d'écoulement  $h = 0,75$  m et de nombre de Froude  $IF_0 = 7,0$ . Quelles sont les caractéristiques de l'écoulement dans une courbe de rayon de courbure  $R = 75$  m et d'angle de déviation  $\zeta = 70^\circ$ ?

Avec  $\beta_0 = \arcsin (IF_0^{-1}) = 8,2^\circ$  et  $b/R = 0,2$ , l'équation (2.25) donne  $\Theta = 51,5^\circ$ ; d'où  $\beta \pm 1/2 \Theta = 8,2^\circ \pm 25,8^\circ$ . Pour l'onde maximale, on a  $y_{\max} = 9,28$  d'après l'équation (2.16); la profondeur maximale de l'écoulement est donc dix fois environ supérieure à la profondeur de l'écoulement à l'entrée. A l'évidence, ce projet est mauvais et on doit rechercher des moyens pour réduire l'onde maximale.

## 2.8. RÉDUCTION DES ONDES AVAL

D'après l'équation (2.27), les extrêmes des ondes augmentent de façon significative avec le nombre de Froude  $IF_0$  de l'écoulement entrant; les ondes peuvent aussi continuer à se manifester sur un long parcours dans le canal aval. Cela n'est pas souhaitable des points de vue hydraulique et économique. Knapp [22] a proposé un certain nombre de moyens permettant de réduire les ondes dans des canaux courbes. Ces moyens comprennent :

— Relèvement de la courbe, en donnant au radier une pente transversale  $S_t$  pour s'opposer à la pente centrifuge. D'après les principes de la mécanique, on a :

$$S_t = \frac{V_0^2}{gR} \quad (2.28)$$

Le relèvement doit être progressif, en partant d'une pente transversale nulle au début de la courbe pour atteindre la valeur définitive à l'emplacement de la première onde maximale. Le relèvement présente un sérieux inconvénient, à savoir que  $S_t$  dépend de la vitesse  $V_0$  à l'entrée et donc du débit  $Q$ . Cependant, par rapport à  $S_t = 0$ , son effet pour un débit s'écartant du débit de projet est une amélioration de l'écoulement.

— Ailettes courbes multiples, en insérant des éléments concentriques dans la courbe, ce qui conduit à une courbe plus étroite.

— Interférence, comme cela est appliqué dans le cas des rétrécissements.

Parmi ces trois méthodes, le relèvement s'adapte le mieux aux canaux où la vitesse d'entrée ne varie pas beaucoup. Afin que le niveau maximal de la surface reste bas, le mur intérieur est abaissé (Fig. 26), ce qui peut conduire à un coût d'excavation supplémentaire. L'utilisation d'ailettes est restreinte à cause des transports solides. Également, les ailettes perturberont l'écoulement et créeront une nouvelle configuration d'ondes transversales. Un grave inconvénient des ailettes et des seuils est le risque de cavitation pour des vitesses relativement grandes. Des ailettes peuvent être incorporées comme des piles de pont. Les courbes en spirale ne sont pas recommandées du fait qu'elles n'améliorent pas l'écoulement. L'utilisation de canaux non rectangulaires sera également évitée si possible. Les résultats présentés s'appliquent à des nombres de Froude supérieurs à 1,5 afin d'exclure les ressorts ondulés.

### Example 2.3

Given a channel of width  $b = 15$  m, flow depth  $h = 0.75$  m and Froude number  $IF_o = 7.0$ . What are the flow features in a curve of which the radius is  $R = 75$  m and the angle of deviation  $\zeta = 70^\circ$ ?

With  $\beta_o = \arcsin(IF_o^{-1}) = 8.2^\circ$  and  $b/R = 0.2$ , Eq. (2.25) yields  $\Theta = 51.5^\circ$ , and thus  $\beta \pm 1/2 \Theta = 8.2^\circ \pm 25.8^\circ$ . The wave maximum thus obtains  $y_{\max} = 9.28$  according to Eq. (2.16). The maximum flow depth is thus almost ten times as large as the approaching depth. Clearly, this design would be poor, and means to reduce the wave maximum must be sought.

## 2.8. REDUCTION OF TAILWATER WAVES

According to Eq. (2.27) the wave extrema increase significantly with the approaching Froude number  $IF_o$ . Also, the waves may persist over a long reach in the tailwater channel. This feature is undesirable both from hydraulic and economic points of view. Knapp [22] suggested a number of means by which the wave pattern in curved channels may be reduced. These include :

— Curve banking by providing a transverse bottom slope  $S_t$  to counter the centrifugal slope. According to basic mechanics, the slope is given by :

$$S_t = \frac{V_o^2}{gR} \quad (2.28)$$

The banking must be gradual, starting from zero transverse slope at the beginning of curve to the final value at about the location of the first wave maximum. A serious disadvantage of banking is that the slope  $S_t$  depends on the approach velocity  $V_o$ , and therefore on the discharge  $Q$ . Yet, its effect for off-design discharge is improving the flow as compared to  $S_t = 0$ .

— Multiple curved vanes, by inserting concentric elements in the curve and thus narrowing a vaned curves.

— Interference treatment as was applied to contractions.

Of these three methods, banking is most adaptable to channels where the approaching velocity does not change significantly. In order that the maximum surface elevation remains low, the inner wall is depressed (Fig. 26). This may involve extra excavation cost. The use of vanes is restricted because of debris. Also, vanes will disturb flow and create a new pattern of cross-waves. A serious disadvantage of vanes and sills is the danger of cavitation for relatively high velocities. Vanes may be incorporated as bridge piers. Spiral curves are not recommended since they do not improve the flow pattern. Also, the use of nonrectangular channels should be avoided whenever possible. The results presented apply to Froude numbers larger than 1.5 to exclude undular jumps.



Fig. 26

Curve banking at the " Déchargeur de Saint-Chamas ",  $Q = 60 \text{ m}^3/\text{s}$   
(La Houille Blanche 3, 1966).

*Relèvement d'une courbe au déchargeur de Saint-Chamas,  $Q = 60 \text{ m}^3/\text{s}$*   
(La Houille Blanche 3, 1966).

D'autres études sur les écoulements torrentiels dans des canaux courbes ont été réalisées par Poggi [27] qui a comparé les méthodes de von Karman et de Ippen-Knapp à ses expériences. Les conclusions furent les suivantes :

— Pour des courbes de faible courbure relative ( $b/R < 0,04$ ) et de faible pente de radier ( $S_0 < 5\%$ ), les deux méthodes indiquent de façon acceptable les ondes extrêmes.

— Pour des courbures plus grandes et des pentes de radier plus fortes, la méthode de Ippen-Knapp peut être recommandée. Ainsi, l'équation (2.16) au lieu de l'équation (2.13) sera utilisée.

L'influence de la pente  $S_0$  du radier a été analysée par Sananes et Acatey [29]. En se basant sur les expériences de Poggi [27], ils trouvèrent que la méthode d'Ippen-Knapp n'était en accord avec les observations que si l'écoulement le long de la courbe était accéléré, c'est-à-dire lorsque la pente le long de la courbe était au moins deux fois plus grande que la pente  $S_0$  à l'entrée. Le premier maximum d'onde dépasse également tous les autres maxima. Ces résultats obtenus également par Krause [24] soutiennent grandement le concept de réduction des ondes par relèvement de la courbe.

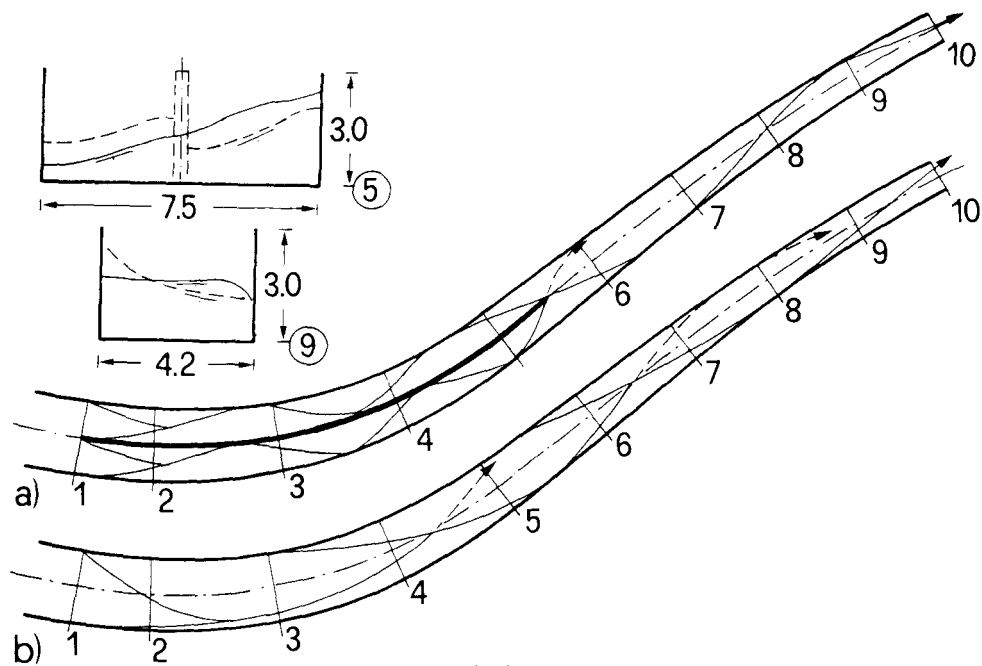


Fig. 27

Combination of contraction and bend in a channel with supercritical flow (Hartung and Knauss, 1967) [12].  
*Association d'un rétrécissement et d'une courbe dans un canal à écoulement torrentiel (d'après Hartung et Knauss, 1967) [12].*

- a) With dividing wall.  
 b) Without dividing wall.

- a) Avec mur séparateur.  
 b) Sans mur séparateur.

⑤, ⑨ Transverse surface profiles at sections 5 and 9.

⑤, ⑨ Coupes transversales de l'écoulement aux sections 5 et 9.

Further studies on supercritical flows in curved channels were due to Poggi [27] who compared the approaches of both von Karman and Ippen-Knapp with his experiments. He concluded that :

— For curves with small relative curvature ( $b/R < 0.04$ ) and small bottom slope ( $S_0 < 5\%$ ) both approaches reasonably predict the wave extrema.

— For larger curvature and steeper bottom slope the approach of Ippen-Knapp as presented herein may be recommended. Thus, Eq. (2.16) instead of Eq. (2.13) should be used.

The effect of bottom slope  $S_0$  was analysed by Sananes and Acatey [29]. Based on the experiments of Poggi [27], they found that the approach by Ippen-Knapp is in agreement with observations only if the flow along the curve is accelerated, that is when the slope along the curve is at least two times as large as the approaching slope  $S_0$ . Also, the first wave maximum is higher than all other maxima. These findings which were also stated by Krause [24] greatly favour the concept of wave reduction by curve banking.

Harrison [11] a conduit des expériences sur les écoulements à grande vitesse dans des canaux de diverses formes. Il constata des effets importants de la vitesse et du rayon de la courbe sur la formation des ondes. C'est dans le canal rectangulaire que les ondes sont le moins actives.

Hartung [13] a examiné les aspects pratiques des écoulements dans des coursiers et a recommandé des courbes équipées d'ailettes comme dispositif pour réduire les concentrations d'écoulement. La Fig. 27 donne un exemple d'association d'un rétrécissement avec une courbe dans un canal, tel que l'ont proposé Hartung et Knauss [12]. Le canal est divisé en deux parties par un mur séparateur, ce qui permet de réduire de moitié l'effet de la force centrifuge. L'extrémité aval du mur séparateur peut être déterminée suivant le principe des interférences d'ondes. Un tel dispositif se limite à un certain domaine de débits au-dessous du débit de projet. Le mur séparateur peut aussi être utilisé comme support pour la couverture du canal. La conception optimale doit être étudiée sur modèle hydraulique.

Un calcul de la surface d'un écoulement torrentiel dans une courbe d'un canal trapézoïdal, les côtés latéraux ayant une pente  $m$ , a été effectué par Lenau [25]. Le cas  $h/R \ll 1$  et  $IF_0 > 2$  fut considéré, pour lequel les crêtes des ondes deviennent presque périodiques, comme cela est supposé dans la méthode classique. La hauteur maximale d'onde fut déterminée par la formule suivante :

$$y_m = 1 + IF_0^2 \left( \frac{b}{R} + \frac{2mh_0}{R} \right) \quad (2.29)$$

qui est analogue à l'équation (2.27) pour de faibles valeurs de  $b/R$ . La Fig. 28 présente des photographies d'écoulement dans une courbe d'un canal trapézoïdal, d'après Kleinschroth et Abelein [20]. Ils ont recommandé :

- des courbes de transition, à double rayon de courbure, à l'amont et à l'aval du coude,
- un mur latéral extérieur raide (pente horiz./vert. = 0,5),
- une surface de radier rugueuse,

afin d'améliorer l'écoulement. L'effet de la pente transversale du radier sur la réduction des ondes stationnaires était faible et un canal rectangulaire devrait être normalement adopté. Une étude sur modèle des courbes dans un canal trapézoïdal fut conduite par Kleinschroth et Siegerstetter [21]. L'équation (2.29) fut vérifiée et une revanche supplémentaire se justifia pour l'entraînement d'air et les projections d'eau.

Ellis et Pender [8] ont proposé une solution au problème des écoulements torrentiels, en se basant sur les observations de modèles. Ils ont résolu les équations bidimensionnelles de l'écoulement torrentiel permanent. Le programme de calcul du système d'équations caractéristiques a donné des résultats satisfaisants en tenant compte des effets de la pente, du frottement et d'autres éléments relatifs à la dissipation de l'énergie. Les calculs furent appliqués à des courbes simples, des courbes en forme de S et des élargissements. Il est reconnu que de tels calculs ne peuvent remplacer les études sur modèles, mais on peut réduire la durée et le coût des études sur modèles physiques en effectuant des études numériques.

Un important développement du calcul bidimensionnel des écoulements à surface libre est dû à Jimenez et à Chaudhry [19], qui ont utilisé des programmes de calculs aux différences finies, explicites, concernant les ondes de choc. Si l'on tient



Harrison [11] made experiments on high velocity flows in channels of various shapes. He found appreciable effects of both velocity and curve radius on wave generation. The lowest wave action occurred in the rectangular channel.

Hartung [13] discussed practical aspects of chute flows and recommended vaned curves as a means to reduce flow concentrations. Fig. 27 shows an example of combining a channel contraction with a channel bend due to Hartung and Knauss [12]. The vane divides the channel into two parts and reduces the effect of centrifugal force in half. The downstream end of vane may be determined according to the principle of wave interference. The use of vanes is then limited to a certain percentage of discharge below the design discharge. The dividing wall may also be the foundation for a channel cover. The optimum design must be sought with a hydraulic model.

Lenau [25] computed the surface pattern of supercritical flow in a trapezoidal channel bend of side slope  $m$ . The case  $h/R \ll 1$  and  $IF_o > 2$  was considered for which the pattern of crests becomes almost periodic, as is assumed in the conventional approach. The maximum wave height was predicted as :

$$y_m = 1 + IF_o^2 \left( \frac{b}{R} + \frac{2mh_o}{R} \right) \quad (2.29)$$

analogous to Eq. (2.27) for small  $b/R$ . Fig. 28 shows photographs of bend flow in a trapezoidal channel according to Kleinschroth and Abelein [20]. They recommended :

- transition curves of double radius of curvature both up- and downstream from the bend,
- steep outer side wall of slope 0.5 (horizontal) to 1 (vertical), and
- rough outer side wall,

to improve the flow. The effect of transverse bottom slope on the reduction of the standing wave pattern was small and a rectangular channel should be normally used. A model study on bends in a trapezoidal channel was conducted by Kleinschroth and Siegerstetter [21]. Eq. (2.29) was verified and an additional freeboard should account for air entrainment and splash water.

Ellis and Pender [8] introduced an alternative to the design of supercritical flows based on model observations. They solved the two-dimensional equations of steady supercritical flow. The computational scheme for the system of characteristic equations was effective in including effects of slope, friction and other energy dissipating elements. The computations were applied to simple bends, S-shaped bends, and expansions. Although these computations cannot replace model studies, the time and cost of physical modelling could be reduced by performing numerical studies.

A significant development of the computation of 2D free surface flows was achieved by Jimenez and Chaudhry [19] using explicit, shock-capturing finite-difference schemes. Provided the boundary conditions are properly accounted

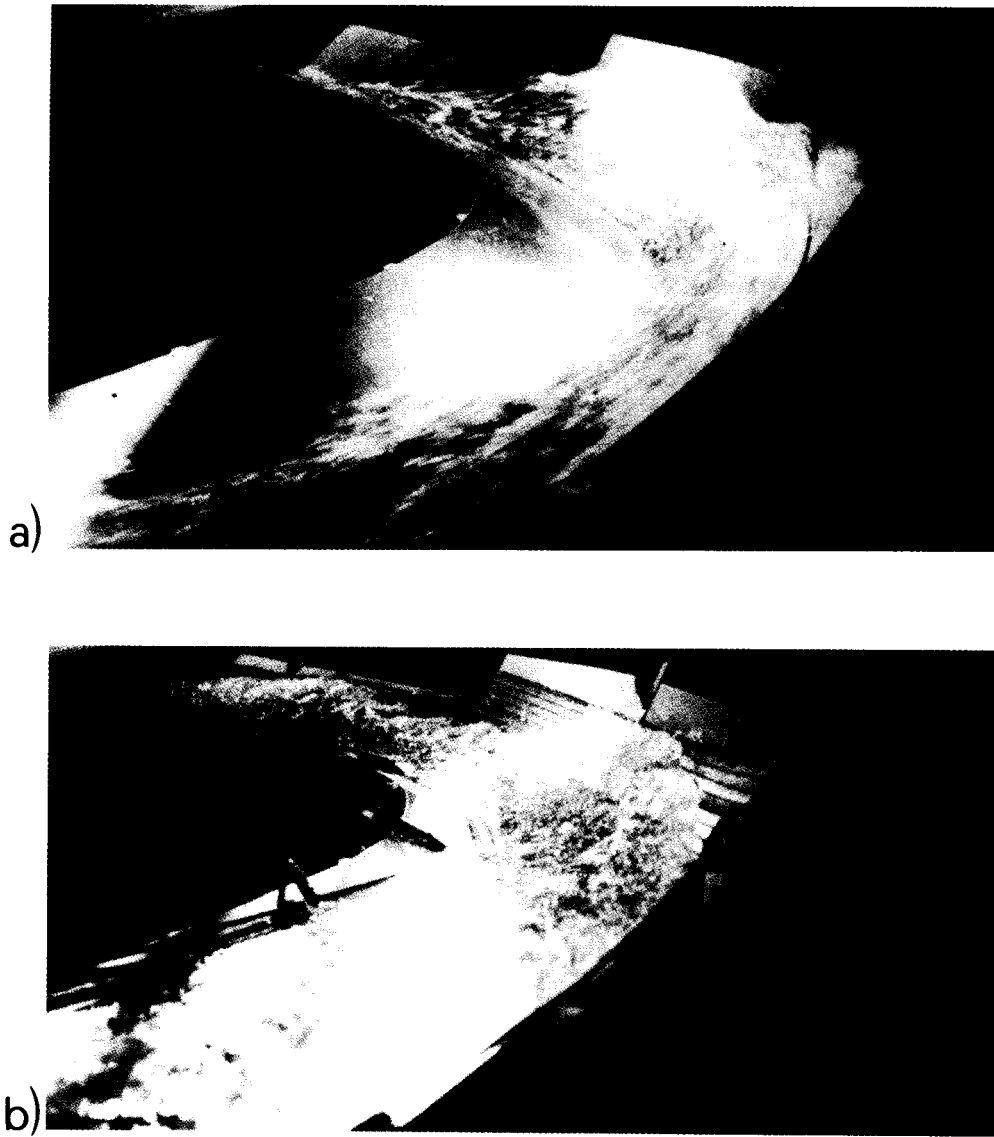


Fig. 28

Bend flow in trapezoidal channel according  
to Kleinschroth and Abelein (1985) [20].

*Écoulement dans une courbe d'un canal trapézoïdal  
(d'après Kleinschroth et Abelein, 1985) [20].*

- a) Smooth outer side wall.
- b) Rough outer side wall.

- a) *Mur latéral extérieur lisse*
- b) *Mur latéral extérieur rugueux.*

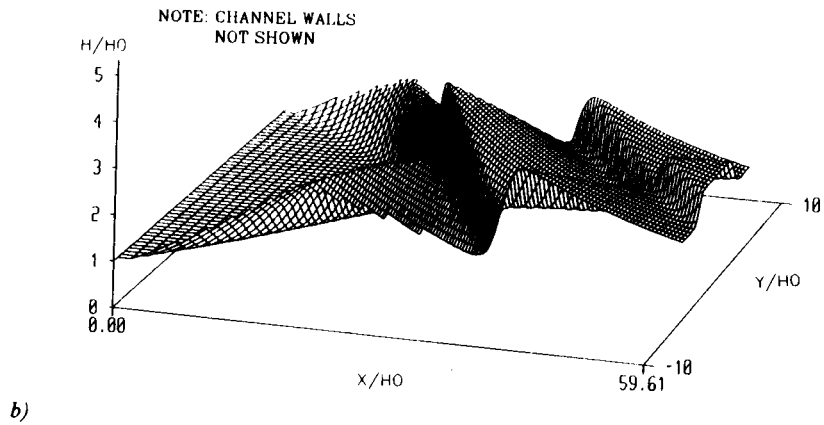
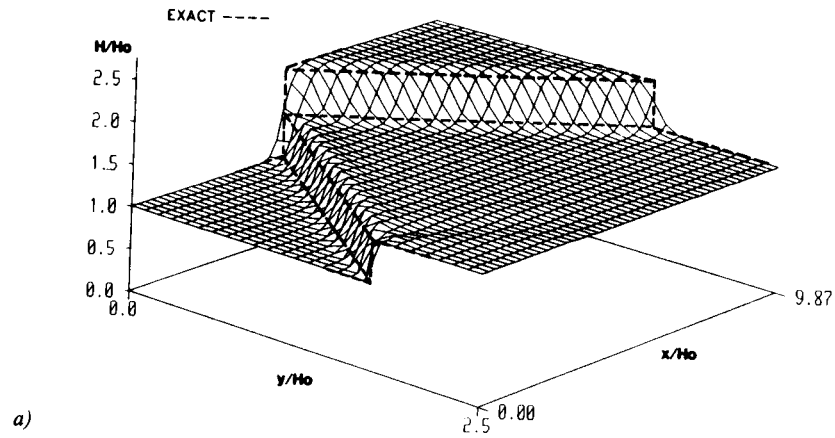


Fig. 29

Supercritical free-surface flow, flow direction left to right  
(Jimenez and Chaudhry, 1988) [19].

*Écoulement torrentiel à surface libre, direction de l'écoulement  
de la gauche vers la droite (d'après Jimenez et Chaudhry, 1988) [19].*

- a) Computation of shock-reflection.  
b) 3 D-plot of water surface in circular-arc contraction - both for  $IF = 4$  and MacCormack number  $\nu = 0.98$ .

- a) Calcul de la réflexion de l'onde de choc.  
b) Représentation tridimensionnelle de la surface de l'écoulement dans un rétrécissement présentant une courbe circulaire - pour  $IF = 4$  et une valeur  $\nu$  (nombre de MacCormack) = 0,98.

compte correctement des conditions aux limites, on peut obtenir des résultats satisfaisants. On a constaté que l'hypothèse de répartition hydrostatique des pressions imposait des restrictions pour les écoulements presque critiques.

La Fig. 29 donne deux solutions caractéristiques : calcul de la réflexion de l'onde de choc et surface de l'écoulement dans un rétrécissement ayant une courbe circulaire. Le rapport présente également en détail les techniques de calculs des écoulements à surface libre, dans le domaine bidimensionnel.

Actuellement, les modèles mathématiques relatifs aux écoulements torrentiels dans les canaux évoluent rapidement. En ce qui concerne l'écriture des programmes, il semble important que des systèmes explicites, avec une opération courante de prévision-corrrection, fonctionnent avec succès. La définition des conditions aux limites, la modélisation des sommets des ondes relativement raides et des effets du frottement, posent encore quelques problèmes.

Un excellent compte rendu des calculs numériques des écoulements à surface libre est donné par Chaudhry [5].

## 2.9. NOTATIONS ADOPTÉES DANS LE CHAPITRE 2

|                |                                   |   |
|----------------|-----------------------------------|---|
| A              | [m <sup>2</sup> ]                 | surface de la section transversale.             |
| $\alpha$       | [—]                               | rapport des profondeurs maximales d'écoulement. |
| b              | [m]                               | largeur du canal rectangulaire.                 |
| B <sub>s</sub> | [m]                               | largeur en surface.                             |
| $\beta$        | [—]                               | angle de choc                                   |
| $\beta_0$      | [—]                               | angle de choc élémentaire.                      |
| c              | [ms <sup>-1</sup> ]               | célérité de l'onde.                             |
| $\delta$       | [—]                               | angle au centre du secteur.                     |
| IF             | [—]                               | nombre de Froude.                               |
| $\Theta$       | [—]                               | angle de déviation du mur.                      |
| g              | [ms <sup>-2</sup> ]               | accélération de la pesanteur.                   |
| h              | [m]                               | profondeur de l'écoulement.                     |
| h <sub>e</sub> | [m]                               | hauteur de l'onde extrême.                      |
| h <sub>m</sub> | [m]                               | profondeur maximale de l'écoulement au mur.     |
| h <sub>M</sub> | [m]                               | profondeur maximale de l'écoulement au centre.  |
| L              | [m]                               | longueur.                                       |
| L <sub>t</sub> | [m]                               | longueur de la zone de transition.              |
| m              | [—]                               | rapport de rétrécissement (de convergence).     |
| mh/R           | [—]                               | caractéristiques du coursier trapézoïdal.       |
| n              | [sm <sup>-1/3</sup> ]             | coefficient de rugosité de Manning.             |
| n <sub>i</sub> | [m]                               | coordonnée curviligne transversale.             |
| q              | [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ] | débit par unité de largeur.                     |
| R              | [m]                               | rayon de courbure.                              |
| r              | [—]                               | rapport de largeurs.                            |
| S <sub>0</sub> | [—]                               | penne du radier (du fond).                      |

for, favorable results may be obtained. The assumption of hydrostatic pressure distribution was found to impose restrictions for nearly critical flows.

Fig. 29 shows two typical solutions which include the computation of shock-reflexion and the water surface in a circular-arc contraction. The paper also contains a thorough state of the art on computational methods for 2D free surface flows.

Actually, the numerical modelling of supercritical channel flow is rapidly evolving. It is important from the point of view of program writing that explicit schemes with a predictor-corrector routine seem to work successfully. There are still some problems with the definition of the boundary conditions, the modelling of relatively sharp wave crests and effects of friction.

An excellent account on the numerical computation of free surface flows is given by Chaudhry [5].

## 2.9 NOTATION CHAPTER 2

|                |                                   |                                      |
|----------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| A              | [m <sup>2</sup> ]                 | cross-sectional area.                |
| $\alpha$       | [—]                               | ratio of maximum flow depths.        |
| b              | [m]                               | width of rectangular channel.        |
| B <sub>s</sub> | [m]                               | surface width.                       |
| $\beta$        | [—]                               | shock angle.                         |
| $\beta_0$      | [—]                               | elementary shock angle.              |
| c              | [ms <sup>-1</sup> ]               | celerity.                            |
| $\delta$       | [—]                               | sector angle.                        |
| Fr             | [—]                               | Froude number.                       |
| $\Theta$       | [—]                               | wall deflection angle.               |
| g              | [ms <sup>-2</sup> ]               | gravitational acceleration.          |
| h              | [m]                               | flow depth.                          |
| h <sub>e</sub> | [m]                               | extreme wave height.                 |
| h <sub>m</sub> | [m]                               | maximum wall flow depth.             |
| h <sub>M</sub> | [m]                               | maximum center flow depth.           |
| L              | [m]                               | length.                              |
| L <sub>t</sub> | [m]                               | transition length.                   |
| m              | [—]                               | contraction ratio.                   |
| mh/R           | [—]                               | characteristics of trapezoidal chute |
| n              | [sm <sup>-1/3</sup> ]             | Manning roughness coefficient.       |
| n <sub>i</sub> | [m]                               | transverse curved coordinate.        |
| q              | [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ] | discharge per unit width.            |
| R              | [m]                               | radius of curvature.                 |
| r              | [—]                               | width ratio.                         |
| S <sub>0</sub> | [—]                               | bottom slope.                        |

|         |                     |  |
|---------|---------------------|--|
| $S_i$   | [—]                 | pente transversale du radier.          |
| $\tau$  | [—]                 | angle de convergence.                  |
| $V$     | [ms <sup>-1</sup> ] | vitesse dans une section transversale. |
| $x$     | [m]                 | coordonnée longitudinale.              |
| $\zeta$ | [—]                 | angle de la courbe.                    |
| $Y$     | [—]                 | rapport de profondeurs d'écoulement.   |
| $y$     | [m]                 | coordonnée cartésienne transversale.   |
| $y_e$   | [—]                 | valeur relative de $h_e$ .             |
| $z$     | [m]                 | cote du radier (du fond).              |

#### Indices

|   |                                |
|---|--------------------------------|
| 1 | écoulement à l'entrée (amont). |
| 2 | écoulement à la sortie (aval). |
| d | aval.                          |
| u | amont.                         |

## 2.10. REFERENCES

1. ABBOTT M. B. (1966) : " *Introduction to the Methods of Characteristics* ". American Elsevier, New York.
2. ANASTASI G. (1980) : " L'Eliminazione delle onde d'urto negli scivoli a contrazione ". *XVII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche* (Palermo) A 2, 1-12.
3. ANASTASI G. (1982) : " Die Aufhebung von Stoßwellen in Schußrinnenverengungen ". *Mitteilung* No. 59, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zürich, ed. D. Vischer, Zürich.
4. BAGGE G. and HERBICH J. B. (1967) : " Transitions in supercritical open-channel flow ". *Journal of Hydraulics Division ASCE*, 93 (5), 23-41; 1968, 94 (3), 803-804; 1969, 95 (1), 453-454.
5. CHAUDHRY M. H. (1992) : " *Computational Open Channel Flow* ". Van Nostrand Reinhold, New York.
6. CHOW V. T. (1959). " *Open channel hydraulics* ". McGraw-Hill, New York.
7. COTTA R. D. and ALBINA H. C. (1972) : " Contribucion al diseno de transiciones para canales con regimen supercritico ". *V. Congreso Latinoamericano de Hidraulica* (Lima) A 12, 1-8.
8. ELLIS J. and PENDER G. (1982) : " Chute spillway design calculations ". *Proc. Institution Civil Engineers* (London) 73, 299-312.
9. HAGER W. H. (1989) : " Supercritical flow in channel junctions ". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, 115 (5), 595-616.
10. HAGER W. H. and BRETZ N. V. (1987) : Discussion to " Simplified design of contractions in supercritical flow ". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, 113 (3), 422-425.

|         |                     |                                  |
|---------|---------------------|----------------------------------|
| $S_t$   | [-]                 | transverse bottom slope.         |
| $\tau$  | [-]                 | convergence angle.               |
| $V$     | [ms <sup>-1</sup> ] | cross-sectional velocity.        |
| $x$     | [m]                 | longitudinal coordinate.         |
| $\zeta$ | [-]                 | bend angle.                      |
| $Y$     | [-]                 | ratio of flow depths.            |
| $y$     | [m]                 | transverse cartesian coordinate. |
| $y_e$   | [-]                 | relative value of $h_e$ .        |
| $z$     | [m]                 | bottom elevation.                |

#### Suscripts

|   |                   |
|---|-------------------|
| 1 | approaching flow. |
| 2 | tailwater flow.   |
| d | downstream.       |
| u | upstream.         |

11. HARRISON A. J. M. (1966) : " Design of channels for supercritical flow ". *Proc. Institution Civil Engineers* (London) 35, 475-490; 36, 557-565.
12. HARTUNG F. and KNAUSS J. (1967) : " Developments to improve economy, capacity and efficiency of structures controlling the passage of flood water through reservoirs ". *International Commission on Large Dams ICOLD, IX Congress* (Istanbul); Q. 33, R. 14, 227-249.
13. HARTUNG F. (1972) : " Gestaltung von Hochwasserentlastungsanlagen bei Talsperrendämmen ". *Wasserwirtschaft* 62 (1/2), 39-51.
14. HERBICH J. B. and WALSH P. (1972) : " Supercritical flow in rectangular expansions ". *Journal of Hydraulics Division ASCE*, 98 (9), 1691-1700; 99 (8), 1276-1277.
15. IPPEN A. T. (1951) : " Mechanics of supercritical flow - a symposium ". Part 1, *Trans. ASCE* 116, 268-295.
16. IPPEN A. T. and DAWSON J. H. (1951) : " Design of channel contractions ". *Trans. ASCE* 116, 326-346.
17. IPPEN A. T. and HARLEMAN D. R. F. (1956) : " Verification of theory for oblique standing waves ". *Trans. ASCE* 121, 678-694.
18. IPPEN A. T. and KNAPP R. T. (1936) : " A study of high-velocity flow in curved channels of rectangular cross-section ". *Trans. American Geophysical Union VII Annual Meeting*, 516-521.
19. JIMENEZ O. F. and CHAUDHRY M. H. (1988) : " Computation of supercritical free-surface flows ". *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, 114 (4), 377-395.
20. KLEINSCHROTH A. and ABELEIN R. (1985) : " Modelluntersuchungen über die Wasserspiegellage in der Krümmung einer Schußrinne ". *Mitteilung* No. 44, Inst. Hydraulik und Gewässerkunde, TU München, P.-G. Franke ed., München.

21. KLEINSCHROTH A. and SIEGERSTETTER L. A. (1986) : “ Investigations of supercritical flow in a curved section of an extremely rough channel ”. *XX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche (Padova)* 873-884.
22. KNAPP R. T. (1951) : “ Design of channel curves for supercritical flow ”. *Trans. ASCE*, 116, 296-325.
23. KOCH K. (1968) : “ Die gegenseitige Strahlablenkung auf horizontaler Sohle ”. *Bericht* Nr. 15, Versuchsanstalt für Wasserbau, Oscar v. Miller Institut, ed. F. Hartung, Munich/Obernach.
24. KRAUSE D. (1970) : “ Einfluß der Trassierungselemente auf den Spiegelverlauf in gekrümmten Schußbrinnen ”. *Technischer Bericht* No. 6, Institut Hydraulik und Hydrologie, TH Darmstadt, R. Schröder ed., Darmstadt.
25. LENAU C. W. (1979) : “ Supercritical flow in bends of trapezoidal section ”. *Journal of Engineering Mechanics Division ASCE*, 105 (EM 1), 43-54.
26. MICHELS V. (1985) : “ Rosslynne spillway : mitre-proved overfall weir with sharply convergent walls and skew-impact trough apron ”. *XXI IAHR Congress (Melbourne)* 3, 628-632.
27. POGGI B. (1956) : “ Correnti veloce nei canali in curva ”. *L'Energia Elettrica* 34, 465-480.
28. ROUSE H., BHOOHA, B. V. and HSU E. Y. (1951) : “ Design of channel expansions ”. *Trans. ASCE* 116, 1369-1385.
29. SANANES F. and ACATAY T. (1962) : “ Contribution à l'étude des écoulements



- supercritiques dans des canaux coudés ”. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), 255, 1-3.
30. SANANES F. and XANTHOPOULOS T. (1965) : “ Amélioration des conditions d'écoulement dans un canal courbe de section rectangulaire à forte pente ”. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* (Paris) 260, 801-803.
  31. SINNIGER R. O. and HAGER W. H. (1989) : “ *Constructions Hydrauliques - Écoulements Stationnaires* ”. Presses Polytechniques Romandes, Lausanne.
  32. STURM T. W. (1984) : “ Simplified design of contractions in supercritical flow ”. *Journal of Hydraulic Engineering* ASCE, 111 (5), 871-875.
  33. TÄUBERT U. (1971) : “ Der Abfluß in Schußrinnen-Verengungen ”. *Der Bauingenieur* 46 (11), 385-392.
  34. TÄUBERT U. (1974) : “ The design of spillway contractions using computer simulation ”. *Water Power* 26 (8), 282-287.
  35. United States Army, Corps of Engineers (1952) : “ Spillway for Genegantslet dam Genegantslet creek, New York ”. *Technical Memorandum* 2-351. Waterways Experiment Station, Vicksburg.
  36. VISCHER D. L. (1988) : “ A design principle to avoid shockwaves in chutes ”. *The International Symposium on Hydraulics for High Dams* (Beijing), 391-396.
  37. VON KARMAN T. (1938) : “ Eine praktische Anwendung der Analogie zwischen Überschallströmung in Gasen und überkritischer Strömung in offenen Gerinnen ”. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 18, 49-56.

---

## 3. ENTRAINEMENT D'AIR NATUREL

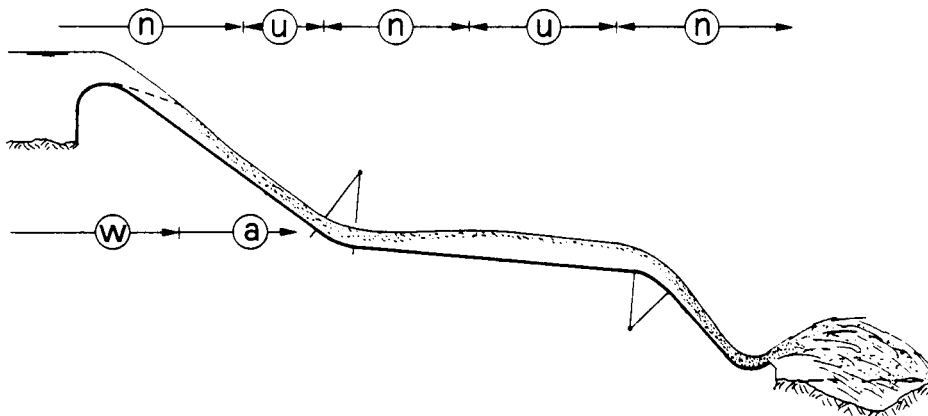
---

### 3.1. INTRODUCTION

Le phénomène des écoulements aérés revêt un grand intérêt dans le projet des canaux à forte pente, appelés aussi coursiers. L'entraînement d'air dans l'écoulement conduit à un mélange air-eau et le gonflement de l'écoulement aéré nécessite des murs latéraux plus hauts que dans le cas d'un écoulement non aéré. L'inconvénient du gonflement est compensé par une suppression des dégâts par cavitation.

L'entraînement d'air dans un écoulement sur un coursier concerne toujours un écoulement à grande vitesse, sous réserve que la rugosité aux parois présente les caractéristiques habituelles. L'entraînement d'air dans un écoulement sur coursier est qualifié de naturel, étant donné qu'aucun appareil externe, tel qu'un ventilateur, n'est nécessaire pour l'alimentation en air. Le processus d'entraînement d'air est lié aux caractéristiques de turbulence. La présence d'air sous forme de bulles dans le mélange air-eau influe sur la turbulence. Comme les bulles montent vers la surface libre, le mélange est influencé par les composantes longitudinale et transversale.

L'entraînement d'air à la surface sur les coursiers peut s'expliquer en se reportant à la Fig. 30. A la sortie de la retenue, sur la crête de l'évacuateur de crue, l'écoulement s'accélère. Lorsque le niveau de turbulence à la surface libre est suffisamment élevé, de l'air commence à être entraîné. Dans la zone d'accélération, l'écoulement est désigné sous le nom d'écoulement non uniforme. Si la géométrie et la rugosité du canal ne varient pas à l'aval, un écoulement aéré uniforme peut s'établir, ressemblant beaucoup à un écoulement uniforme classique. Dans cette zone, les distributions de la vitesse et de la teneur en air ne varient pas. Cet état d'équilibre peut être perturbé par des variations de la pente du radier ou de la largeur du canal. Il en résulte qu'un écoulement aéré graduellement varié se forme jusqu'à ce qu'un état d'équilibre soit rétabli. L'ouvrage de sortie, tel que le saut de ski sur la Fig. 30, ne sera pas décrit ici. Sauf indication contraire, tous les résultats présentés concernent un coursier rectiligne.



---

## 3. NATURAL AIR ENTRAINMENT

---

### 3.1. INTRODUCTION

Aerated flow is a significant phenomenon in the design of steep channels, also referred to as chutes. Air entrainment in the water flow leads to an air-water mixture and the bulking of aerated flow requires higher side walls than for non-aerated flow. The disadvantage of bulking is balanced by a suppression of cavitation damage.

Air entrainment in chute flow is always related to high velocity flow, provided the usual boundary roughness is considered. The air entrainment in chute flow is said to be natural, as no external mechanism such as a fan is needed for the air supply. The process of air entrainment is associated with the turbulence characteristics. The presence of air in the form of bubbles in the air-water mixture affects the turbulent structure. As the bubbles rise to the free surface, the mixture is influenced by a combination of longitudinal and transverse components.

The surface air entrainment in chutes can be understood by referring to Fig. 30. As water leaves the reservoir over the spillway crest, the flow accelerates. When the turbulence level at the free surface is sufficiently high, air begins to be entrained. In the accelerating region, the flow is referred to as non-uniform. If the channel geometry and roughness do not vary further downstream, a uniform aerated flow may be established, much in the manner of conventional uniform flow. In this domain, both the velocity and air concentration distributions remain invariant. This state of equilibrium may be perturbed by changes of bottom slope, or channel width. As a result, gradually varied aerated flow occurs until a state of equilibrium is re-established. The terminal structure such as the ski jump in Fig. 30 will not be described herein. All results to be developed refer to a straight chute unless otherwise stated.

Fig. 30

Schematic spillway with reservoir (left)  
and ski jump (right).

*Représentation schématique d'un évacuateur de crue avec retenue (à gauche)  
et saut de ski (à droite).*

- |   |   |
|---|---|
| ⓪ Regions of uniform flow.                      | ⓪ Zones d'écoulement uniforme.                  |
| Ⓝ Regions of non-uniform flow.                  | Ⓝ Zones d'écoulement non uniforme.              |
| ⓐ Aerated flow (right).                         | ⓐ Écoulement aéré (à droite).                   |
| Ⓦ Non-aerated flow (downstream from reservoir). | Ⓦ Écoulement non aéré (à l'aval de la retenue). |

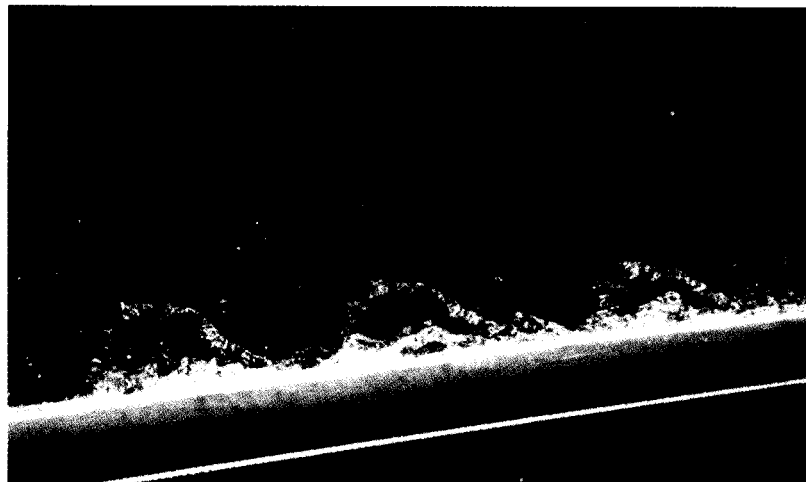
Les paragraphes 3.2 et 3.3 traitent respectivement du mécanisme de l'entraînement d'air et de l'emplacement de la formation de l'entraînement d'air. Dans le paragraphe 3.4, l'écoulement aéré uniforme sera examiné, tandis que le paragraphe 3.5 concerne l'écoulement aéré non uniforme. Un aperçu historique sur les études d'écoulement accéléré dans les coursiers termine le chapitre.

### 3.2. MÉCANISME DE L'ENTRAÎNEMENT D'AIR

Une première description du mécanisme d'entraînement d'air fut présentée par Straub et Anderson [49]. On démontra que l'aération de l'écoulement commençait dans une zone où la couche limite atteignait la surface de l'eau. En conséquence, l'aération dépend beaucoup de l'intensité de la turbulence près de la surface libre. Ainsi que l'ont décrit Straub et Anderson, des « paquets d'eau » jaillissent au-dessus de la surface de l'écoulement puis retombent par gravité, de l'air étant ainsi « insufflé » dans l'écoulement. L'air est réparti dans celui-ci par turbulence. Deux zones furent distinguées : 1) la zone supérieure près de la surface libre, 2) la zone inférieure près du fond du canal.

Volkart [57] considère que l'air est entraîné par les gouttes d'eau éjectées de l'écoulement, qui, en retombant, entraînent des bulles d'air (Fig. 31). Falvey et Ervine [13] attribuent l'entraînement d'air sur les coursiers à la turbulence entretenue dans l'écoulement le long du coursier.

Le transport de bulles à l'intérieur de l'écoulement nécessite une composante de la vitesse, vers le bas, dans l'écoulement turbulent, supérieure à la vitesse d'ascension des bulles. Pour des bulles d'air de 1 à 10 mm de diamètre, la vitesse d'ascension est d'environ  $0,30 \text{ ms}^{-1}$ . Falvey et Ervine [13] ont montré que des bulles de diamètre supérieur à 10 mm avaient une forte probabilité d'être entraînées, mais une faible probabilité d'être transportées vers le bas dans l'écoulement. C'est le contraire pour



Sections 3.2 and 3.3 refer to the mechanism of air entrainment and the location of incipient air entrainment. In 3.4, the uniform aerated flow will be discussed, whereas section 3.5 refers to non-uniform aerated flow. A historical account on the development of accelerated chute flow concludes the chapter.

### 3.2. MECHANISM OF AIR ENTRAINMENT

A first description of the air entrainment mechanism was provided by Straub and Anderson [49]. The aeration of flow was shown to begin in a region where the boundary layer reached the water surface. Accordingly, the aeration depends significantly on the turbulence intensity near the free surface. Then, as described by Straub and Anderson, “clumps of water” break through it and fall back by gravity, whereby the air is “insufflated” into the stream. The air is distributed in the flow by turbulent transfer. A distinction was made between 1) an upper region near the free surface and 2) the lower region near the channel bottom.

Volkart [57] postulated that air is entrained by droplets of water ejected from the flow which, when falling back, entrain air bubbles (Fig. 31). Falvey and Ervine [13] attributed the air entrainment on chutes to turbulence being continuously generated within the flow along a chute.

The transport of bubbles into the flow requires a turbulent downward velocity component larger than the bubble rise velocity. For typical air bubbles of 1 to 10 mm diameter, the rise velocity is about  $0.30 \text{ ms}^{-1}$ . Falvey and Ervine [13] were also able to show that bubbles larger than 10 mm have a high probability of being entrained but a small probability of being transported down into the flow. The opposite was found for bubbles smaller than 1 mm in diameter. Bubbles of diameter between 1

Fig. 31

Droplets above the water surface  
(Volkart, 1980) [57].  
Surface velocity  $4.67 \text{ ms}^{-1}$ , height of water column 40 mm.  
*Projection de gouttes d'eau au-dessus de la surface de l'écoulement*  
*(d'après Volkart, 1980) [57].*  
*Vitesse à la surface  $4,67 \text{ m/s}$ , hauteur de colonne d'eau 40 mm.*

les bulles de diamètre inférieur à 1 mm. Ce sont donc les bulles de 1 à 10 mm que l'on trouve le plus souvent, les bulles de petit diamètre étant réparties au-dessous de celles de grand diamètre.

### 3.3. FORMATION DE L'ENTRAÎNEMENT D'AIR

Le départ de l'écoulement aéré peut facilement être mis en évidence par l'« eau blanche », tel que le montre la Fig. 5. Pour que l'entraînement d'air se produise, Gangadharaiah *et al.* [15] donnent deux conditions : 1) l'énergie cinétique des remous en surface doit être plus grande que l'énergie de tension en surface, 2) l'écoulement doit avoir atteint un état entièrement turbulent.

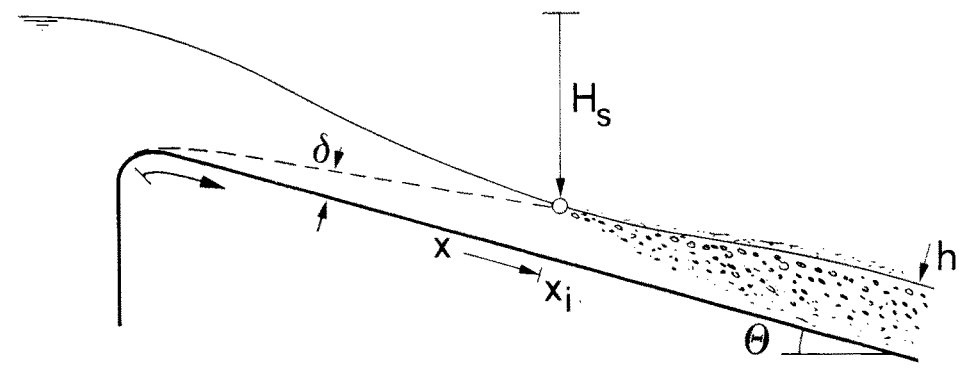
Le niveau de turbulence minimal pour que l'entraînement d'air prenne naissance peut s'exprimer sous la forme d'une vitesse de courant  $V$  [ $\text{ms}^{-1}$ ]  $> 0,24/\mathbb{T}$  pour des bulles de 5 mm de diamètre,  $\mathbb{T}$  étant le coefficient de turbulence [13]. Le coefficient de turbulence  $\mathbb{T}$  est défini comme le rapport de la racine carrée moyenne des variations des vitesses transversales à la vitesse moyenne de l'écoulement. La condition 1) pour qu'il y ait entraînement d'air est normalement satisfaite sur les ouvrages réels.

Wood *et al.* [60] ont établi la formule suivante pour l'épaisseur  $\delta$  de la couche limite :

$$\frac{\delta}{x} = 0,0212 \left( \frac{x}{H_s} \right)^{0,11} \left( \frac{x}{k_s} \right)^{-0,10} \quad (3.1)$$

cette épaisseur étant indépendante de la forme de l'évacuateur pour des coursiers à peu près rectangulaires. Dans cette formule,  $H_s$  est la différence de niveau d'eau entre le niveau du réservoir et le point de départ de l'entraînement d'air,  $x$  la distance par rapport à la crête de l'évacuateur,  $k_s$  la hauteur de rugosité d'après Nikuradse (Fig. 32). L'équation (3.1.) indique que  $\delta$  augmente presque linéairement avec  $x$ , et très peu avec  $k_s$ , mais cette accélération (exprimée par  $H_s$ ) a un effet retardateur.

Le point de départ  $x = x_i$  survient lorsque la profondeur de l'écoulement  $h$  est égale à l'épaisseur de la couche limite  $\delta$  ( $h = h_i$ ) =  $\delta_i$ . Il en résulte que le profil de la surface libre doit être défini par un calcul de ligne de remous et l'équation (3.1) donnera  $\delta_i(x_i)$ . Une autre méthode par approximations successives fut également présentée par Falvey [12] pour la localisation du point de départ de l'aération.



to 10 mm are thus most commonly found, with small diameter bubbles distributed below large diameter bubbles.

### 3.3. INCIPIENT AIR ENTRAINMENT

The onset of aerated flow may easily be visualised by the so-called white water as shown in Fig. 5. Gangadharaiah *et al.* [15] quoted two conditions for inception : 1) the kinetic energy of the surface eddies must be greater than the surface tension energy; and 2) the flow must have become fully turbulent.

The minimum turbulence level for incipient air entrainment may be expressed as streamwise velocity  $V$  [ $\text{ms}^{-1}$ ]  $> 0.24/\mathbb{T}$  for bubbles of 5 mm diameter, with  $\mathbb{T}$  as turbulence number [13]. The turbulence number  $\mathbb{T}$  is defined as the ratio of root-mean square (rms) value of the transverse velocity fluctuations to the mean flow velocity. Condition 1) for incipient air entrainment is normally satisfied for prototype structures.

Wood *et al.* [60] found for the thickness  $\delta$  of boundary layer :

$$\frac{\delta}{x} = 0.0212 \left( \frac{x}{H_s} \right)^{0.11} \left( \frac{x}{k_s} \right)^{-0.10} \quad (3.1)$$

independent of the spillway shape for approximately rectangular chutes. Here,  $H_s$  is the difference of water surface elevations between inception point and reservoir level,  $x$  the distance from the spillway crest and  $k_s$  the roughness height according to Nikuradse (Fig. 32). Eq. (3.1.) shows that  $\delta$  increases almost linearly with  $x$ , and slightly with  $k_s$ , but that acceleration (expressed by  $H_s$ ) has a retarding effect.

The point of inception  $x = x_i$  occurs if the flow depth  $h$  is equal to the boundary layer thickness  $\delta$  ( $h = h_i = \delta_i$ ). As a result, the free surface profile must be computed by a backwater procedure and Eq. (3.1) must be applied to determine  $\delta_i(x_i)$ . An alternative trial and error method for locating the point of incipient aeration was also presented by Falvey [12].

Fig. 32

Occurrence of white water in chute.  
*Formation d'eau blanche sur un coursier.*

### Exemple 3.1

Soit un évacuateur de forme prismatique de pente  $\Theta = 15^\circ$  ( $S_0 = 0,259$ ) et de rugosité équivalente  $k_s = 0,8$  mm. Trouver le point de départ de l'entraînement d'air pour un débit de  $25 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  par unité de largeur ( $q = 25 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ).

La charge sur la crête est  $H = 3/2 (q/g^{1/2})^{2/3} = 6$  m suivant la formule de l'écoulement critique. A partir d'un calcul de ligne de remous, le profil de la surface libre peut être déterminé comme indiqué dans le Tableau ci-dessous;  $x$  est l'abscisse longitudinale ayant comme origine la crête de l'évacuateur. Figurent également dans ce Tableau :  $z$ , cote du radier du coursier au-dessous de la crête de l'évacuateur;  $H_s = H - z - h$ ;  $\delta$ , épaisseur de la couche limite (Fig. 32), donnée par l'équation (3.1). On constate que le point de départ de l'entraînement d'air est situé à  $x_i = 120$  m où  $h_i = 1,05$  m.

|              |     |        |        |        |        |        |        |
|--------------|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $x$ [m]      | 0   | 55     | 110    | 165    | 225    | 280    | 335    |
| $h$ [m]      | 4,0 | 1,30   | 1,08   | 0,96   | 0,86   | 0,78   | 0,73   |
| $z$ [m]      | 0   | — 14,2 | — 28,5 | — 42,7 | — 58,2 | — 72,5 | — 86,7 |
| $H_s$ [m]    | 2,0 | 18,9   | 33,4   | 47,7   | 63,3   | 77,8   | 92,0   |
| $\delta$ [m] | 0   | 0,49   | 0,98   | 1,48   | 2,02   | 2,53   | 3,03   |

### 3.4. ÉCOULEMENT AÉRÉ UNIFORME

Dans un écoulement aéré uniforme un équilibre entre la force de masse et la force retardatrice s'est établi. Un tel écoulement peut se produire asymptotiquement à l'extrémité des longs coursiers prismatiques, de pente de radier constante, mais physiquement s'assimile mieux à une quantité de régularisation.

Soit  $C$  la concentration moyenne d'air dans le temps, en un point, définie comme le volume d'air par volume de mélange. La profondeur équivalente d'eau pure est :

$$h_w = \int_0^\infty (1 - C) dy \quad (3.2)$$

avec  $y$ , ordonnée perpendiculaire à l'axe du canal. La vitesse moyenne de l'eau (indice « w ») est alors :

$$V_w = \frac{q}{h_w} \quad (3.3)$$

où  $q$  est le débit d'eau par unité de largeur. Une profondeur caractéristique du mélange air-eau est la profondeur  $h_{90}$  où la concentration moyenne d'air est de 90 %. La concentration moyenne d'air, prise sur la profondeur, et désignée par  $\bar{C}$ , peut être définie par l'équation suivante :

$$(1 - \bar{C}) h_{90} = h_w \quad (3.4)$$



**Example 3.1**

Given a wide prismatic spillway of bottom slope  $\Theta = 15^\circ$  ( $S_o = 0.259$ ) and equivalent roughness  $k_s = 0.8$  mm. Find the point of inception for a unit discharge  $q = 25 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

The energy head on the crest is  $H = 3/2 (q/g^{1/2})^{2/3} = 6$  m according to the critical flow formula. Based on a backwater computation, the free surface profile may be given as indicated in the Table below. The longitudinal coordinate  $x$  has its origin at the spillway crest. Also included are the location  $z$  of chute bottom below the crest, the difference head  $H_s = H-z-h$  and the thickness of boundary layer  $\delta$  (Fig. 32) according to Eq. (3.1). The point of inception is located at  $x_i = 120$  m where  $h_i = 1.05$  m.

|              |     |        |        |        |        |        |        |
|--------------|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| x [m]        | 0   | 55     | 110    | 165    | 225    | 280    | 335    |
| h [m]        | 4.0 | 1.30   | 1.08   | 0.96   | 0.86   | 0.78   | 0.73   |
| z [m]        | 0   | — 14.2 | — 28.5 | — 42.7 | — 58.2 | — 72.5 | — 86.7 |
| $H_s$ [m]    | 2.0 | 18.9   | 33.4   | 47.7   | 63.3   | 77.8   | 92     |
| $\delta$ [m] | 0   | 0.49   | 0.98   | 1.48   | 2.02   | 2.53   | 3.03   |

**3.4. UNIFORM AERATED FLOW**

In uniform aerated flow an equilibrium between body and retarding forces has become established. Equilibrium flow may occur asymptotically at the end of long prismatic chutes of constant bottom slope, but is physically more relevant as a normalising quantity.

Let  $C$  be the local time-averaged air concentration defined as volume of air per volume mixture. The equivalent clear water depth is then :

$$h_w = \int_0^\infty (1 - C) dy \quad (3.2)$$

with  $y$  as coordinate perpendicular to the channel axis and with  $q$  as water discharge per unit width. The average water (index “ w ”) velocity is :

$$V_w = \frac{q}{h_w} \quad (3.3)$$

A characteristic depth of the air-water mixture is the depth  $h_{90}$  where the average air concentration is 90 %. The depth-averaged mean air concentration  $\bar{C}$  may then be defined as :

$$(1 - \bar{C}) h_{90} = h_w \quad (3.4)$$

Rao *et al.* [35] ont établi la relation suivante entre le rapport de la densité du mélange à la densité de l'eau, et la concentration moyenne d'air  $\bar{C}$  :

$$\frac{\rho}{\rho_w} = 1 - 1,1 \bar{C} \quad (3.5)$$

Wood [61] a démontré que le profil de la concentration d'air et la répartition des vitesses dépendaient exclusivement de la coordonnée  $Y_{90} = y/h_{90}$  et de la pente du coursier  $\Theta$ . La Fig. 33 indique les profils de concentration  $C_e(Y_{90})$  pour différentes valeurs de  $\Theta$ . L'indice « e » correspond à l'écoulement en équilibre.

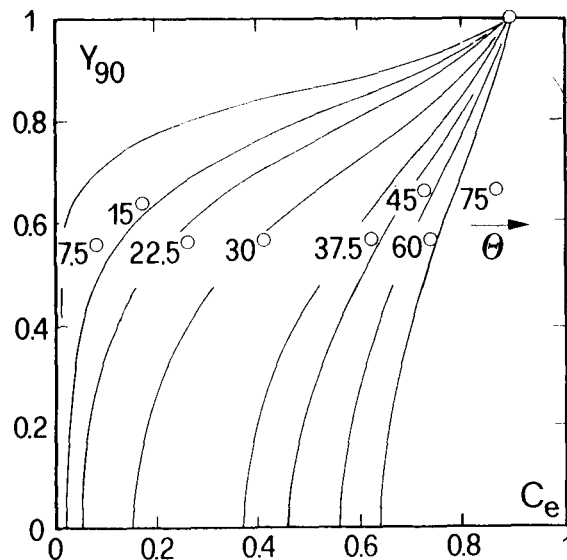
Wood [61] a également démontré que le coefficient de frottement  $f_c$  de l'écoulement en équilibre dépendait de la rugosité relative  $k_s/h$ , du rayon hydraulique  $R_h$  et de la concentration moyenne d'air  $\bar{C}_e$ . D'après les résultats obtenus par Straub et Anderson, le rapport  $f_c/f_w$  dépend seulement de  $\bar{C}_e$ ,  $f_w$  étant le coefficient de frottement pour un écoulement d'eau pure. Pour  $\bar{C}_e < 20\%$ , l'effet du mélange air-eau est négligeable. Pour des concentrations moyennes d'air  $\bar{C}_e$  plus grandes, le rapport  $f_c/f_w$  diminue lorsque  $\bar{C}_e$  augmente. Wood a établi une courbe  $f_c/f_w$  en fonction de  $\bar{C}_e$ , pour une rugosité de coursier type (Fig. 34 a). La relation peut être exprimée approximativement comme suit :

$$f_c/f_w = (1 + 10 \bar{C}_e^4)^{-1} \quad (3.6)$$

Cain et Wood [5, 6] ont démontré que l'air entraîné n'influait pas la répartition des vitesses de l'écoulement aéré uniforme. Avec  $\mu = V/V_{90}$ , où  $V_{90} = q/h_{90}$ , le profil des vitesses suivait la relation [7] :

$$\mu = Y_{90}^{1/6} \quad (3.7)$$

indépendante de  $\bar{C}_e$ . La profondeur relative d'écoulement est  $Y_{90} = y/h_{90}$ , comme défini précédemment.



Rao *et al.* [35] correlated the density ratio of mixture to water flow and the mean air concentration  $\bar{C}$  as follows :

$$\frac{\rho}{\rho_w} = 1 - 1.1 \bar{C} \quad (3.5)$$

Wood [61] was able to show that the air concentration profile and the velocity distribution depend exclusively on the coordinate  $Y_{90} = y/h_{90}$  and on the chute slope  $\Theta$ . Fig. 33 shows the concentration profiles  $C_e(Y_{90})$  for various values  $\Theta$ . Index " e " accounts for equilibrium flow.

Wood [61] also showed that the friction factor  $f_e$  of equilibrium flow depends on the relative roughness  $k_s/h$ , the hydraulic radius  $R_h$  and the mean air concentration  $\bar{C}_e$ . Using Straub and Anderson's data, the ratio  $f_e/f_w$  depends only on  $\bar{C}_e$ . Herein,  $f_w$  is the friction factor for pure water flow. For  $\bar{C}_e < 20\%$ , the effect of air-water mixture is negligible. For larger mean air concentrations  $\bar{C}_e$ , the ratio  $f_e/f_w$  decreases with increasing  $\bar{C}_e$ . Wood presented a curve  $f_e/f_w$  as a function of  $\bar{C}_e$  for typical chute roughness (Fig. 34 a). It may be approximated as :

$$f_e/f_w = (1 + 10 \bar{C}_e^4)^{-1} \quad (3.6)$$

Cain and Wood [5, 6] demonstrated that entrained air does not affect the velocity distribution of uniform aerated flow. With  $\mu = V/V_{90}$  where  $V_{90} = q/h_{90}$ , the velocity profile followed the relation [7] :

$$\mu = Y_{90}^{1/6} \quad (3.7)$$

independent of  $\bar{C}_e$ . The relative flow depth is  $Y_{90} = y/h_{90}$ , as previously defined.

Fig. 33

Concentration profiles  $C_e(Y_{90})$  for uniform aerated flow  
and various bottom slopes  $\Theta$  according to Wood (1985) [61]  
based on the data of Straub and Anderson (1960) [49].

*Profils de concentration d'air  $C_e(Y_{90})$  dans un écoulement aéré uniforme  
pour différentes pentes de radier  $\Theta$   
(d'après Wood, 1985 [61] et les résultats obtenus par Straub et Anderson, 1960 [49]).*

Le profil de concentration d'air d'un écoulement aéré uniforme peut être analysé en se référant aux études de Wood [59] et de Hager [17]. La Fig. 33 montre que  $C_e (Y_{90})$  dépend seulement de la pente du fond  $\Theta$ , en considérant la rugosité aux limites du canal d'essai de Straub et d'Anderson. En désignant par  $C_0$  la concentration asymptotique au fond avec :

$$\begin{aligned} C_0 &= 1,25 \Theta^3 \text{ [rad]}, & 0^\circ < \Theta < 40^\circ \\ C_0 &= 0,65 \sin \Theta \text{ [rad]}, & 40^\circ < \Theta < 80^\circ \end{aligned} \quad (3.8)$$

on peut démontrer que la concentration d'air normalisée  $c = (C_e - C_0)/(0,90 - C_0)$  varie comme suit [17] :

$$c = 1,05 \exp [-0,54 (y^* + 0,30)^2] \quad (3.9)$$

où  $y^* = 2(1 - Y_{90})/(\sin \Theta)^{1/2}$  correspond à une position mesurée au-dessus du fond du canal. Ainsi, toutes les courbes de concentration  $C_e (Y_{90})$  pour différents  $\Theta$  peuvent être transformées en un graphique unique  $c (y^*)$ , comme représenté sur la Fig. 34 b).

La concentration moyenne d'air  $\bar{C}_e$  dans une section transversale peut être calculée par intégration sur la section. On obtient :

$$\bar{C}_e = 0,75 (\sin \Theta)^{0,75} \quad (3.10)$$

indiquant une augmentation presque linéaire de  $\bar{C}_e$  avec la pente  $\Theta$  du coursier.

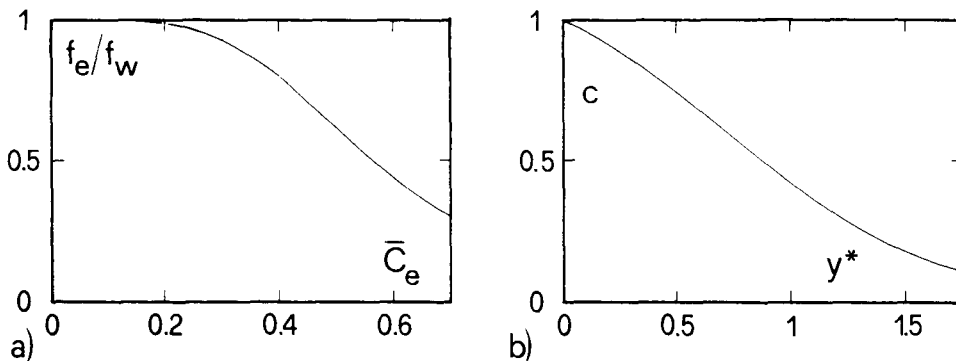
En s'appuyant sur un grand nombre d'expériences, Gangadharaiah *et al.* [15] ont proposé pour la concentration moyenne d'air  $\bar{C}_e$  l'équation :

$$1 - \bar{C}_e = [1 + \Omega \text{IF}_w^{3/2}]^{-1} \quad (3.11)$$

Le paramètre de coursier  $\Omega$  tient compte de la forme du canal et de la hauteur de rugosité, et  $\text{IF}_w = V_w/(gh_w^3)^{1/2}$  est le nombre de Froude de l'écoulement d'eau pure. Pour des canaux rectangulaires, on a obtenu le résultat — qui est inexact du point de vue dimensionnel —  $\Omega = 1,35 n$ ,  $n$  étant le coefficient de rugosité de Manning.

Avec  $h_w = (1 - \bar{C}_e) h_{99}$ , le rapport  $Y_{99} = h_{99}/h_w$  peut s'écrire [44] :

$$Y_{99} = 1 + \frac{1,35 \eta}{1 + 2 (h_w/b)} \quad (3.12)$$



The concentration profile of uniform aerated flow may further be analyzed when following Wood [59] and Hager [17]. According to Fig. 33,  $C_e(Y_{90})$  depends only on the bottom slope  $\Theta$  for the boundary roughness existing in Straub and Anderson's test channel. If  $C_0$  is the asymptotic bottom concentration with :

$$\begin{aligned} C_0 &= 1.25 \Theta^3 \text{ [rad]}, & 0^\circ < \Theta < 40^\circ \\ C_0 &= 0.65 \sin \Theta \text{ [rad]}, & 40^\circ < \Theta < 80^\circ \end{aligned} \quad (3.8)$$

the normalized air concentration  $c = (C_e - C_0)/(0.90 - C_0)$  varies as [17] :

$$c = 1.05 \exp[-0.54 (y^* + 0.30)^2] \quad (3.9)$$

The parameter  $y^* = 2(1 - Y_{90})/(\sin \Theta)^{1/2}$  corresponds to a scaled position over the channel bottom. All concentration curves  $C_e(Y_{90})$  for various  $\Theta$  may thus be transformed in a single plot  $c(y^*)$  as shown in Fig. 34 b).

The average cross-sectional air concentration  $\bar{C}_e$  may be computed by integration over the cross-section and obtains :

$$\bar{C}_e = 0.75 (\sin \Theta)^{0.75} \quad (3.10)$$

This indicates an almost linear increase of  $\bar{C}_e$  with the chute slope  $\Theta$ .

Based on a large number of experiments, Gangadharaiah *et al.* [15] proposed for the mean air concentration  $\bar{C}_e$  :

$$1 - \bar{C}_e = [1 + \Omega \text{IF}_w^{3/2}]^{-1} \quad (3.11)$$

The chute parameter  $\Omega$  accounts for the channel shape and roughness height, and  $\text{IF}_w = V_w/(gh_w^3)^{1/2}$  is the Froude number of pure water flow. For rectangular channels, the dimensionally incorrect result  $\Omega = 1.35 n$  with  $n$  as Manning's roughness coefficient was found.

With  $h_w = (1 - \bar{C}_e) h_{99}$ , the ratio  $Y_{99} = h_{99}/h_w$  obtains [44] :

$$Y_{99} = 1 + \frac{1.35 \eta}{1 + 2 (h_w/b)} \quad (3.12)$$

Fig. 34

Uniform aerated flow.

*Écoulement aéré uniforme.*

- |   |   |
|---|---|
| a) Effect of mean air concentration on friction factor. | a) <i>Effet de la concentration moyenne d'air sur le coefficient de frottement.</i> |
| b) Air concentration distribution $c(y^*)$ .            | b) <i>Répartition de la concentration d'air <math>c(y^*)</math>.</i>                |

où  $\eta = [h_w \sin^3 \Theta / (g^3 n^2)]^{1/4}$  représente la caractéristique de rugosité dimensionnelle du coursier. Pour les coursiers larges, la surface moyenne du mélange eau-air  $Y_{99}$  augmente linéairement avec  $\eta$ , c'est-à-dire essentiellement avec la pente  $\Theta$  du coursier, et très peu avec le coefficient de rugosité. L'effet de la profondeur d'écoulement est très faible. L'équation (3.12) est une base simple pour le calcul de la profondeur  $h_{99}$  de l'écoulement aéré uniforme sur le coursier, en considérant la profondeur  $h_w$  de l'écoulement d'eau pure.

Les équations (3.11) et (3.12) peuvent être transformées en remplaçant le débit par la formule de Manning. En se limitant aux coursiers larges ( $h_w/b \ll 1$ ), la concentration moyenne d'air  $\bar{C}_c$  peut s'exprimer comme suit [17] :

$$\bar{C}_c = 1,35 \eta \quad (3.13)$$

La concentration moyenne d'air à l'équilibre  $\bar{C}_c$  dépend principalement de la pente  $\Theta$  du coursier, comme l'indiquait aussi l'équation (3.10), et également du coefficient de rugosité de Manning.

### Exemple 3.2

Quelles sont les caractéristiques de l'écoulement aéré uniforme de l'exemple précédent 3.1? Avec  $k_s^{1/6}/(ng^{1/2}) = 8,2$  selon Strickler pour un écoulement rugueux turbulent, on obtient pour la rugosité de Manning la valeur  $n = 0,0119$ . En outre, avec  $\Omega = 1,35 n = 0,016$  et le nombre de Froude  $IF_w = q/(gh_w^3)^{1/2} = 25/(9,81 \times 0,72^3)^{1/2} = 13,06$ , l'équation (3.11) donne pour  $\bar{C}_c$ , concentration moyenne d'air, la valeur de 43 %. L'équation (3.8) donne comme concentration au fond la valeur approximative de 2,2 %. De plus, avec  $\eta = 0,55$  et  $h_w/b \ll 1$ , on obtient pour la profondeur de l'écoulement du mélange air-eau  $Y_{99} = 1,75$ , et donc  $h_{99} = 1,28$  m.

## 3.5. ÉCOULEMENT AÉRÉ, GRADUELLEMENT VARIÉ

La zone située entre le point de naissance de l'entraînement d'air et l'écoulement aéré uniforme est graduellement variée et a été désignée sous le nom de zone d'écoulement aéré, graduellement varié (Fig. 30). Cette zone est caractérisée par une variation locale de concentration d'air, de vitesse et de profondeur d'écoulement; cette zone peut être assimilée à un écoulement graduellement varié dans un canal, excepté que la concentration d'air  $C$  et la densité  $\rho$  sont des inconnues supplémentaires. En se basant sur la similitude de l'écoulement graduellement varié et de l'écoulement uniforme pour ce qui concerne la pente de frottement [8], on a stipulé le concept de similitude pour les profils de concentration d'air dans les écoulements aérés [61]. On obtient ainsi, pour le profil de surface, l'équation suivante :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\sin \Theta - S_f - h \sin \Theta \left( \frac{d\Theta}{dx} \right)}{\cos \Theta - IF^2} \quad (3.14)$$

où  $d\Theta/dx$  correspond à la variation de la pente du fond et  $IF = q/(gh^3)^{1/2}$  est le nombre de Froude. La pente de frottement  $S_f = (f_n/4 R_n) (V^2/2g)$  est calculée à partir de l'équation (3.6) en tenant compte de la concentration d'air comme indiqué précédemment.

in which  $\eta = [h_w \sin^3 \Theta / (g^3 n^2)]^{1/4}$  is the dimensional chute roughness characteristics. For wide chutes the mean surface of the air-water mixture  $Y_{99}$  increases linearly with  $\eta$ , that is mainly with the chute slope  $\Theta$  and moderately with the roughness coefficient. The effect of flow depth is very small. Eq. (3.12) is a simple basis for computing the uniform aerated flow depth  $h_{99}$  in chute flow when accounting for the pure water flow depth  $h_w$ .

Eqs. (3.11) and (3.12) may be developed further when substituting Manning's formula for discharge. Restricting considerations to wide chutes ( $h_w/b \ll 1$ ), the mean air concentration  $\bar{C}_e$  may be expressed as [17] :

$$\bar{C}_e = 1.35 \eta \quad (3.13)$$

The average equilibrium air concentration  $\bar{C}_e$  depends mainly on the chute slope  $\Theta$  as was also predicted with Eq. (3.10) and also on the Manning roughness coefficient.

### Example 3.2

What are the uniform aerated flow characteristics of example 3.1? With  $k_s^{1/6}/(ng^{1/2}) = 8.2$  according to Strickler for turbulent rough flow, Manning's roughness value obtains  $n = 0.0119$ . Further, with  $\Omega = 1.35 n = 0.016$  and the Froude number  $IF_w = q/(gh_w^3)^{1/2} = 25/(9.81 \times 0.72^3)^{1/2} = 13.06$ , the average air concentration is  $\bar{C}_e = 43\%$  according to Eq. (3.11). The bottom concentration  $C_0$  is 2.2 %, roughly, from Eq. (3.8). Further, with  $\eta = 0.55$  and  $h_w/b \ll 1$  the mixture flow depth obtains  $Y_{99} = 1.75$ , thus  $h_{99} = 1.28$  m.

## 3.5. GRADUALLY VARIED, AERATED FLOW

The region between the inception point and the uniform aerated flow is gradually varied, and is referred to as gradually varied, aerated flow zone (Fig. 30). This domain is characterized by a local variation of air concentration, velocity and flow depth. The region is similar to gradually varied channel flow, except that both air concentration  $C$  and density  $\rho$  are additional unknowns. Based on the similarity of gradually varied and uniform flow as regards the friction slope [8] the concept of similarity for air concentration profiles in aerated flow was stipulated [61]. The equation for the surface profile then obtains :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\sin \Theta - S_f - h \sin \Theta \left( \frac{d\Theta}{dx} \right)}{\cos \Theta - IF^2} \quad (3.14)$$

where  $d\Theta/dx$  corresponds to the change of bottom slope and  $IF = q/(gh^3)^{1/2}$  is the Froude number. The friction slope  $S_f = (f_a/4 R_h) (V^2/2g)$  is computed from Eq. (3.6) by accounting for the effect of air concentration as previously discussed.

Une méthode approchée considère la profondeur  $h_{um}$  de l'écoulement aéré uniforme comme la profondeur d'écoulement asymptotique, mais utilise l'équation relative à l'écoulement non aéré graduellement varié. Ici, l'indice « u » correspond à « uniforme » et « m » au « mélange air-eau ». Avec les paramètres non dimensionnels :

$$X = \sin \Theta \cdot x/h_{um}, \quad Y_m = h_u/h_{um}, \quad Y_c = h_{cm}/h_{um}$$

on obtient [44] :

$$\frac{dh_m}{dx} = \frac{\sin \Theta - S_{fm}}{1 - IF_m^2} \quad (3.15)$$

La Fig. 35 représente la solution  $Y_m(X)$  pour diverses valeurs de  $Y_c$ . En partant du point de naissance de l'entraînement d'air ( $x_i, h_i$ ), et connaissant la profondeur  $h_{um}$  de l'écoulement aéré uniforme et la profondeur  $h_{cm}$  de l'écoulement critique aéré, on peut localiser sur le graphique le point de naissance non dimensionnel ( $X_i = \sin \Theta \cdot x_i/h_{um}$ ;  $Y_{mi} = h_i/h_{um}$ ).

La courbe avec la valeur  $Y_c$  souhaitée est également choisie. On peut alors procéder, à l'aval le long du coursier, c'est-à-dire en allant de la gauche vers la droite

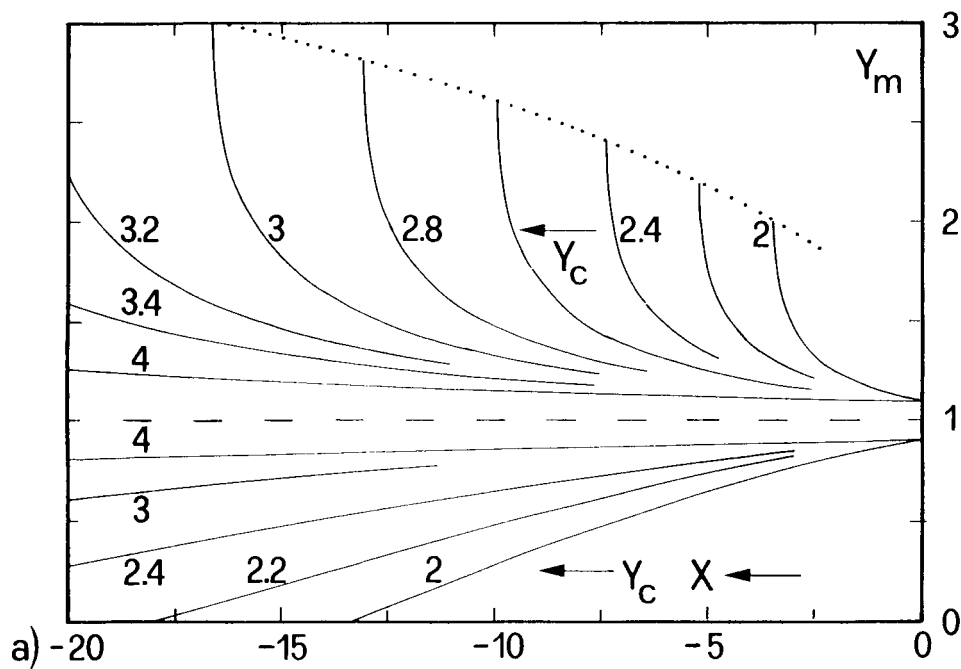


Fig. 35 a)

Free surface profile  $Y_m(X)$  for gradually varied aerated flow.

Profil de la surface libre  $Y_m(X)$  pour un écoulement aéré graduellement varié.

(...) Critical flow.

(...) Écoulement critique.

a)  $-20 \leq X \leq 0$ .

a)  $-20 \leq X \leq 0$ .



An approximate procedure accounts for the uniform aerated flow depth  $h_{um}$  as the asymptotic flow depth but the equation for non-aerated gradually varied flow. Index "u" refers to uniform and "m" to the air-water mixture. With the nondimensional parameters :

$$X = \sin \Theta \cdot x/h_{um}, \quad Y_m = h_u/h_{um}, \quad Y_c = h_{cm}/h_{um}$$

the result obtains [44] :

$$\frac{dh_m}{dx} = \frac{\sin \Theta - S_{fm}}{1 - F_m^2} \quad (3.15)$$

Fig. 35 shows the solution  $Y_m(X)$  for various values of  $Y_c$ . Starting at the inception point ( $x_i; h_i$ ) and with known uniform aerated flow depth  $h_{um}$  and aerated critical flow depth  $h_{cm}$ , the nondimensional inception point ( $X_i = \sin \Theta \cdot x_i/h_{um}$ ;  $Y_{mi} = h_i/h_{um}$ ) may be located on the plot.

Also, the curve with the desired  $Y_c$  value is selected. Then one may proceed downstream along the chute that is from left to right in the diagram to obtain the

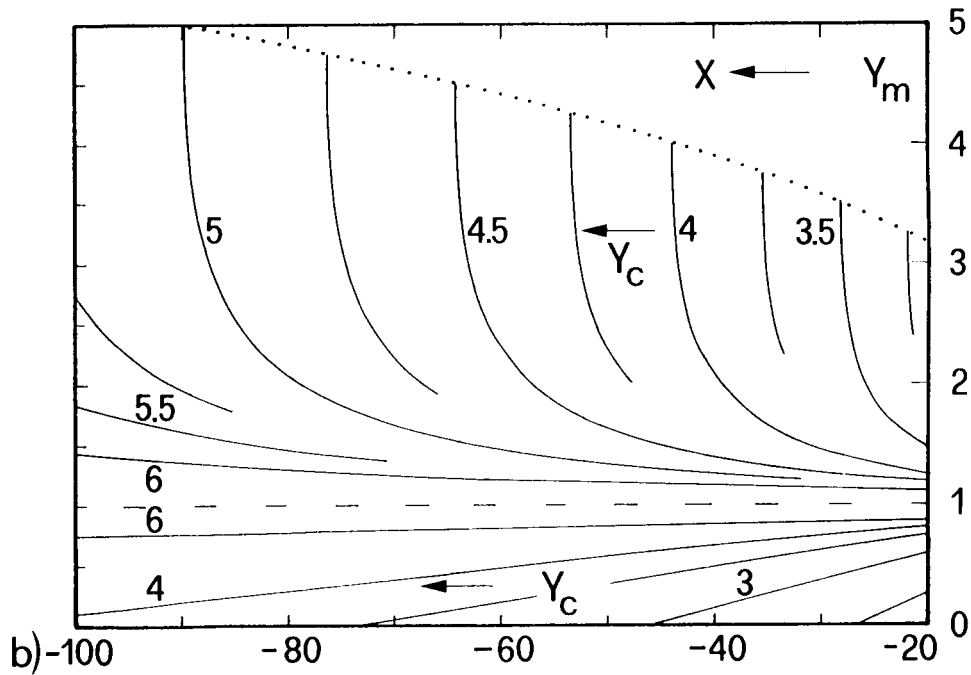


Fig. 35 b)

Free surface profile  $Y_m(X)$  for gradually varied aerated flow.

*Profil de la surface libre  $Y_m(X)$  pour un écoulement aéré graduellement varié.*

(...) Critical flow.

(...) Écoulement critique.

b)  $-100 \leq X \leq -20$ .

b)  $-100 \leq X \leq -20$ .

du graphique, à l'obtention du profil de la surface de transition aux points  $x$  choisis, où les profondeurs du mélange sont  $h_m = Y_m h_{um}$ .

D'autres études relatives à la zone où se développe l'entraînement d'air ont été présentées par Keller *et al.* [28], et par Thandaveswara et Rao [51]. Leurs résultats expérimentaux peuvent être utilisés pour l'étalonnage des modèles numériques.

### 3.6. APERÇU HISTORIQUE

Parmi les premières études sur le phénomène d'entraînement d'air naturel, on peut citer celles d'Ehrenberger (1926, 1930) [9, 10] et de Ludin (1928) [41]. Ehrenberger put enregistrer la distribution verticale de la teneur en air et établit que la vitesse dans une section transversale variait avec  $(\sin \alpha)^{0,4}$ ,  $\alpha$  étant la pente du canal. La vitesse minimale pour qu'un écoulement aéré existe fut trouvée égale à  $4 \text{ ms}^{-1}$ .

Aux États-Unis, les premières études furent effectuées par Lane (1936, 1939) [38, 39] et Stevens (1938) [45], bien que Houk (1927) [27] ait fait mention de problèmes d'entraînement d'air au barrage de dérivation de Willwood. Une étude systématique de l'entraînement d'air dans les canaux à écoulement libre fut présentée par Hall (1943) [22]. Il fut établi que l'entraînement d'air dépendait principalement de la rugosité aux parois, du nombre de Froude local et de la géométrie locale du canal. Hickox (1945) [24] a décrit la naissance de l'aération sur les coursiers à forte pente. Gumensky (1949) [16] trouva que l'eau aérée avait un effet négligeable sur le comportement des bassins d'amortissement. D'autres résultats expérimentaux furent obtenus par Viparelli (1951, 1953, 1954, 1958) [52, 53, 54, 56], Halbronn (1951, 1952, 1955) [18, 19, 21] et Halbronn *et al.* (1953) [20], Straub et Lamb (1953, 1956) [47, 48], Straub *et al.* (1954) [46], Yevdjevich et Levin (1953) [62], et Levin (1955) [40]. Cette série de données se termina en partie par la contribution de Straub et Anderson (1960) [49], analysant la distribution de la teneur en air dans des conditions d'équilibre, c'est-à-dire d'écoulement aéré uniforme.

En dehors des études en laboratoire effectuées par Annemüller (1961) [3], Rajaratnam (1962) [43], Anderson (1965) [2], Killen et Anderson (1969) [31], et Lai (1968) [33], et des observations *in situ* faites par Okada *et al.* (1959) [42], Harrison et Owen (1967) [23], et Aki (1969) [1], une seconde période d'intense expérimentation débuta dans les années 70. Lakshmana Rao *et al.* (1968, 1970 et 1971) [34, 35, 36] mirent au point une méthode théorique pour déterminer les distributions de la teneur en air et de la vitesse dans les zones turbulentes libres et les zones turbulentes le long des murs. Le début d'entraînement d'air et des formules pour le coefficient moyen d'entraînement furent étudiés par Gangadharaiah *et al.* (1968, 1970) [14, 15]. La zone où se développe l'entraînement d'air fut analysée par Keller *et al.* (1974) [28]; Keller et Rastogi (1975, 1977) [29, 30] examinèrent les problèmes concernant les évacuateurs de crue. Parallèlement, Thandaveswara et Lakshmana Rao (1978) [51] menèrent une étude expérimentale sur la zone où l'entraînement se développe. Volkart (1980, 1982) [57, 58] expliqua le mécanisme de l'entraînement d'air et étendit les résultats aux conduites partiellement remplies, tandis que Falvey (1979) [11] proposa une relation pour la teneur moyenne en air dans une section transversale d'un écoulement aéré uniforme. Cain et Wood (1981a, b) [5, 6] présentèrent un nouvel appareillage de mesure et continuèrent les expériences au barrage Aviemore. Wood *et al.* (1983) [60] établirent une méthode modifiée pour localiser le début de l'entraînement d'air; Wood (1983) [59] réexamina l'écoulement aéré uniforme et présenta un rapport sur

transition surface profile at selected locations  $x$ , where the mixture depths are  $h_m = Y_m h_{um}$ .

Further contributions to the developing region were offered by Keller *et al.* [28], as well as Thandaveswara and Rao [51]. Their experimental data may be used for calibration of numerical models.

### 3.6. HISTORICAL REVIEW

Early contributions to the natural air entrainment phenomenon were provided by Ehrenberger (1926, 1930) [9, 10] and Ludin (1928) [41]. Ehrenberger was able to record the vertical distribution of air concentration and found that the cross-sectional velocity varied with  $(\sin \alpha)^{0.4}$ . Herein  $\tan \alpha$  is the slope of the channel. The minimum velocity for the presence of aerated flow was set at  $4 \text{ ms}^{-1}$ .

First studies in the United States were conducted by Lane (1936, 1939) [38, 39] and Stevens 1938 [45], although Houk (1927) [27] referred to problems of air entrainment for the Willwood diversion dam. A systematic analysis of air entrainment in open channels was presented by Hall (1943) [22]. It was found that air entrainment depends mainly on the boundary roughness, the local Froude number and the local channel geometry. Hickox (1945) [24] described incipient aeration on steep chutes. Gumensky (1949) [16] found the effect of aerated water negligible on the performance of stilling basins. Further experimental results were obtained by Viparelli (1951, 1953, 1954, 1958) [52, 53, 54, 56], Halbronn (1951, 1952, 1955) [18, 19, 21] and Halbronn *et al.* (1953) [20], Straub and Lamb (1953, 1956) [47, 48], Straub *et al.* (1954) [46], Yevdjevich and Levin (1953) [62], and Levin (1955) [40]. These series of data was partially concluded by the contribution of Straub and Anderson (1960) [49], who analysed the distribution of air concentration in equilibrium conditions, that is uniform aerated flow.

Apart from lab studies by Annemüller (1961) [3], Rajaratnam (1962) [43], Anderson (1965) [2], Killen and Anderson (1969) [31], and Lai (1968) [33], and field observations by Okada *et al.* (1959) [42], Harrison and Owen (1967) [23] and Aki (1969) [1], a second intense period of experimentation started in the Seventies. Lakshmana Rao *et al.* (1968, 1970 and 1971) [34, 35, 36] developed a theoretical approach for the concentration and velocity distributions in the free turbulent and the wall turbulent zones. Incipient air entrainment and expressions for the average entrainment coefficient were analysed by Gangadharaiah *et al.* (1968, 1970) [14, 15]. The developing region was investigated by Keller *et al.* (1974) [28] and Keller and Rastogi (1975, 1977) [29, 30] applied further results on spillways. In parallel, Thandaveswara and Lakshmana Rao (1978) [51] conducted an experimental study on the developing region. Volkart (1980, 1982) [57, 58] explained the mechanism of air entrainment, and extended the results on partially filled pipes, whereas Falvey (1979) [11] proposed a relation for the average cross-sectional air concentration in uniform aerated flow. Cain and Wood (1981a, b) [5, 6] presented a novel instrumentation and continued the experiments on the Aviemore dam. Wood *et al.* (1983) [60] introduced a modified procedure for locating the incipient air entrainment, and Wood (1983) [59] re-examined the uniform aerated flow and presented a state-of-the-art report in 1985 [61], as did Rao and Kobus (1975) [37] and Kobus (1985) [32], as well as Falvey (1980) [12] and Falvey and Ervine (1988) [13].

l'état de la question en 1985 [61], ainsi que le firent également Rao et Kobus (1975) [37], Kobus (1985) [32], Falvey (1980) [12], Falvey et Ervine (1988) [13]. Vers la fin des années 80, l'étude, sur modèle mathématique, de l'écoulement aéré dans un canal à surface libre fut entreprise. Des rapports furent établis par Hopping et Hoopes (1988) [26] et par Chanson (1989) [7].

### 3.7. NOTATIONS ADOPTÉES DANS LE CHAPITRE 3

|              |                                      |   |
|--------------|--------------------------------------|---|
| b            | [m]                                  | largeur du coursier.  |
| c            | [—]                                  | concentration d'air normalisée.   |
| C            | [—]                                  | concentration.  |
| $\bar{C}$    | [—]                                  | concentration moyenne dans une section transversale.  |
| $C_0$        | [—]                                  | concentration d'air au fond (en radier).  |
| $\delta$     | [m]                                  | épaisseur de la couche limite.  |
| IF           | [—]                                  | nombre de Froude.   |
| f            | [—]                                  | coefficient de frottement.  |
| $\Theta$     | [—]                                  | pente du radier (du fond).  |
| g            | [ms <sup>-2</sup> ]                  | accélération de la pesanteur.   |
| H            | [m]                                  | charge énergétique.   |
| h            | [m]                                  | profondeur de l'écoulement.   |
| $H_s$        | [m]                                  | différence de niveaux d'eau en un point.  |
| $\eta$       | [sm <sup>-1/3</sup> ]                | paramètre de rugosité du coursier.  |
| $k_s$        | [m]                                  | hauteur de rugosité équivalente.  |
| $\mu$        | [—]                                  | vitesse normalisée.   |
| n            | [m <sup>-1/3</sup> s <sup>+1</sup> ] | coefficient de rugosité de Manning.   |
| $\Omega$     | [sm <sup>-1/3</sup> ]                | paramètre du coursier.  |
| q            | [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]    | débit par unité de largeur.   |
| $R_h$        | [m]                                  | rayon hydraulique.  |
| $\rho$       | [kgm <sup>-3</sup> ]                 | densité.  |
| $S_f$        | [—]                                  | pente de frottement.  |
| $S_o$        | [—]                                  | pente du radier (du fond).  |
| $\mathbb{T}$ | [—]                                  | coefficient de turbulence.  |
| V            | [ms <sup>-1</sup> ]                  | vitesse dans une section transversale.  |
| X            | [—]                                  | coordonnée longitudinale normalisée.  |
| x            | [m]                                  | coordonnée longitudinale.   |
| y            | [m]                                  | cote au-dessus du lit.  |
| Y            | [—]                                  | profondeur relative de l'écoulement.  |
| $y^*$        | [—]                                  | paramètre de position.  |
| $Y_c$        | [—]                                  | rapport de la profondeur de l'écoulement critique à la profondeur de l'écoulement uniforme. |
| $Y_m$        | [—]                                  | profondeur d'écoulement normalisée.   |
| z            | [m]                                  | coordonnée verticale.   |

In the late 1980s, the numerical modelling of aerated open channel flow was initiated. Contributions were made by Hopping and Hoopes (1988) [26] and Chanson (1989) [7].

### 3.7. NOTATION CHAPTER 3

|           |                                      |   |
|-----------|--------------------------------------|---|
| $b$       | [m]                                  | chute width.                              |
| $c$       | [—]                                  | normalised air concentration.             |
| $C$       | [—]                                  | concentration.                            |
| $\bar{C}$ | [—]                                  | cross-sectional average concentration.    |
| $C_0$     | [—]                                  | bottom air concentration.                 |
| $\delta$  | [m]                                  | thickness of boundary layer.              |
| $Fr$      | [—]                                  | Froude number.                            |
| $f$       | [—]                                  | friction factor.                          |
| $\Theta$  | [—]                                  | bottom slope.                             |
| $g$       | [ms <sup>-2</sup> ]                  | gravitational acceleration.               |
| $H$       | [m]                                  | energy head.                              |
| $h$       | [m]                                  | flow depth.                               |
| $H_s$     | [m]                                  | difference of local water elevations.     |
| $\eta$    | [sm <sup>-1/3</sup> ]                | chute roughness parameter.                |
| $k_s$     | [m]                                  | equivalent sandroughness height.          |
| $\mu$     | [—]                                  | normalised velocity.                      |
| $n$       | [m <sup>-1/3</sup> s <sup>+1</sup> ] | Manning roughness coefficient.            |
| $\Omega$  | [sm <sup>-1/3</sup> ]                | chute parameter.                          |
| $q$       | [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]    | discharge per unit width.                 |
| $R_h$     | [m]                                  | hydraulic radius.                         |
| $\rho$    | [kgm <sup>-3</sup> ]                 | density.                                  |
| $S_f$     | [—]                                  | friction slope.                           |
| $S_o$     | [—]                                  | bottom slope.                             |
| $T$       | [—]                                  | turbulence number.                        |
| $V$       | [ms <sup>-1</sup> ]                  | cross-sectional velocity.                 |
| $X$       | [—]                                  | normalised length coordinate.             |
| $x$       | [m]                                  | longitudinal coordinate.                  |
| $y$       | [m]                                  | elevation above bed.                      |
| $Y$       | [—]                                  | relative flow depth.                      |
| $y^*$     | [—]                                  | position parameter.                       |
| $Y_c$     | [—]                                  | ratio of critical to uniform flow depths. |
| $Y_m$     | [—]                                  | normalised flow depth.                    |
| $z$       | [m]                                  | vertical coordinate.                      |

## Indices

|   |                      |
|---|----------------------|
| a | air.                 |
| c | écoulement critique. |
| e | équilibre.           |
| i | naissance (début).   |
| m | mélange.             |
| u | écoulement uniforme. |
| w | eau.                 |

## 3.8 REFERENCES

1. AKI S. (1969) : " Field measurements of velocity and pressure on spillway chute ". *XIII IAHR Congress Kyoto*, 5 (1), 167-172.
2. ANDERSON A. G. (1965) : " Influence of channel roughness on the aeration of high-velocity open-channel flow ". *XI IAHR Congress Leningrad*, 1 (37), 1-13.
3. ANNEMÜLLER H. (1961) : " Die Berechnung der Abflusstiefen in Schußrinnen ". *Der Bauingenieur* 36, 222-226.
4. BAUER W. J. (1954) : " Turbulent boundary layer on steep slopes ". *Trans. ASCE* 119, 1212-1242.
5. CAIN P. and WOOD I. R. (1981a) : " Instrumentation for aerated flow on spillways ". Proc. ASCE, *J. Hydraulics Division* 107 (11), 1407-1424.
6. CAIN P. and WOOD I. R. (1981b) : " Measurement of self-aerated flow on a spillway ". Proc. ASCE, *J. Hydraulics Division* 107 (11), 1425-1444; 109 (1), 145-146.
7. CHANSON H. (1989) : " Flow downstream of an aerator - aerator spacing ". *J. Hydraulic Research* 27 (4), 519-536.
8. CHOW V. T. (1959) : " *Open channel hydraulics* ". McGraw-Hill Book Company, New York.
9. EHRENBERGER R. (1926) : " Wasserbewegung in steilen Rinnen mit besonderer Berücksichtigung der Selbstbelüftung ". *Oesterreichischer Ingenieur- und Architektenverein* 78 (15/16), 155-160; 78 (17/18), 175-179.
10. EHRENBERGER R. (1930) : " Eine neue Geschwindigkeitsformel für künstliche Gerinne mit starken Neigungen (Schusstennen) und Berechnung der Selbstbelüftung des Wassers ". *Die Wasserwirtschaft* 23 (28), 573-575; 23 (29), 595-598.
11. FALVEY H. T (1979) : " Mean air concentration of self-aerated flows ". Proc. ASCE, *J. Hydraulics Division* 105 (1), 91-96; 105 (11), 1469; 106 (8), 1407-1408.
12. FALVEY H. T (1980) : " Air-water flows in hydraulic structures ". US Dept. Interior, Water Resources Technical Publication, *Engineering Monograph* 41. US Printing Office, Denver Col.
13. FALVEY H. T. and ERVINE D. A. (1988) : " Aeration in jets and high velocity flows ". *Model - prototype correlation of hydraulic structures* Colorado Springs, ed. P. H. Burgi, 25-55.

## Subscripts

|   |                |
|---|----------------|
| a | air.           |
| c | critical flow. |
| e | equilibrium.   |
| i | inception.     |
| m | mixture.       |
| u | uniform flow.  |
| w | water.         |

14. GANGADHARAI AH T., SEETHARAMIAH K. and LAKSHMANA RAO N. S. (1968) : " On the mean velocity distribution in turbulent flow in a chute ". *Conf. Hydraulics and Fluid Mechanics*, The Institution of Engineers, Australia, 124-128; 248-249.
15. GANGADHARAI AH T., LAKSHMANA RAO N. S. and SEETHARAMIAH K. (1970) : " Inception and entrainment in self-aerated flows ". *Proc. ASCE, J. Hydraulics Division* 96 (7), 1549-1565.
16. GUMENSKY D. B. (1949) : " Air entrained in fast water affects design of training walls and stilling basins ". *Civil Engineering* 19 (12), 35-37; 93.
17. HAGER W. H. (1991) : " Uniform aerated chute flow ". *Proc. ASCE, J. Hydraulic Engineering*, 117 (4), 528-533.
18. HALBRONN G. (1951) : " Mesure des concentrations et des vitesses dans un courant mixte d'air et d'eau ". *La Houille Blanche* 6 (3), 394-405.
19. HALBRONN G. (1952) : " Étude de la mise en régime des écoulements sur les ouvrages à forte pente ". *La Houille Blanche* 7 (1), 21-40; 7 (3), 347-371; 7 (5) 702-722.
20. HALBRONN G., DURAND R. and COHEN DE LARA G. (1953) : " Air entrainment in steeply sloping flumes ". *V IAHR Congress Minneapolis*, 455-466.
21. HALBRONN G. (1955) : Discussion to " The development of the turbulent boundary layer on steep slopes ". *Proc. ASCE, J. Engineering Mechanics Division* 81 (606), 1-9.
22. HALL L. S. (1943) : " Open channel flow at high velocities ". *Trans. ASCE* 108, 1394-1434.
23. HARRISON A. J. M. and OWEN M. W. (1967). " A new type of structure for flow measurement in steep streams ". *Proc. Institution Civil Engineers* (London), 36, 273-296; 37, 811-818.
24. HICKOX G. H. (1945) : " Air entrainment on spillway faces ". *Civil Engineering*, 15 (12), 562-563.
25. HINO M. (1961) : " On the mechanism of self-aerated flow on steep slope channels ". *IX IAHR-Congress Dubrovnik*, 123-132.
26. HOPPING P. N. and HOOPES, J. A. (1988) : " Development of a numerical model to predict the behaviour of air-water mixtures in open channels ". *Model - prototype correlation of hydraulic structures* Colorado Springs, ed. P. H. Burgi, 419-428.

27. HOUK I. E. (1927) : " New design features in Willwood diversion dam ". *Engineering News-Record* 99 (17), 660-664.
28. KELLER R. J., LAI K. K. and WOOD I. R. (1974) : " Developing region in self-aerated flow ". Proc. ASCE, *J. Hydraulics Division* 100 (4), 553-568; 100 (11), 1729-1730; 101 (2), 319-320; 101 (9), 1278-1280; 102 (4), 529-530.
29. KELLER R. J. and RASTOGI A. K. (1975) : " Prediction of flow development on spillways ". Proc. ASCE, *J. Hydraulics Division* 101 (9), 1171-1184; 102 (9), 1401-1404; 103 (6), 664.
30. KELLER R. J. and RASTOGI A. K. (1977) : " Design chart of predicting critical point on spillways ". Proc. ASCE, *J. Hydraulics Division* 103 (12), 1417-1429; 104 (12), 1678.
31. KILLEN J. M. and ANDERSON A. G. (1969) : " A study of the air-entrained flow in open channels ". *XIII IAHR-Congress* (Kyoto) 2, 339-347.
32. KOBUS H. E. (1985) : " An introduction to air-water flows in hydraulics ". *Mitteilung* Nr. 61, Institut für Wasserbau, Universität Stuttgart, Eigenverlag des Instituts.
33. LAI K. K. (1968) : " A study of air entrainment in steep open channels ". *Conference on Hydraulics and Fluid Mechanics*, The Institution of Engineers, Australia, 41-44; 241-242.
34. LAKSHMANA RAO N. S., SEETHARAMIAH K. and GANGADHARIAH T. (1968) : " A new electrical probe for measurement of air concentration in air-water flows ". *J. Institution of Engineers* (India) 48 (11), 1677-1693.
35. LAKSHMANA RAO N. S., SEETHARAMIAH K. and GANGADHARIAH T. (1970) : " Characteristics of self-aerated flow ". Proc. ASCE, *J. Hydraulics Division* 96 (2), 331-355; 96 (12), 2622-2627; 97 (12), 2077.
36. LAKSHMANA RAO N. S. and GANGADHARIAH T. (1971) : " Self-aerated flow characteristics in wall region ". Proc. ASCE, *J. Hydraulics Division* 97 (9), 1285-1303.
37. LAKSHMANA RAO N. S. and KOBUS H. E. (1975) : " Characteristics of self-aerated free-surface flows ". *Water and wastewater current research and practise* Nr. 10, Erich Schmidt-Verlag, Berlin-Bielefeld-München.
38. LANE E. W. (1936) : " Recent studies on flow conditions in steep chutes ". *Engineering News-Record* 116 (1), 5-7.
39. LANE E. W. (1939) : " Entrainment of air in swiftly flowing water ". *Civil Engineering* 9 (2), 89-91; 9 (6), 371.
40. LEVIN L. (1955) : " Quelques réflexions sur la mécanique de l'écoulement des mélanges d'eau et d'air ". *La Houille Blanche* 11 (8), 555-558.
41. LUDIN A. (1928) : " Modellversuche für die Schussrinne des Shannon-Kraftwerkes ". *Der Bauingenieur* 9 (11), 179-184.
42. OKADA A., KUDO M. and FUKUHARA K. (1959) : " Field tests of high velocity flow and its air content ». *VIII IAHR-Congress* Montreal, 1D, 1-20.
43. RAJARATNAM N. (1962) : " Energy loss in a short-smooth-steep chute ". *J. Central Board of Irrigation and Power*, 19 (9) 725-730.



44. SINNIGER R. O. and HAGER W. H. (1989) : " *Constructions Hydrauliques - Écoulements stationnaires* ". Presses Polytechniques Romandes, Lausanne.
45. STEVENS J. C. (1938) : " Hydraulic knowledge ". *Engineering News-Record*, 120, 236-238.
46. STRAUB L. G., KILLEN J. M. and LAMB O. P. (1954) : " Velocity measurement of air-water mixtures ". *Trans. ASCE* 119, 207-220.
47. STRAUB L. G. and LAMB O. P. (1953) : " Experimental studies of the air entrainment in open channel flow ". *VIAHR-Congress Minneapolis*, 425-437.
48. STRAUB L. G. and LAMB O. P. (1956) : " Studies of air entrainment in open-channel flow ". *Trans. ASCE* 121, 30-44.
49. STRAUB L. G. and ANDERSON A. G. (1960) : " Experiments on self-aerated flow in open channels ". *Trans. ASCE* 125, 456-486.
50. Task Committee on Air Entrainment in Open Channels (1961) : " Aerated flows in open channels ". *Proc. ASCE, J. Hydraulics Division* 87 (3), 73-86; 87 (6), 221-231.
51. THANDAVESWARA B. S. and LAKSHMANA RAO N. S. (1978) : " Developing zone characteristics in aerated flows ". *Proc. ASCE, J. Hydraulics Division* 104 (3), 385-396; 105 (3), 279-281; 105 (11), 1451-1452.
52. VIPARELLI M. (1951) : " Premessa ad una ricerca sulle correnti rapide ". *L'Energia Elettrica* 28 (1), 13-22.
53. VIPARELLI M. (1953) : " The flow in a flume with 1 : 1 slope ". *VIAHR-Congress Minneapolis*, 415-423.
54. VIPARELLI M. (1954) : " Correnti rapide - risultati in canaletta a 45° ". *L'Energia Elettrica* 31 (6), 393-405.
55. VIPARELLI M. (1957) : " Fast water flow in steep channels ". *VI IAHR Congress Lisbon*, D39, 1-12.
56. VIPARELLI M. (1958) : " Correnti rapide ". *L'Energia Elettrica* 35 (7), 633-649.
57. VOLKART P. (1980) : " The mechanism of air bubble entrainment in self-aerated flow ". *International J. Multiphase Flow* 6, 411-423.
58. VOLKART P. U. (1982) : " Self-aerated flow in steep, partially filled pipes ". *Proc. ASCE, J. Hydraulics Division* 108 (9), 1029-1046.
59. WOOD I. R. (1983) : " Uniform region of self-aerated flow ". *Proc. ASCE, J. Hydraulic Engineering* 109 (3), 447-461.
60. WOOD I. R., ACKERS, P. and LOVELESS J. (1983) : " General method of critical point on spillways ". *Proc. ASCE, J. Hydraulic Engineering* 109 (2), 308-312.
61. WOOD I. R. (1985) : " Air water flows ". *Keynote Address XXI IAHR Congress Melbourne*, 18-29.
62. YEVDJEVICH V. and LEVIN L. (1953) : " Entrainment of air in flowing water and technical problems connected with it ". *VIAHR Congress Minneapolis*, 439-454.

---

## 4. AÉRATEURS D'ÉVACUATEURS DE CRUE

---

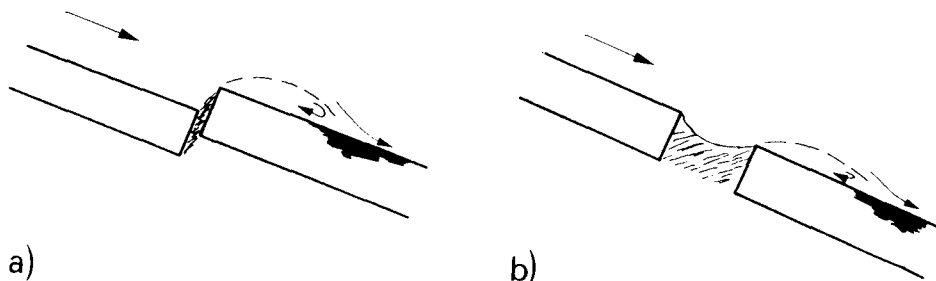
### 4.1. INTRODUCTION

Tous les évacuateurs de crue présentent des défauts de construction, le plus souvent de faible importance, tels que irrégularités aux joints de béton, ou décrochements dus à des tassements locaux (Fig. 36). De telles irrégularités peuvent provoquer une séparation de l'écoulement, associée à une réduction de pression locale derrière l'irrégularité [2, 38]. Les écoulements sur les évacuateurs de crue ont des vitesses de 20 à 40  $\text{ms}^{-1}$ . Comme la réduction de pression peut s'exprimer sous la forme d'un multiple de la charge cinétique à l'approche, la pression dans la zone de séparation peut tomber au-dessous de la pression locale de vapeur  $p_v$ .

Le phénomène de vaporisation résultant d'une baisse de pression — au lieu d'une augmentation de température jusqu'à la température d'ébullition — est appelé « cavitation ». Lorsque la pression augmente de nouveau au-dessus de la pression de vapeur, les bulles de vapeur deviennent instables et éclatent, produisant ainsi des micro-jets de vitesse élevée avec des pointes de pression très fortes et de très courte durée. La cavitation en elle-même n'est pas souvent dangereuse, à moins qu'elle ne se produise près des parois de l'écoulement. Ces pointes de pression, atteignant des charges de 10 000 m de hauteur d'eau, peuvent alors endommager la surface par les phénomènes de fatigue et d'impact [12]. Le béton ou l'acier qui a subi une cavitation présente l'aspect d'un matériau soumis à une érosion. Les dégâts par cavitation résultent essentiellement d'un processus de fracturation dans des écoulements d'eau claire à partir de vitesses comprises entre 12 et 15  $\text{ms}^{-1}$ , en fonction de la géométrie de l'écoulement.

On doit empêcher par tous les moyens les dégâts par cavitation, car ceux-ci détériorent progressivement l'ouvrage. On peut le faire en éloignant les zones de cavitation des parois, en profilant les surfaces pour empêcher les séparations dans l'écoulement, ou en utilisant des matériaux résistants à la cavitation [39, 40]. Cependant, de tels procédés peuvent ne pas être applicables aux évacuateurs de crue ayant de grandes surfaces de contact.

L'adjonction d'air dans l'écoulement à grande vitesse peut constituer un moyen efficace et économique d'empêcher les dégâts par cavitation. La présence d'air près des parois de l'écoulement agit comme un coussin permettant de réduire l'effet de l'éclatement des bulles d'air. Cet effet résulte de la diminution de la vitesse sonique de l'eau due à la présence d'air. Pour des vitesses d'écoulement atteignant 35  $\text{ms}^{-1}$ , une teneur en air entre 6 et 8 % peut empêcher l'érosion par cavitation [21].



---

## 4. SPILLWAY AERATORS

---

### 4.1. INTRODUCTION

All spillways contain minor construction defects, such as irregularities at concrete joints or changes due to local settlements (Fig. 36). Such irregularities may cause separation of flow, associated with a local pressure reduction behind the irregularity [2, 38]. For spillway flow, the velocities are typically in the range of  $20 \text{ ms}^{-1}$  to  $40 \text{ ms}^{-1}$ . As the pressure reduction may be expressed as a multiple of the approaching velocity head, the pressure in the separation zone may fall below the local vapor pressure  $p_v$ .

The phenomenon of vaporization due to a pressure decrease — instead of a temperature increase until boiling temperature — is known as cavitation. As the pressure increases again above the vapor pressure, vapor bubbles become unstable and collapse, thereby generating high speed micro-jets associated with intense pressure peaks of extremely short duration. Cavitation in itself is often not dangerous, unless it occurs near the boundaries of flow. Then, pressure peaks up to heads of 10 000 m water column may damage the surface by fatigue and impact phenomena [12]. Concrete or steel exposed to cavitation looks as if it had experienced erosion. Cavitation damage is essentially a fracturing process and may start in clear water flows at velocities between  $12$  to  $15 \text{ ms}^{-1}$ , depending on the flow geometry.

Compared to cavitation, cavitation damage must be inhibited by all means as it progressively damages a structure. Cavitation damage may be countered by guiding all cavitation zones away from the boundaries, streamlining the surfaces to inhibit separation or using cavitation resistant materials [39, 40]. Yet, these methods may be unsuitable on spillways with large contact surfaces.

An effective and economic means to prevent cavitation damage is the addition of air to the high velocity flow. The presence of air near the boundaries of flow acts as a cushion by which the effect of bubble collapse may be reduced. This effect is due to the reduction of the sonic velocity of the water by the presence of air. For approaching velocities up to  $35 \text{ ms}^{-1}$ , an air concentration between 6 and 8 % may effectively inhibit cavitation erosion [21]. When the natural air entrainment is

Fig. 36

Local low pressure zones due to surface irregularities  
and typical surface damage.

*Zones de basse pression dues à des irrégularités de surface  
et dégâts de surface caractéristiques.*

(-- --) Separating streamline.

(-- --) *Ligne de courant de séparation.*

Lorsque l'entraînement d'air naturel ne suffit pas à assurer la concentration d'air nécessaire au fond, on peut installer le long du coursier des dispositifs spéciaux d'entraînement d'air, appelés aérateurs de coursier.

Parmi les premiers rapports consacrés aux aérateurs de coursier, on peut citer les Russes (Galperin, Semenov et autres) et les Brésiliens (Pinto). Eccher et Siegenthaler [9] présentèrent un compte rendu des rapports publiés au cours des années 70 sur cette question. Des détails sur la cavitation dans les ouvrages hydrauliques furent fournis par Hamilton [14]. Les effets d'échelle furent examinés au Symposium d'Esslingen en 1984 (Marcano et Castillejo [17]; Pan et Shao [20]; Wood [43]). Michel [18] ainsi que Laali et Michel [16] ont analysé le mécanisme d'entraînement d'air. L'attention fut attirée sur la pulsation dans la cavité et ses caractéristiques physiques. En ce qui concerne l'entraînement d'air, on indiqua le rôle important du nombre de Froude et du coefficient de cavitation. Des études sur modèles furent effectuées par de Fazio et Wei [8], Wood [43] et Pinto *et al.* [22, 23, 24, 25, 26, 27], avec comparaison des résultats avec les observations sur les ouvrages réels. Une attention particulière fut portée aux dispositifs d'aération du barrage de Guri (Marcano *et al.* [17]; Castillejo *et al.* [3]; Zagustin *et al.* [46, 47]), du barrage d'Alicura (Vernet *et al.* [35]) et du barrage d'Uribante (Coleman *et al.* [6]). Aksoy *et al.* [1], Prusza *et al.* [28] et Vischer [37] examinèrent les aspects pratiques de projet, tandis que Wood [44] résuma les connaissances actuelles en matière d'aérateurs de coursier.

#### 4.2. AÉRATION EN RADIER

Les dégâts par cavitation dans les écoulements à grande vitesse sur les coursiers peuvent être empêchés en ajoutant de l'air à l'écoulement, si l'entraînement d'air naturel ne suffit pas. Un dispositif relativement simple, permettant d'augmenter la teneur en air sur le radier d'un coursier, est l'aérateur de fond, ou simplement l'aérateur. La Fig. 37 représente l'écoulement à proximité d'un aérateur, en distinguant quatre zones [40] :

- 1) une zone d'approche, caractérisée généralement par un écoulement aéré de surface;
- 2) une zone de transition, où l'écoulement est dévié par une rampe;
- 3) une zone comportant une aération en radier, où de l'air entre dans la cavité au moyen de tuyaux ou de rampes sur la paroi;
- 4) une zone d'écoulement aéré en radier résultant de l'aérateur; le long de cette zone l'écoulement est graduellement varié.

Pour empêcher les dégâts par cavitation, un aérateur supplémentaire est nécessaire lorsque la concentration  $C_0$  de l'air au fond descend au-dessous de 6 à 8 %. L'équation (3.8) donne  $C_0 \geq 6\%$  si  $\Theta > 21^\circ$ , pour un écoulement uniforme. Il en résulte que les coursiers de pente relativement faible  $\Theta < 30^\circ$  en général, et les zones d'accélération de l'écoulement sur les coursiers de pente raide sont particulièrement exposés au risque de dégâts par cavitation si la vitesse est suffisamment élevée pour causer de la cavitation.

Le long de la cavité à l'aval de l'aérateur, un mélange d'eau et d'air pulvérisé à forte turbulence existe. Comme la pression dans la cavité est subatmosphérique, l'air est fourni par le dispositif d'aération et entraîné dans l'écoulement du fait d'une différence de pression  $\Delta p$  entre l'atmosphère et la cavité. La teneur en air dans la

insufficient for the bottom air concentration required, special air entraining structures called chute aerators must be provided along the chute.

Early contributions to chute aerators were given by the Russians Galperin, Semenov and others, and the Brazilians around Pinto. A review of papers in the Seventies was due to Eccher and Siegenthaler [9]. Details on cavitation in hydraulic structures were supplied by Hamilton [14]. Effects of scale were discussed in Esslingen (1984) (Marcano and Castillejo [17]; Pan and Shao [20]; Wood [43]). Michel [18] as well as Laali and Michel [16] analysed the mechanism of air entrainment. Emphasis was placed on cavity pulsation and its physical characteristics. Regarding the entrainment of air, a dominant role of Froude number and cavitation number was found. Model studies were provided by de Fazio and Wei [8], Wood [43] and Pinto *et al.* [22, 23, 24, 25, 26, 27], by comparing the results with the prototype. The aeration devices of the Guri dam (Marcano, *et al.* [17]; Castillejo *et al.* [3]; Zagustin *et al.* [46, 47]), the Alicura dam (Vernet *et al.* [35]) and the Uribante dam (Coleman *et al.* [6]) received particular attention. Aksoy *et al.* [1], Prusza *et al.* [28] and Vischer [37] referred to practical design aspects, whereas Wood [44] summarised the modern knowledge on chute aerators.

#### 4.2. BOTTOM AERATION

Cavitation damage in high velocity chute flow may be prevented when adding air to the flow provided the natural air entrainment does not suffice. A relatively simple structure to increase the bottom air concentration is the bottom aerator, or simply the aerator. As shown in Fig. 37 the flow in the vicinity of an aerator consists of four zones which include [40] :

- 1) approaching zone, usually a surface aerated flow;
- 2) transition zone where the approaching flow is deflected by a ramp;
- 3) bottom aeration zone where air enters the cavity through air ducts or wall ramps; and
- 4) bottom aerated flow due to aerator, along which gradually varied flow occurs.

To prevent cavitation damage, a further aerator is required when the bottom air concentration  $C_0$  decreases below 6 to 8 %. From Eq. (3.8),  $C_0 \geq 6\%$  if  $\Theta > 21^\circ$  for uniform flow. Therefore, chutes of relatively small slope  $\Theta < 30^\circ$  in general, and accelerating flow portions of steep chutes are particularly in danger of cavitation damage provided the velocity is sufficiently high to cause cavitation.

Along the cavity downstream from the aerator, a highly turbulent spray-air mixture exists. As the cavity pressure is subatmospheric, air is supplied by the aeration system and entrained in the flow due to a pressure difference  $\Delta p$  between the atmosphere and the cavity. Thus, the cavity air concentration at zone ③ is

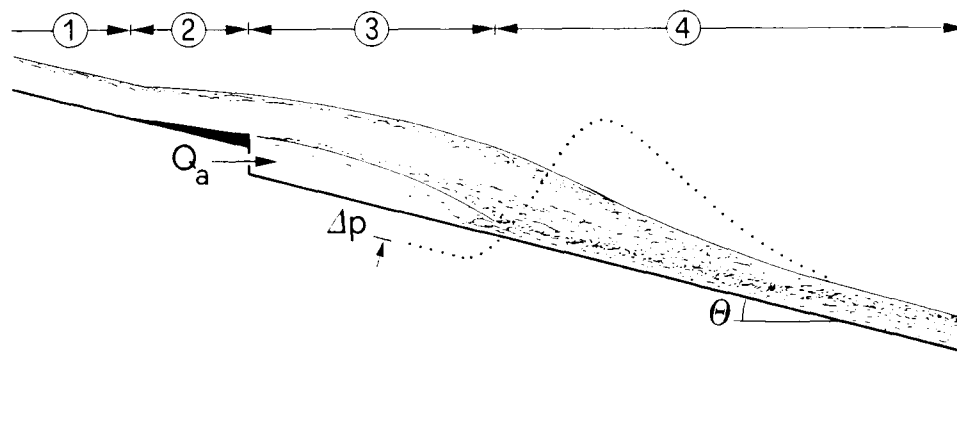
cavité de la zone ③ est donc constante pour une valeur  $\Delta p$  au-dessous de la pression atmosphérique (Fig. 37). Dans la zone d'impact du jet (zone de transition entre la zone ③ et la zone ④), la pression au fond augmente nettement jusqu'à une valeur maximale. Plus à l'aval, la pression en radier tend asymptotiquement vers la profondeur de l'écoulement, et la concentration d'air au fond diminue progressivement par suite de départ d'air.

A partir d'études sur modèles et sur ouvrages réels en Russie et au Brésil, Vischer *et al.* [36] et Volkart [39] ont proposé trois types de dispositif d'entraînement d'air : le déflecteur, le décrochement et la rainure. Le dernier type n'a pas été retenu, étant donné que les rainures sont sujettes à submersion, ce qui entraîne une rupture de l'entraînement d'air par suite de pénétration d'eau à l'intérieur des tuyaux d'alimentation en air.

Un aérateur doit conduire à un entraînement d'air très uniforme sur la largeur du coursier et avec le moins de perturbation possible dans l'écoulement sur le coursier. Comme dispositif optimal d'entraînement d'air, on peut recommander une combinaison du déflecteur et du décrochement. Des dispositifs d'alimentation en air, tels que ceux représentés sur la Fig. 38, ont été proposés par Volkart et Rutschmann [40]. Ces dispositifs ne provoquent que de petites ondes transversales et permettent une distribution d'air sur toute la section transversale du coursier. Rutschmann [27], Rutschmann et Volkart [32] ont proposé une méthode pour déterminer l'écoulement d'air dans un conduit de distribution (Fig. 38 *b*). L'écoulement sur le coursier, à l'aval de l'aérateur, reste à peu près plan.

Le fonctionnement hydraulique d'un aérateur de coursier peut être décrit comme suit. Une différence de pression  $\Delta p$  entre l'atmosphère et la cavité entraîne un écoulement d'air  $Q_a$  dans le dispositif d'alimentation en air. Le débit d'air dépend principalement de  $\Delta p$  et de la géométrie du dispositif d'alimentation en air. Le débit  $Q_a$  peut être calculé par extension de l'équation de Bernoulli, tenant compte de la somme des pertes de charge depuis l'atmosphère à travers le conduit d'alimentation et le dispositif éventuel de distribution jusqu'à la cavité sous le jet.

L'entraînement d'air dans l'écoulement sur le coursier dépend principalement de la différence de pression  $\Delta p$  dans la cavité, des caractéristiques du jet et de la géométrie de l'aérateur. Dans ce qui suit, seul le dernier phénomène sera examiné, étant donné que le dispositif d'alimentation en air dépend beaucoup des caractéristiques géométriques du canal d'approche [29, 31].



constant at a value  $\Delta p$  below atmospheric pressure (Fig. 37). At the jet impact zone (transition from zone ③ to ④) the bottom pressure significantly increases to a maximum value. Further downstream, the bottom pressure head tends asymptotically to the flow depth, and the bottom air concentration decreases gradually due to air detrainment.

Based on both model and prototype analyses in Russia and Brazil, Vischer *et al.* [36] and Volkart [39] proposed three types of air entrainment devices, namely the deflector, the offset and the groove. Since the latter are susceptible to submergence, that is the breakdown of the air entrainment as water is flowing back into the air supply conduit, grooves are excluded.

An aerator should entrain the air most uniformly over the width of chute and with the least disturbance in the chute flow. The combination of deflector and offset may be recommended as the optimum air entrainment device. Air supply systems, such as shown in Fig. 38, were proposed by Volkart and Rutschmann [40]. These involve only a small development of cross-waves and are particularly able to distribute the air across the entire chute. Rutschmann [27] and Rutschmann and Volkart [32] presented an approach for the determination of air flow in a distribution duct as shown in Fig. 38 *b*). The chute flow downstream from this aerator remains nearly plane.

The hydraulics of a chute aerator may be described as follows. A driving pressure  $\Delta p$  between the atmosphere and the cavity provides an air flow  $Q_a$  across the air supply system. The air discharge is mainly dependent on  $\Delta p$  and the geometry of the air supply system.  $Q_a$  may be computed by an extended Bernoulli equation which accounts for the sum of head losses from the atmosphere across the duct and eventual distribution system to the cavity below the jet.

The air entrainment in the chute flow, on the other hand, depends mainly on cavity pressure difference  $\Delta p$ , the characteristics of the mixture jet and the aerator geometry. In the following, only the latter phenomenon will be studied, as the air supply system depends strongly on the entrance geometry [29, 31].

Fig. 39 shows schematically the flow at a chute aerator. The chute axis is

Fig. 37

Schematic flow in the vicinity of aerator.

*Représentation schématique d'un écoulement à proximité d'un aérateur.*

(...) Bottom pressure head curve.

(For details see text.)

(...) *Courbe de la hauteur piézométrique en radier.*

*(Se reporter au texte pour les détails.)*

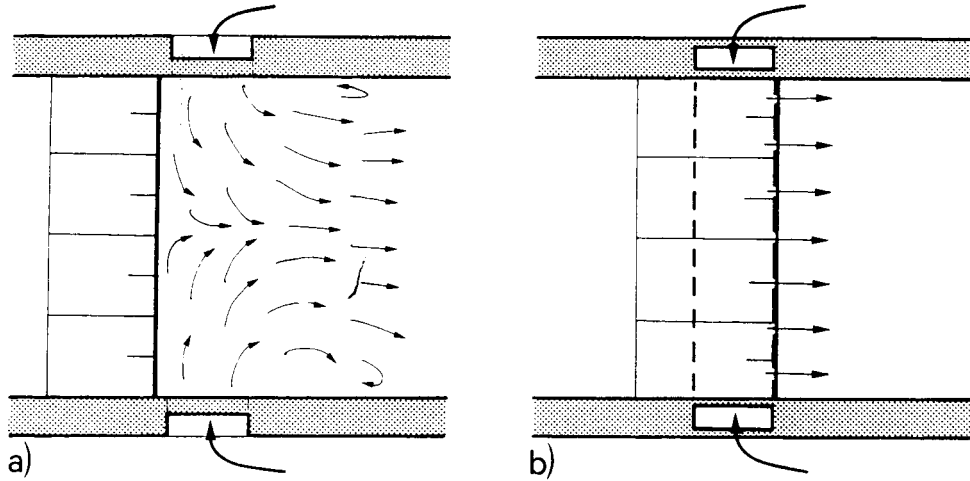


Fig. 38

Air supply systems for chute flow deflectors.

*Dispositifs d'alimentation en air pour des déflecteurs d'écoulement sur un coursier.*

- a) Without distribution duct.  
b) With distribution duct.

- a) Sans conduit de distribution.  
b) Avec conduit de distribution.

La Fig. 39 représente schématiquement l'écoulement sur un aérateur de coursier. L'axe du coursier est supposé rectiligne dans la section longitudinale et dans la vue en plan.  $h$  et  $V$  sont la profondeur et la vitesse moyenne de l'écoulement d'approche,  $\Theta$  la pente du coursier,  $\alpha$  l'angle du déflecteur,  $t_r$  et  $t_s$  les hauteurs du déflecteur et du décrochement (« marche »),  $L_j$  la longueur du jet depuis l'aérateur jusqu'au point de pression maximale au fond (Fig. 37).

Les caractéristiques de l'entraînement d'air d'un aérateur de fond peuvent être exprimées par le taux d'entraînement d'air  $\beta = Q_a/Q_w$  où les indices « a » et « w » correspondent respectivement à l'air et à l'eau. Si l'on peut négliger les effets de la viscosité, de la tension de surface et de la turbulence [11],  $\beta$  peut s'exprimer comme suit :

$$\beta = f \left( IF, IE, \Theta, \alpha, \frac{t_r}{h}, \frac{t_s}{h} \right) \quad (4.1)$$

Dans cette équation,  $IF = V (gh)^{-1/2}$  est le nombre de Froude à l'approche et  $IE = V^2 (\Delta p/\rho)^{-1}$  le nombre d'Euler de la cavité. Rutschmann et Hager [33, 44] ont démontré que l'effet de la sous-pression de la cavité pouvait être représenté comme suit :

$$\frac{\beta}{\beta_{\max}} = \left[ \frac{2}{\pi} \arctg (3 \cdot 10^{-3} \Delta IE) \right]^{0.7} \quad (4.2)$$

où  $\beta_{\max} = \beta (\Delta p = 0)$  est le coefficient maximal d'entraînement d'air pour une pression de nappe nulle.  $\Delta IE = IE - IE_{\min}$  est la différence du nombre d'Euler, avec



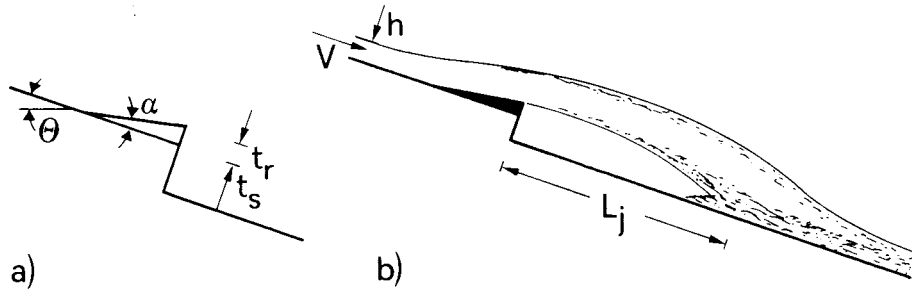


Fig. 39

Schematic side view at chute aerator.

*Vue latérale schématique d'un aérateur de coursier.*

a) Detail.

a) Détail.

b) Overall view.

b) Vue générale.

assumed straight both in the longitudinal section and in plan view.  $h$  and  $V$  are the approaching flow depth and average velocity,  $\Theta$  the slope of chute,  $\alpha$  the deflector angle,  $t_r$  and  $t_s$  the height of deflector and offset (« step ») and  $L_j$  the length of jet from aerator to the point of maximum bottom pressure (Fig. 37).

The air entrainment characteristics of a bottom aerator may be expressed by the air entrainment rate  $\beta = Q_a/Q_w$  in which indices « a » and « w » refer to air and water, respectively. If the viscosity, surface tension and turbulence effects can be overlooked [11],  $\beta$  may be expressed as :

$$\beta = f \left( IF, IE, \Theta, \alpha, \frac{t_r}{h}, \frac{t_s}{h} \right) \quad (4.1)$$

Herein,  $IF = V(gh)^{-1/2}$  is the approaching Froude number and  $IE = V^2(\Delta p/\rho)^{-1}$  the cavity Euler number. Rutschmann and Hager [33, 44] were able to show that the effect of cavity subpressure is :

$$\frac{\beta}{\beta_{\max}} = \left[ \frac{2}{\pi} \arctg(3 \cdot 10^{-3} \Delta IE) \right]^{0.7} \quad (4.2)$$

$\beta_{\max} = \beta(\Delta p = 0)$  is the maximum air entrainment coefficient for zero nappe pressure, further  $\Delta IE = IE - IE_{\min}$  is a difference Euler number with

$IE_{\min} = IE (\beta = 0)$ . La dernière expression correspond à la pression relative de la cavité pour laquelle l'entraînement d'air disparaît.  $E_{\min}$  peut être ajusté par un ensemble limité de données :

$$10^{-3} IE_{\min} = \frac{1}{2,3} (\text{tg } \alpha)^{1,15} \exp [1,15 (\text{tg } \Theta)^2] + \frac{1}{3} T_s^2 \quad (4.3)$$

où  $T_s = t_s/h$ . Pour une géométrie donnée d'aérateur, on peut calculer  $IE_{\min}$  et l'effet de la sous-pression  $\Delta p$  de la cavité dépend exclusivement de  $\beta_{\max}$ .

Suivant que le coursier à l'amont de l'aérateur est court (comme c'est le cas dans les laboratoires d'hydraulique) ou long (comme sur les ouvrages réels), on peut faire une distinction entre l'écoulement d'approche en cours d'évolution et l'écoulement d'approche établi. Dans le dernier cas, l'écoulement graduellement varié (aéré) domine et on peut appliquer ce qui suit.

A partir des études faites par Pinto *et al.* [22, 23], Minor [19], Pinto [27], et des résultats expérimentaux obtenus par Rutschmann [30, 31], le coefficient maximal d'entraînement d'air  $\beta_{\max}$  peut être relié à la longueur relative du jet  $\lambda_j = L_j/h$  sous la forme suivante [33, 34] :

$$\beta_{\max} = 0,030 (\lambda_j - 5) \quad \text{pour IF} > 6 \quad (4.4)$$

Ce résultat est intéressant dans la mesure où le taux maximal d'entraînement d'air dépend linéairement de la longueur de la surface de séparation entre l'eau et l'air. L'entraînement d'air depuis un aérateur est donc un phénomène avec dominance de cisaillement, ainsi que cela peut être démontré par d'autres analyses (Fig. 40).

Dans le cas d'un écoulement d'approche établi, la longueur relative du jet  $\lambda_j = L_j/h$  pour un aérateur en forme de rampe peut être calculée comme suit [33] :

$$\lambda_j = \frac{\bar{\alpha} \cdot \text{IF}^2}{\cos \Theta} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{2T \cdot \cos \Theta}{(\bar{\alpha} \text{IF})^2} \right)^{1/2} \right] \quad (4.5)$$

et pour un aérateur en forme de décrochement ( $\bar{\alpha} = 0$ ) :

$$\lambda_j = \text{IF} \left( \frac{2T}{\cos \Theta} \right)^{1/2} \quad (4.6)$$

Dans ces équations,  $T = (t_r + t_s)/h$  est égal à la hauteur relative de l'aérateur et  $\bar{\alpha}$  est l'angle de tir effectif du jet (Fig. 39 b). On a :

$$\frac{\bar{\alpha}}{\alpha} = \left[ \text{Tgh} \left( \frac{T_r}{\alpha} \right) \right]^{1/2} \quad (4.7)$$



$IE_{\min} = IE (\beta = 0)$  as the relative cavity pressure at which the air entrainment vanishes.  $E_{\min}$  was adjusted by a limited set of data as :

$$10^{-3} IE_{\min} = \frac{1}{2.3} (\operatorname{tg} \alpha)^{1.15} \exp [1.15 (\operatorname{tg} \Theta)^2] + \frac{1}{3} T_s^2 \quad (4.3)$$

where  $T_s = t_s/h$ . For any given aerator geometry,  $IE_{\min}$  may be computed, and the effect of cavity subpressure  $\Delta p$  depends exclusively on the maximum air entrainment rate  $\beta_{\max}$ .

Depending on whether the aerator approaching chute is short (as typically in hydraulic labs) or long (as in prototypes), a distinction between so-called developing and developed approaching flow may be made. In the latter case, gradually varied (aerated) flow prevails and the following may be applied.

Based on considerations by Pinto *et al.* [22, 23], Minor [19], Pinto [27] and experimental data by Rutschmann [30, 31], the maximum air entrainment coefficient  $\beta_{\max}$  may be related to the relative length of jet,  $\lambda_j = L_j/h$  as [33, 34] :

$$\beta_{\max} = 0.030 (\lambda_j - 5) \quad \text{for } IF > 6 \quad (4.4)$$

This result is interesting in so far as the maximum air entrainment rate depends on the length of interface between water and air. Aerator air entrainment therefore is a shear-dominated phenomenon, as may also be corroborated by other evidence (Fig. 40).

For developed approaching flow, the relative length of jet  $\lambda_j = L_j/h$  for ramp aerators may be computed as [33] :

$$\lambda_j = \frac{\bar{\alpha} \cdot IF^2}{\cos \Theta} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{2T \cdot \cos \Theta}{(\bar{\alpha} IF)^2} \right)^{1/2} \right] \quad (4.5)$$

and for offset aerators ( $\bar{\alpha} = 0$ ) :

$$\lambda_j = IF \left( \frac{2T}{\cos \Theta} \right)^{1/2} \quad (4.6)$$

Herein,  $T = (t_r + t_s)/h$  is equal to the relative height of aerator and  $\bar{\alpha}$  is the effective take-off angle (Fig. 39 b).

$$\frac{\bar{\alpha}}{\alpha} = \left[ Tgh \left( \frac{T_r}{\alpha} \right) \right]^{1/2} \quad (4.7)$$

Fig. 40  
Bottom aerator with shear-dominated air-water interface.  
*Aérateur de fond avec interface de cisaillement air-eau.*

ou  $T_r = t_r/h$  est la hauteur de la rampe et  $Tgh$  est la fonction tangente hyperbolique. Le calcul du taux d'entraînement d'air devient ainsi direct si les conditions suivantes sont satisfaites :  $T < 1$ ,  $tg\alpha < 0,15$  et  $6 < IF < 12$ . Le coursier ne devra pas également avoir une pente transversale importante, son axe sera rectiligne, et un écoulement à peu près bi-dimensionnel devra s'être établi. A ce jour, aucune étude expérimentale systématique n'a été effectuée pour vérifier le présent modèle mathématique. Rutschmann et Hager [34] ont pu vérifier la présente méthode à partir de résultats obtenus sur des ouvrages réels.

Une autre méthode d'étude, faisant intervenir le niveau de turbulence sur la rampe, l'angle de sortie du jet et les pertes à travers les orifices d'aération, a été proposée par Glazov [13].

**Exemple 4.1.**

Soit un coursier de pente de radier  $\Theta = 28^\circ$ , avec un écoulement de profondeur  $h = 1,2$  m et de vitesse  $V = 27$   $ms^{-1}$  à l'approche. Quel est le taux maximal d'entraînement d'air  $\beta_{max}$  pour un aérateur de pente  $\alpha = 4^\circ$ , de hauteur  $t_r = 0,2$  m et de hauteur de décrochement  $t_s = 0,2$  m ?

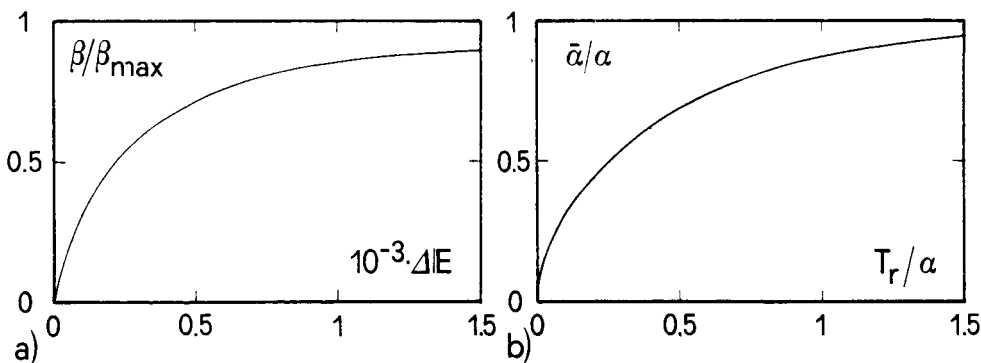
Le nombre de Froude de l'écoulement d'eau pure à l'approche est  $IF = 27/(9,81 \times 1,2)^{1/2} = 7,9$  et l'aérateur peut être caractérisé géométriquement par  $\alpha = 0,070$ ,  $T = 0,333$  et  $T_r = 0,167$ . On a donc  $\bar{\alpha} = 0,983 \times 0,070 = 0,069$  d'après l'équation (4.7). De plus,  $\lambda_r = 13,3$  d'après l'équation (4.5) et, donc,  $\beta_{max} = 0,25$ . On a donc pour l'entraînement maximal d'air par unité de largeur :  $q_a = 0,25 \times 27 \times 1,2 = 8,1$   $m^3 s^{-1}$ .

**Exemple 4.2.**

Quel est l'effet d'une différence de pression  $\Delta p/(\rho g) = 0,3$  m de hauteur d'eau sur l'entraînement d'air ?

Le nombre d'Euler est égal à  $IE = (V^2/g)/(\Delta p/\rho g) = 247,7$ . En outre, avec  $\alpha = 4^\circ$ ,  $\Theta = 28^\circ$  et  $T_s = 0,167$ , on obtient :  $IE_{min} = 65,2$  (éq. 4.3). Il en résulte :  $\Delta IE = 247,7 - 65,2 = 182,5$  et  $\beta/\beta_{max} = 0,449$ . Le coefficient d'entraînement d'air est donc (éq. 4.2) :  $\beta = 0,449 \times 0,25 = 0,112$ .

D'autres recommandations pour le projet d'aérateur ont été données par Rutschmann et Hager [34]. La pente de l'aérateur devrait être comprise entre  $5^\circ$  et  $10^\circ$ . De plus, on a démontré que l'efficacité optimale de l'aérateur était atteinte pour



where  $T_r = t_r/h$  is the height of ramp and « Tgh » the hyperbolic tangent function. Computation of the air entrainment rate thus becomes straightforward if the following conditions are satisfied :  $T < 1$ ,  $\text{tg}\alpha < 0.15$  and  $6 < \text{IF} < 12$ . Also, the chute should have no significant transverse slope, its axis is straight and nearly two-dimensional flow should have established. Actually, no systematic experimental studies were conducted to verify the present computational model. Rutschmann and Hager [34] were able to verify the present approach by prototype data.

An alternative design procedure involving the turbulence level at the ramp, the exit angle of jet and the losses through the air vent was proposed by Glazov [13].

**Example 4.1.**

Given a chute with approach flow depth  $h = 1.2$  m, velocity  $V = 27 \text{ ms}^{-1}$  and bottom slope  $\Theta = 28^\circ$ . What is the maximum air entrainment rate  $\beta_{\text{max}}$  for an aerator of slope  $\alpha = 4^\circ$ , height  $t_r = 0.2$  m and height of step  $t_s = 0.2$  m?

The approach Froude number is  $\text{IF} = 27/(9.81 \times 1.2)^{1/2} = 7.9$  and the aerator geometry may be described by  $\alpha = 0.070$ ,  $T = 0.333$  and  $T_r = 0.167$ . Thus  $\bar{\alpha} = 0.983 \times 0.070 = 0.069$  according to Eq. (4.7). Further,  $\lambda_j = 13.3$  according to Eq. (4.5) and thus  $\beta_{\text{max}} = 0.25$ . The maximum air entrainment per unit width is thus  $q_a = 0.25 \times 27 \times 1.2 = 8.1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

**Example 4.2.**

What is the effect of a pressure difference  $\Delta p/(\rho g) = 0.3$  m water column on the air entrainment?

The Euler number obtains :  $\text{IE} = (V^2/g)/(\Delta p/\rho g) = 247.7$ . Further, with  $\alpha = 4^\circ$ ,  $\Theta = 28^\circ$  and  $T_s = 0.167$ , one obtains :  $\text{IE}_{\text{min}} = 65.2$  from Eq. (4.3). As a result,  $\Delta \text{IE} = 247.7 - 65.2 = 182.5$  and  $\beta/\beta_{\text{max}} = 0.449$ . The air entrainment coefficient thus is from Eq. (4.2) :  $\beta = 0.449 \times 0.25 = 0.112$ .

Additional guidelines for aerator design were given by Rutschmann and Hager [34]. Regarding the slope of aerator, values between  $5^\circ$  and  $10^\circ$  should be adopted. It was further shown that the optimum aerator efficiency occurs for

Fig. 41

Graphical Display.

*Représentation graphique.*

- a) Of Eq. (4.2).
- b) Of Eq. (4.7).

- a) De l'équation (4.2).
- b) De l'équation (4.7).

$\beta_{opt} = (1/3) \beta_{max}$ . Cette relation permet d'estimer la surface de la section des conduits d'alimentation en air. Rutschmann et Hager [34] ont également établi une relation entre la hauteur optimale de l'aérateur et le nombre de Froude à l'entrée, et les pentes du coursier et de l'aérateur. Avec ces indications et une vérification de projets d'aérateurs existants [45], le projet d'aérateur standard ne doit pas poser de problèmes.

### 4.3. ÉCHAPPEMENT DE L'AIR

A partir de la méthode de Wood [43], Chanson [5] a admis qu'au-delà du point d'impact du jet, c'est-à-dire dans la zone d'écoulement aéré graduellement varié (Fig. 37), le taux d'entraînement d'air était constant et égal au taux à l'équilibre  $\bar{C}_e$ . En outre, le taux d'échappement d'air a été supposé proportionnel à la concentration locale d'air  $\bar{C} = \bar{C}(x)$ . La variation locale du débit d'air  $q_a$  est donc :

$$\frac{dq_a}{dx} = (\bar{C}_e - \bar{C}) u_r \cos \Theta \quad (4.8)$$

où  $u_r$  est la vitesse d'ascension des bulles.

L'équation de continuité  $(1 - \bar{C}) q_a = \bar{C} q_w$  conduit à :

$$\frac{d\bar{C}}{dx} = \frac{u_r \cdot \cos \Theta}{q_w} (\bar{C}_e - \bar{C}) (1 - \bar{C})^2 \quad (4.9)$$

On peut écrire la condition aux limites comme suit :  $\bar{C}(0) = \bar{C}_i + \bar{C}_*$ . Pour une concentration d'air nulle à l'entrée  $\bar{C}_i = 0$ , on a  $\bar{C}(0) = \bar{C}_*$ , tandis que pour un écoulement aéré uniforme à l'entrée la condition aux limites s'écrit :  $\bar{C}(0) = \bar{C}_e + \bar{C}_*$ . Considérant la condition aux limites  $\bar{C}(0) = \bar{C}_*$ , avec :

$$\bar{C}_* = \frac{\beta}{1 + \beta} \quad (4.10)$$

l'équation (4.2) conduit avec les paramètres :

$$\bar{c} = \frac{1 - \frac{1 - \bar{C}_e}{1 - \bar{C}}}{1 - \frac{1 - \bar{C}_e}{1 - \bar{C}_*}}; \quad X_* = \frac{(1 - \bar{C}_e)}{(1 - \bar{C}_e)^{-1} - (1 - \bar{C}_*)^{-1}} \cdot X \quad (4.11)$$

à la relation suivante :

$$X_* = - [1 - \bar{c} + \ln \bar{c}] \quad (4.12)$$

où  $X = (u_r \cos \Theta / q_w) x$ . On a trouvé comme vitesses d'ascension des bulles d'air :  $u_r = 0,16 \text{ ms}^{-1}$  sur des modèles réduits et  $0,40 \text{ ms}^{-1}$  sur des ouvrages réels. La

$\beta_{opt} = (1/3) \beta_{max}$ . This relation provides an estimate for the area of air supply conduits. Rutschmann and Hager [34] also related the optimum height of aerator to the approach Froude number, and the slopes of chute and aerator. With these indications, and a check on existing aerator designs [45], the design of the standard aerator becomes straightforward.

### 4.3. AIR DETRAINMENT

Based on Wood's [43] approach, Chanson [5] assumed that beyond the jet impact point, that is in the gradually varied aerated flow zone (Fig. 37), the rate of air entrainment is constant and equal to the equilibrium rate  $\bar{C}_e$ . Further, the rate of air escape was assumed proportional to the local air concentration  $\bar{C} = \bar{C}(x)$ . Therefore, the local change of air flow  $q_a$  is with  $u_r$  as the bubble rise velocity :

$$\frac{dq_a}{dx} = (\bar{C}_e - \bar{C}) u_r \cos \Theta \quad (4.8)$$

Using the continuity equation  $(1 - \bar{C}) q_a = \bar{C} q_w$  yields :

$$\frac{dC}{dx} = \frac{u_r \cdot \cos \Theta}{q_w} (\bar{C}_e - \bar{C}) (1 - \bar{C})^2 \quad (4.9)$$

The boundary condition may be expressed as  $\bar{C}(0) = \bar{C}_i + \bar{C}_*$ . For approaching zero air concentration  $\bar{C}_i = 0$  this simplifies to  $\bar{C}(0) = \bar{C}_*$ , whereas for uniform aerated approaching flow the boundary condition reads  $\bar{C}(0) = \bar{C}_e + \bar{C}_*$ . Accounting for the boundary condition  $\bar{C}(0) = \bar{C}_*$  with :

$$\bar{C}_* = \frac{\beta}{1 + \beta} \quad (4.10)$$

according to Eq. (4.2) yields with the parameters :

$$\bar{c} = \frac{1 - \frac{1 - \bar{C}_e}{1 - \bar{C}}}{1 - \frac{1 - \bar{C}_e}{1 - \bar{C}_*}}; \quad X_* = \frac{(1 - \bar{C}_e)}{(1 - \bar{C}_e)^{-1} - (1 - \bar{C}_*)^{-1}} \cdot X \quad (4.11)$$

the two parameter set :

$$X_* = -[1 - \bar{c} + \ln \bar{c}] \quad (4.12)$$

where  $X = (u_r \cos \Theta / q_w) x$ . The bubble rise velocity was found as  $u_r = 0.16 \text{ ms}^{-1}$  for scale models and  $0.40 \text{ ms}^{-1}$  for prototypes. The difference in  $u_r$  may be explained

différence de  $u_r$  peut s'expliquer par la différence de diamètre  $d_b$  des bulles d'air [7]. En général, on peut admettre que la vitesse d'ascension des bulles d'air est constante.

A l'aval du point d'impact du jet, les bulles d'air sont redistribuées et tendent asymptotiquement vers la concentration d'air à l'équilibre, telle qu'elle est définie par l'équation (3.9). Une fois  $u_r$  défini, le profil de la concentration d'air  $\bar{C}(x)$  dans la zone de transition peut être calculé suivant l'équation (4.12). De plus, en supposant un profil de teneur en air  $C(y)$  défini suivant l'équation (3.9), une teneur moyenne minimale  $\bar{C}_{\min} = 30\%$  est nécessaire pour assurer une teneur en air de 5 % à 10 % près du fond. Il en résulte que les aérateurs de fond sont absolument nécessaires pour les coursiers de pente  $\Theta < 20^\circ$ , comme déjà vu au chapitre 3, à condition que l'écoulement soit presque uniformément aéré. Pour les évacuateurs où  $\Theta$  est supérieur à  $30^\circ$ , avec un écoulement aéré presque uniforme, aucun aérateur ne sera nécessaire puisque l'entraînement d'air naturel est suffisant pour le protéger le fond contre l'érosion par cavitation.

#### Exemple 4.3

Considérons l'exemple 4.2. Quel est le profil longitudinal de la concentration moyenne d'air  $\bar{C}(x)$  si l'écoulement à l'amont de l'aérateur ne contient pas d'air et si la vitesse d'ascension des bulles d'air est  $u_r = 0,40 \text{ ms}^{-1}$ ?

Avec  $\beta = 0,112$ , la concentration d'air initiale correspondante est  $\bar{C}_* = 0,101$  d'après l'équation (4.10) si l'écoulement d'approche n'est pas aéré. L'équation (3.11) donne pour la concentration d'air à l'équilibre  $\bar{C}_e = 0,259$ . Le Tableau ci-dessous indique l'évolution de la concentration moyenne d'air  $\bar{C}$  dans la section transversale. On constate que la concentration d'air  $\bar{C}_e$  est atteinte asymptotiquement au bout de 100 m environ.

|           |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x [m]     | 0     | 10    | 20    | 40    | 60    | 100   |
| $X_*$     | 0     | 0,34  | 0,68  | 1,36  | 2,04  | 3,40  |
| $\bar{c}$ | 1     | 0,385 | 0,236 | 0,105 | 0,050 | 0,012 |
| $\bar{C}$ | 0,101 | 0,205 | 0,227 | 0,245 | 0,252 | 0,257 |

#### 4.4. CONCEPTION DES AÉRATEURS

La conception et l'emplacement des aérateurs de coursier dépendent beaucoup des caractéristiques particulières du site : topographie, géologie et méthode de construction. Selon Rutschmann [30, 31], on doit tenir compte des points suivants :

- Le profil en long du coursier sera constitué de parties de pente constante, s'adaptant à la topographie. Les points de changement de pente peuvent être considérés comme des emplacements possibles pour les aérateurs de fond. Il en résulte que les ouvrages de transition peuvent être évités. On peut aussi placer les aérateurs aux courbes dans le plan vertical, le centre de courbure étant éloigné de l'eau.



by the various sizes of bubble diameter  $d_b$  [7]. Normally, the bubble rise velocity is assumed constant.

Downstream from the jet impact point, the air bubbles are redistributed and tend asymptotically to the equilibrium air concentration as given in Eq. (3.9). The transition concentration profile  $\bar{C}(x)$  may be computed with Eq. (4.12) once  $u_r$  is determined. Further, upon assuming an air concentration profile  $C(y)$  according to Eq. (3.9), a minimum average concentration  $\bar{C}_{\min} = 30\%$  is needed to secure a near bottom air concentration of 5% to 10%. This is to say that bottom aerators are definitely needed for chutes with slopes  $\Theta < 20^\circ$  as already discussed in chapter 3 provided the flow is almost uniformly aerated. For spillways where  $\Theta > 30^\circ$  with almost uniform aerated flow, no aerator will be required since the natural air entrainment is sufficient to protect the bottom from cavitation erosion.

**Example 4.3**

Consider example 4.2. What is the longitudinal profile of mean air concentration  $\bar{C}(x)$  if no air is contained upstream from the aerator, and the air bubble rise velocity is  $u_r = 0.40 \text{ ms}^{-1}$ ?

With  $\beta = 0.112$ , the corresponding initial air concentration is  $\bar{C}_* = 0.101$  according to Eq. (4.10) if the approaching flow is not aerated. From Eq. (3.11) the equilibrium air concentration obtains  $\bar{C}_e = 0.259$ . The Table below gives the development of cross-sectional mean air concentration  $\bar{C}$ . The asymptotic air concentration  $\bar{C}_e$  is reached within 100 m, roughly.

|           |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x [m]     | 0     | 10    | 20    | 40    | 60    | 100   |
| $X_*$     | 0     | 0.34  | 0.68  | 1.36  | 2.04  | 3.40  |
| $\bar{c}$ | 1     | 0.385 | 0.236 | 0.105 | 0.050 | 0.012 |
| $\bar{C}$ | 0.101 | 0.205 | 0.227 | 0.245 | 0.252 | 0.257 |

**4.4. DESIGN OF AERATORS**

The design and location of chute aerators greatly depends on site-specific characteristics, such as topography, geology and the method of construction. According to Rutschmann [30, 31] the following items need consideration :

- The longitudinal chute profile should be composed of constant sloping portions in agreement with the topography. Changes of chute slope may then be considered as possible locations for bottom aerators. As a result, transitional structures can be avoided. Aerators may also be located at curves in the vertical section with the center of curvature away from the water.

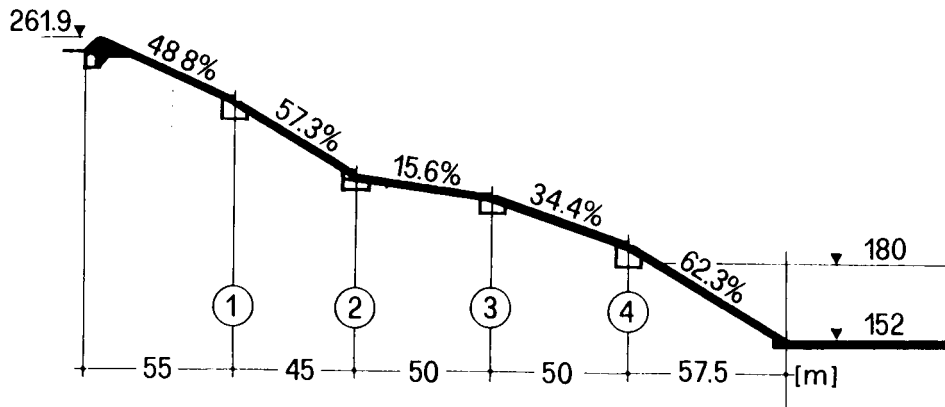


Fig. 42  
 Longitudinal chute profile with adaptation  
 to topography (Rutschmann, 1988) [30, 31].  
*Profil en long d'un coursier s'adaptant à la topographie  
 (d'après Rutschmann, 1988) [30, 31].*

— A partir d'une courbe de remous de l'écoulement d'eau pure le long de tout le coursier, le coefficient de cavitation :

$$\sigma = \frac{p/(\rho g) - p_v/(\rho g)}{V^2/(2g)} \quad (4.13)$$

peut être calculé. Ici,  $p/(\rho g)$  est la charge piézométrique sur le radier du coursier, et  $p_v/(\rho g) \approx -10$  m la pression de vapeur. La pression sur le radier se compose d'une partie statique et d'une partie dynamique résultant de la courbure des lignes de courant. On peut ainsi tracer une courbe  $\sigma(x)$  du coefficient de cavitation et le comparer au coefficient de début de cavitation  $\sigma_i$ . Ce dernier dépend de la qualité du béton et de la teneur en air de l'eau. Pour  $\sigma < \sigma_i$ , la cavitation se produit et une aération au fond est nécessaire pour empêcher les dégâts par cavitation.

— Selon Falvey [10], on peut adopter  $\sigma_i = 0,20$  pour les ouvrages en béton classique, ce qui correspond à une vitesse limite de 30 à 40  $\text{ms}^{-1}$  environ. Il y a lieu de noter que le débit maximal n'est pas nécessairement la condition déterminante. Une application de cette méthode a été présentée par Volkart et Rutschmann [41].

#### Exemple 4.4

La Fig. 42 donne un exemple où l'emplacement des aérateurs a été déterminé uniquement par rapport à la topographie du coursier. Dans cet exemple, un plus petit nombre d'aérateurs aurait suffi pour la protection du coursier, mais cela aurait

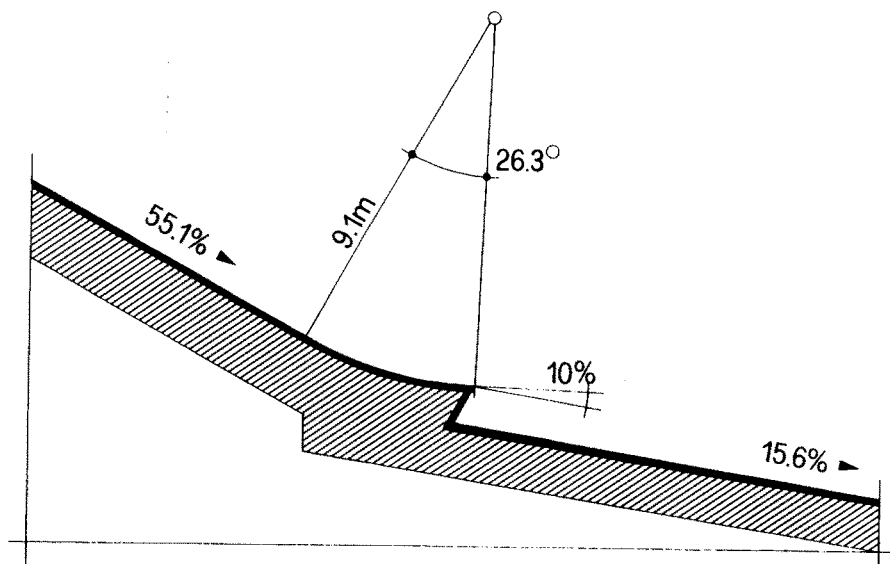


Fig. 43

Aerator for concave bottom geometry.

*Aérateur pour une forme concave de radier.*

— Based on a backwater curve for pure water flow along the entire chute, the cavitation number :

$$\sigma = \frac{p/(\rho g) - p_v/(\rho g)}{V^2/(2g)} \quad (4.13)$$

may be computed. Herein,  $p/(\rho g)$  is the pressure head at the chute bottom, and  $p_v/(\rho g) \approx -10$  m the vapor pressure head. The bottom pressure is composed of the static and dynamic portions due to streamline curvature. One may thus plot a cavitation parameter curve  $\sigma(x)$  and compare it with the incipient cavitation number  $\sigma_i$ . The latter depends on the quality of concrete and air content in the water. For  $\sigma < \sigma_i$ , cavitation occurs and bottom aeration is needed to prevent cavitation damage.

— According to Falvey [10] one may set  $\sigma_i = 0.20$  for usual concrete structures, corresponding to a limit velocity of roughly  $30$  to  $40 \text{ ms}^{-1}$ . Note that the maximum discharge is not necessarily the determining condition. An application of this method was presented by Volkart and Rutschmann [41].

#### **Example 4.4**

Fig. 42 shows an example in which the location of aerators was chosen only relative to the topography of chute. In this example, less aerators would have been sufficient for chute protection, but this would have required relatively costly

nécessité des ouvrages de transition relativement coûteux. L'aérateur ② a une forme très particulière, étant situé dans une auge, et une submersion pouvant se produire pour un déflecteur trop petit. Dans ce cas, il y aurait pénétration d'eau dans le dispositif d'alimentation en air et coupure du circuit d'air. D'autre part, le déflecteur ne doit pas avoir une pente trop raide, ni être trop long, car il pourrait caviter à son extrémité aval; l'écoulement pourrait également être rejeté trop loin du coursier et des murs de grande hauteur seraient nécessaires. La Fig. 43 donne une solution pour l'exemple considéré. Elle consiste en un déflecteur courbe ressemblant à une cuillère de dissipation.

L'aération en radier est très sensible à un excès d'aération conduisant à des murs latéraux du coursier de hauteur excessive et à une augmentation de la vitesse due à la diminution du frottement sur les parois (Fig. 34 a). Le bassin de dissipation d'énergie peut se comporter différemment de ce qui a été prévu, par suite d'une insuffisance d'eau à l'aval, ou même de la chasse du ressaut. En conclusion, on peut indiquer que le projet d'aérateurs doit comprendre des études sur modèle à une échelle appropriée.

Ce qui précède concerne exclusivement les canaux rectilignes dont la pente transversale du radier est nulle. Pour les canaux présentant une courbe, le projet des aérateurs est beaucoup plus compliqué et des effets nuisibles causés par des ondes transversales peuvent se produire. Actuellement, la plupart de tels organes sont étudiés sur modèles réduits. Une importante contribution a été présentée par Wei et de Fazio [42] qui ont résolu les équations régissant l'écoulement potentiel par la méthode des éléments finis. Les projets futurs pourraient s'appuyer sur cette approche lorsque les conditions aux limites sont correctement prises en compte. Le modèle réduit restera le moyen le plus commode pour étudier les écoulements sur les coursiers, à condition que l'échelle du modèle soit bien choisie pour permettre une transposition acceptable des résultats à l'ouvrage réel.

#### 4.5. NOTATIONS ADOPTÉES DANS LE CHAPITRE 4

|                |                     |   |
|----------------|---------------------|---|
| $\alpha$       | [—]                 | angle du déflecteur.                                  |
| $\bar{\alpha}$ | [—]                 | angle de tir effectif.                                |
| $\beta$        | [—]                 | taux d'entraînement d'air.                            |
| $\bar{C}$      | [—]                 | concentration moyenne d'air.                          |
| $C_*$          | [—]                 | concentration d'air pour un écoulement aéré uniforme. |
| $\bar{C}_i$    | [—]                 | concentration moyenne initiale d'air.                 |
| $C_0$          | [—]                 | concentration d'air au fond (en radier).              |
| $\bar{c}$      | [—]                 | concentration relative d'air.                         |
| $d_b$          | [m]                 | diamètre d'une bulle d'air.                           |
| $\Delta IE$    | [—]                 | différence du nombre d'Euler.                         |
| $\Delta p$     | [Nm <sup>-2</sup> ] | différence de pression.                               |
| $IE$           | [—]                 | nombre d'Euler.                                       |
| $IF$           | [—]                 | nombre de Froude.                                     |
| $\Theta$       | [—]                 | pente du coursier.                                    |
| $g$            | [ms <sup>-2</sup> ] | accélération de la pesanteur.                         |

transition structures. Aerator ② has a quite specific shape as it is located in a trough and submergence might occur for a too small deflector. Then, water would run back into the air supply system and cut the air stream. On the other hand, the deflector must not be too steep and long as it could cavitate at its downstream extremity. Also, the flow could be deflected too far from the chute and impose high chute walls. Fig. 43 shows a solution as proposed for the example considered. It consists of a curved deflector and resembles a flip bucket.

Bottom aeration is quite susceptible to overaeration of which effects are excessive height of chute side walls and particularly increase of velocity due to decreasing wall friction (Fig. 34 *a*). The stilling basin could then behave differently as designed due to insufficient tailwater or even sweepout of the jump. As a general conclusion, the design of aerators should thus include model studies at an appropriate scale.

The previous discussion was limited to straight channels with zero transverse bottom slope. For curved channels, the aerator design is much more involved and adverse effects from cross-waves may occur. Actually, most of such elements are analysed by scale models. An outstanding contribution was forwarded by Wei and de Fazio [42], who solved the governing equations for potential flow numerically by the finite element method. Future designs could be based on this approach when correctly incorporating the boundary conditions. The scale model will remain the most convenient means to design chute flows provided its scale permits a reasonable up-scaling to the prototype.

#### 4.5. NOTATION CHAPTER 4

|                |                     |   |
|----------------|---------------------|---|
| $\alpha$       | [—]                 | deflector angle.                            |
| $\bar{\alpha}$ | [—]                 | effective take-off angle.                   |
| $\beta$        | [—]                 | air entrainment rate.                       |
| $\bar{C}$      | [—]                 | average air concentration.                  |
| $C_*$          | [—]                 | air concentration for uniform aerated flow. |
| $\bar{C}_i$    | [—]                 | initial average air concentration.          |
| $C_0$          | [—]                 | bottom air concentration.                   |
| $\bar{c}$      | [—]                 | relative air concentration.                 |
| $d_b$          | [m]                 | bubble diameter.                            |
| $\Delta IE$    | [—]                 | difference Euler number.                    |
| $\Delta p$     | [Nm <sup>-2</sup> ] | difference pressure.                        |
| $IE$           | [—]                 | Euler number.                               |
| $IF$           | [—]                 | Froude number.                              |
| $\Theta$       | [—]                 | chute slope.                                |
| $g$            | [ms <sup>-2</sup> ] | gravitational acceleration.                 |

|              |                                   |                                       |
|--------------|-----------------------------------|---------------------------------------|
| $h$          | [m]                               | profondeur de l'écoulement.           |
| $L_j$        | [m]                               | longueur du jet.                      |
| $\lambda_j$  | [—]                               | longueur relative du jet.             |
| $p/(\rho g)$ | [m]                               | charge piézométrique.                 |
| $Q$          | [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ] | débit.                                |
| $q$          | [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ] | débit unitaire.                       |
| $\rho$       | [kgm <sup>-3</sup> ]              | densité.                              |
| $\sigma$     | [—]                               | coefficient de cavitation.            |
| $\sigma_i$   | [—]                               | coefficient de début de cavitation.   |
| $T$          | [—]                               | hauteur relative de l'aérateur.       |
| $T_r$        | [—]                               | hauteur relative du déflecteur.       |
| $T_s$        | [—]                               | hauteur relative du décrochement.     |
| $t_r$        | [m]                               | hauteur du déflecteur.                |
| $t_s$        | [m]                               | hauteur du décrochement.              |
| $u_r$        | [ms <sup>-1</sup> ]               | vitesse d'ascension des bulles d'air. |
| $V$          | [ms <sup>-1</sup> ]               | vitesse.                              |
| $X$          | [—]                               | coordonnée normalisée.                |
| $X_*$        | [—]                               | coordonnée longitudinale normalisée.  |

#### Indices

|     |            |
|-----|------------|
| a   | air.       |
| e   | équilibre. |
| max | maximum.   |
| min | minimum.   |
| v   | vapeur.    |
| w   | eau.       |

#### 4.6. REFERENCES

1. AKSOY S. and ETHEMBABAOGU S. (1979) : " Cavitation damage at the discharge channels of Keban dam ". *XIII ICOLD-Congress* (New Delhi) Q. 50, R. 21, 369-379.
2. BALL J. W. (1976) : " Cavitation from surface irregularities in high velocity ". *J. Hydraulics Division ASCE*, 102 (9) 1283-1297.
3. CASTILLEJO N. and MARCANO A. (1988) : " Aeration at Guri final stage spillways ". *Model-Prototype Correlation of Hydraulic Structures* Colorado Springs (Col.) 102-109.
4. CHANSON H. (1989a) : " Study of air entrainment and aeration devices ". *J. Hydraulic Research* 27 (3), 301-319.
5. CHANSON H. (1989b) : " Flow downstream of an aerator - aerator spacing ". *J. Hydraulic Research* 27 (4), 519-536.

|              |                                   |                               |
|--------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| $h$          | [m]                               | flow depth.                   |
| $L_j$        | [m]                               | jet length.                   |
| $\lambda_j$  | [—]                               | normalised jet length.        |
| $p/(\rho g)$ | [m]                               | pressure head.                |
| $Q$          | [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ] | discharge.                    |
| $q$          | [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ] | unit discharge.               |
| $\rho$       | [kgm <sup>-3</sup> ]              | density.                      |
| $\sigma$     | [—]                               | cavitation number.            |
| $\sigma_i$   | [—]                               | incipient cavitation number.  |
| $T$          | [—]                               | relative aerator height.      |
| $T_r$        | [—]                               | relative deflector height.    |
| $T_s$        | [—]                               | relative offset height.       |
| $t_r$        | [m]                               | deflector height.             |
| $t_s$        | [m]                               | offset height.                |
| $u_r$        | [ms <sup>-1</sup> ]               | bubble rise velocity.         |
| $V$          | [ms <sup>-1</sup> ]               | velocity.                     |
| $X$          | [—]                               | normalised coordinate.        |
| $X_*$        | [—]                               | normalised length coordinate. |

#### Subscripts

|     |              |
|-----|--------------|
| a   | air.         |
| e   | equilibrium. |
| max | maximum.     |
| min | minimum.     |
| v   | vapor.       |
| w   | water.       |

6. COLEMAN H. W., SIMPSON A. R. and DE GARCIA L. M. (1983) : “ Aeration for cavitation protection of Uribante spillway ”. ASCE sponsored Conf. on *Frontiers in Hydraulic Engineering* (Cambridge, Mass.) 438-443.
7. COMOLET R. (1979) : “ Gas bubble motion in a liquid medium ”. (in French). *La Houille Blanche* 34 (1), 31-42.
8. DE FAZIO F. G. and WEI C. Y. (1983) : “ Design of aeration devices on hydraulic structures ”. ASCE sponsored Conf. on *Frontiers in Hydraulic Engineering* (Cambridge, Mass.) 426-431.
9. ECCHER L. and SIEGENTHALER A. (1982) : “ Spillway aeration of the San Roque project ”. *Water Power and Dam Construction* 33 (9), 37-40.
10. FALVEY H. T. (1983) : “ Preventing cavitation in tunnel spillways ”. *Water Power & Dam Construction* 34 (8), 13-15.
11. FALVEY H. T. and ERVINE D.A. (1988) : “ Aeration in jets and high velocity flows ”. *Model-Prototype Correlation of Hydraulic Structures*, Colorado Springs, ed. P. H. Burgi, 25-55.

12. FALVEY H. T (1990) : " Cavitation in chutes and spillways ". Water Resources Technical Publication. US Printing Office, *Engineering Monograph 42*, US Dept. of Interior, Bureau of Reclamation, Denver, Col.
13. GLAZOV A. I. (1985) : " Calculation of the air-capturing ability of a flow behind an aerator ledge ". *Hydrotechnical Construction* 18 (11), 554-558.
14. HAMILTON W. S. (1983) : " Preventing cavitation damage to hydraulic structures ". *Water Power* 35 (11), 40-43; 35 (12), 48-53; 36 (1), 42-45.
15. KOSCHITZKY H. P. and KOBUS H. (1988) : " Hydraulics and design of spillway aerators for cavitation prevention in high speed flows ". *International Symposium on Hydraulics for High Dams* Beijing, 724-733.
16. LAALI A. R. and MICHEL J. M. (1984) : " Air entrainment in ventilated cavities : case of a fully developed half-cavity. ". *J. Fluids Engineering* 106 (9), 327-335.
17. MARCANO A. and CASTILLEJO N. (1984) : " Model-prototype comparison of aeration devices of Guri dam spillway ". *Symp. Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures* (Esslingen) 4.6, 1-5.
18. MICHEL J. M. (1984) : " Some features of water flows with ventilated cavities ". *J. Fluids Engineering* 106 (9), 319-326.
19. MINOR H.-E. (1984) : " Erfahrungen mit Schussrinnenbelüftung ". *Wasserwirtschaft* 77 (6), 292-295.
20. PAN S. and SHAO Y. (1984) : " Scale effects in modelling air demand by a ramp slot ". *Symp. on Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures* (Esslingen), 4.7, 1-5.
21. PETERKA A. J. (1955) : " The effect of entrained air on cavitation pitting ". *V. IAHR Congress* Minnesota, 507-518.
22. PINTO N. L. de S. and NEIDERT S. H. (1982) : " Model - prototype conformity in aerated spillway flow ". *Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures* Coventry (England), 273-284.
23. PINTO N. L. de S., NEIDERT S. H. and OTA J. J. (1982) : " Aeration at high velocity flows ". *Water Power and Dam Construction* 33 (2) : 34-44.
24. PINTO N. L. de S. and NEIDERT S. H. (1983) : " Evaluation entrained air flow through aerators ". *Water Power and Dam Construction* 34 (8), 40-42.
25. PINTO N. L. de S. (1984) : " Model evaluation of aerators in shooting flow ". *Symp. on Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures* 4.2, 1-6.
26. PINTO N. L. de S. (1986) : " Basic hydraulics of shooting flows over aerators ". ASCE Specialty Conf. *Advancements in Aerodynamics, Fluid Mechanics and Hydraulics* 1007-1017.
27. PINTO N. L. de S. (1989) : " Designing aerators for high velocity flow ". *Water Power & Dam Construction* 40 (7), 44-48.
28. PRUSZA Z. V., MANTELLINI T. P. and SEMENKOV V. (1983) : " Remedial measures against spillway cavitation ". *XX IAHR Congress* (Moscow) 3, 468-476.
29. RUTSCHMANN P. (1987) : " Die transversale Druckverteilung unter Sprungstrahlen von Schussrinnenbelüftern - Folgen für den Lufteintrag ". *Wasserwirtschaft* 77 (5), 219-223.
30. RUTSCHMANN P. (1988a) : " Calculation and optimum shape of spillway chute



- aerators ". *Model - Prototype Correlation of Hydraulic Structures* Colorado Springs (Col.), 118-127.
31. RUTSCHMANN P. (1988b) : " Belüftung von Schußrinnen - Ausführung und Bemessung ". Internat. Symposium Erosion, Abrasion und Kavitation. *Mitteilung* No. 99, 149-169, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH-Zürich, ed. D. Vischer, Zürich.
  32. RUTSCHMANN P. and VOLKART P. (1988) : " Spillway chute aeration ". *Water Power and Dam Construction* 40 (1), 10-15.
  33. RUTSCHMANN P. and HAGER W. H. (1990a) : " Air entrainment by spillway aerators ". *J. Hydraulic Engineering* ASCE, 116 (6), 765-782; 117 (4), 545.
  34. RUTSCHMANN P. and HAGER W. H. (1990b) : " Design and performance of spillway chute aerators ". *Water Power and Dam Construction*, 42 (1), 36-42.
  35. VERNET G. F., ANGELACCIO C. M. and CHIVIDINI M. F. (1988) : " Model-prototype comparison in the Alicura chute spillway air system ". *Model-Prototype Correlation of Hydraulic Structures* Colorado Springs (Col.) 110-117.
  36. VISCHER D., VOLKART P. and SIEGENTHALER A. (1982) : " Hydraulic modelling of air slots in open chute spillways ". *Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures* Coventry (England), 239-252.
  37. VISCHER D. (1985) : " Die Schussrinnenbelüftung als Maßnahme gegen Kavitationserosion ". *Oesterr. Wasserwirtschaft* 37 (3/4), 117-123.
  38. VISCHER D. (1987) : " Kavitation an Schussrinnen ". *Wasserwirtschaft* 77 (6), 288-291.
  39. VOLKART P. (1983) : " Air slots for flow aeration ". *Mitteilung* No. 66, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, Swiss Federal Institute of Technology, Zürich, ed. D. Vischer, Zürich.
  40. VOLKART P. and RUTSCHMANN P. (1984) : " Air entrainment devices ". *Mitteilung* No. 72, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, Swiss Federal Institute of Technology, Zürich, ed. D. Vischer, Zürich.
  41. VOLKART P. and RUTSCHMANN P. (1986) : " Aerators on spillway chutes : fundamentals and applications ". *Advancements in Aerodynamics, Fluid Mechanics and Hydraulics* Minneapolis (Minnesota), 15 pages.
  42. WEI C. Y. and DE FAZIO F. G. (1982) : " Simulation of free jet trajectories for the design of aeration devices on hydraulic structures ". *Finite Elements in Water Resources* Proc. IV Int. Conference, Hannover. Springer, Wien-Berlin.
  43. WOOD I. R. (1984) : " Air entrainment in high speed flows ". *Symp. on Scale Effects on Modelling Hydraulic Structures* (Esslingen), 4.1, 1-7.
  44. WOOD I. R. (1988) : " Aerators - the interaction of nappe and duct air entrainment ". *Int. Symp. on Hydraulics for High Dams* (Beijing) 611-618.
  45. WOOD I. R. (1991) : " Air entrainment in free-surface flows ". *IAHR Hydraulic Structures and Design Manual*, 4. A. A. Balkema : Rotterdam/Brookfield.
  46. ZAGUSTIN K. and CASTILLEJO N. (1983) : " Model-prototype correlation for flow aeration in the Guri dam spillway ". *XX IAHR-Congress* (Moscow) 3, 443-452.
  47. ZAGUSTIN K., MANTELLINI T. and CASTILLEJO N. (1982) : " Some experience on the relationship between a model and prototype for flow aeration in spillways ". *Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures* Coventry (England), 285-295.



Imprimerie de Montligeon  
61400 La Chapelle Montligeon  
Dépôt légal : janvier 1992  
N° 15833  
ISSN 0534-8293  
Couverture : Olivier Magna

***Copyright © ICOLD - CIGB***

*Archives informatisées en ligne*  *Computerized Archives on line*

***The General Secretary / Le Secrétaire Général :  
André Bergeret - 2004***



---

**International Commission on Large Dams  
Commission Internationale des Grands Barrages  
151 Bd Haussmann -PARIS -75008**  
*<http://www.icold-cigb.net> ; <http://www.icold-cigb.org>*