

# EARTHQUAKE ANALYSIS PROCEDURES FOR DAMS

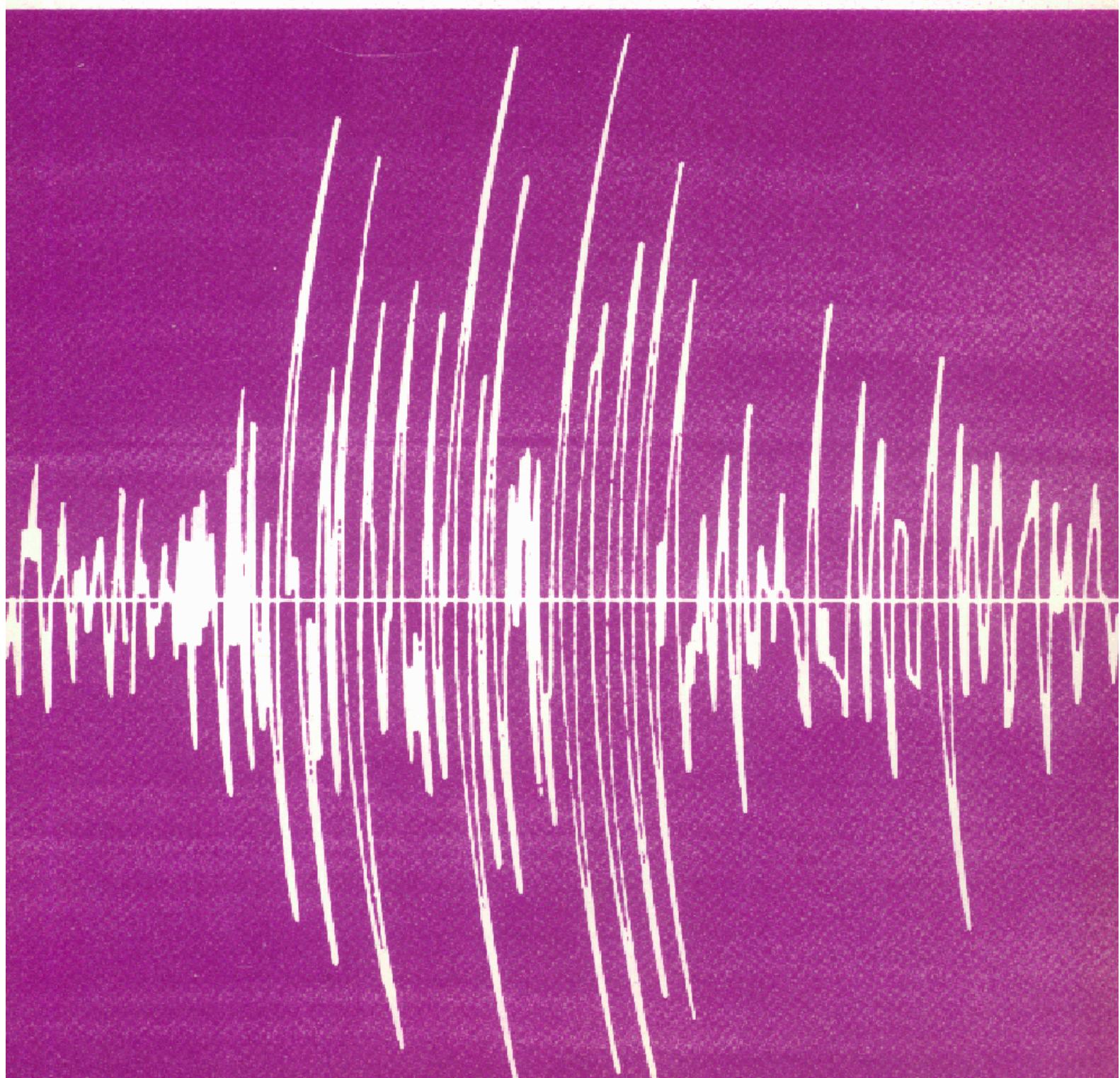
STATE OF THE ART

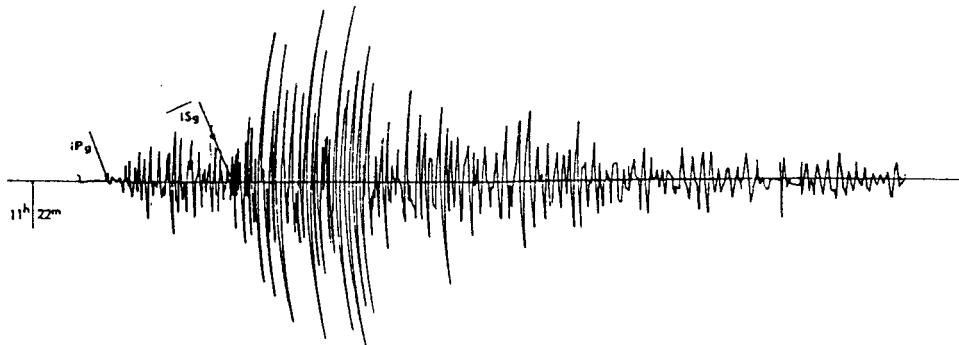
## MÉTHODES DE CALCUL SISMIQUE POUR BARRAGES

ÉTAT DE LA QUESTION



BULLETIN 52  
1986





**Seismogramme de la composante NS d'une des répliques du tremblement de terre du 15 avril 1979  
enregistré par la Station Séismologique de Tirana à 11 h 22 (GMT)  
(Centre Séismologique de l'Académie des Sciences, Tirana, Albanie)**

Avec la gracieuse permission du Comité Albanais des Grands Barrages.

*Seismogram of a NS component of one of the aftershocks recorded on 15 April 1979 at 11.22 (GMT)  
by the Seismic Station of Tirana  
(Seismic Centre of the Academy of Sciences, Tirana, Albania)  
By courtesy of the Comité Albanais des Grands Barrages.*

Rapport préparé au nom du Comité des Calculs  
et de la Conception des Barrages de la CIGB  
par O. C. Zienkiewicz, R. W. Clough et H. B. Seed

Traduction française :  
texte initial par J. Boudon et R. Chadwick  
texte final revu par Y. Le May (CFGGB)

*Report prepared on behalf of the Committee on Analysis  
and Design of Dams of ICOLD  
by O. C. Zienkiewicz, R. W. Clough and H. B. Seed*

*French translation :  
initial text by J. Boudon and R. Chadwick  
final text revised by Y. Le May (CFGGB)*

# **EARTHQUAKE ANALYSIS PROCEDURES FOR DAMS**

**STATE OF THE ART**

# **MÉTHODES DE CALCUL SISMIQUE POUR BARRAGES**

**ÉTAT DE LA QUESTION**



**BULLETIN 52**  
**1986**

---

Commission Internationale des Grands Barrages  
151, bd Haussmann, 75008 Paris - Tél. : 47 64 67 33 - Téléx : 641320 F (ICOLD)

---

**AVERTISSEMENT – EXONERATION DE RESPONSABILITE:**

Les informations, analyses et conclusions auxquelles cet ouvrage renvoie sont sous la seule responsabilité de leur(s) auteur(s) respectif(s) cité(s).

Les informations, analyses et conclusions contenues dans cet ouvrage n'ont pas force de Loi et ne doivent pas être considérées comme un substitut aux réglementations officielles imposées par la Loi. Elles sont uniquement destinées à un public de Professionnels Avertis, seuls aptes à en apprécier et à en déterminer la valeur et la portée et à en appliquer avec précision les recommandations à chaque cas particulier.

Malgré tout le soin apporté à la rédaction de cet ouvrage, compte tenu de l'évolution des techniques et de la science, nous ne pouvons en garantir l'exhaustivité.

Nous déclinons expressément toute responsabilité quant à l'interprétation et l'application éventuelles (y compris les dommages éventuels en résultant ou liés) du contenu de cet ouvrage.

En poursuivant la lecture de cet ouvrage, vous acceptez de façon expresse cette condition.

**NOTICE – DISCLAIMER :**

The information, analyses and conclusions referred to herein are the sole responsibility of the author(s) thereof.

The information, analyses and conclusions in this document have no legal force and must not be considered as substituting for legally-enforceable official regulations. They are intended for the use of experienced professionals who are alone equipped to judge their pertinence and applicability and to apply accurately the recommendations to any particular case.

This document has been drafted with the greatest care but, in view of the pace of change in science and technology, we cannot guarantee that it covers all aspects of the topics discussed.

We decline all responsibility whatsoever for how the information herein is interpreted and used and will accept no liability for any loss or damage arising therefrom.

Do not read on unless you accept this disclaimer without reservation.

---

## TABLE DES MATIÈRES

---

AVANT-PROPOS	<b>4/5</b>	FOREWORD
INTRODUCTION	<b>6/7</b>	INTRODUCTION
1. FORMULATION DE BASE ET TECHNIQUES DE CALCUL	<b>14/15</b>	1. BASIC FORMULATION AND ANALYSIS PROCEDURES
1.1. Comportement général des milieux poreux saturés sous chargement dynamique	<b>14/15</b>	1.1. General behaviour pattern of saturated porous media under dynamic conditions
1.2. Discrétisation en éléments finis	<b>28/29</b>	1.2. The finite element discretization
1.3. Amortissement interne	<b>32/33</b>	1.3. Internal damping
1.4. Définition de la sollicitation sismique	<b>34/35</b>	1.4. Definition of seismic input
1.4.1. Généralités	<b>34/35</b>	1.4.1. General comments
1.4.2. Conditions initiales	<b>36/37</b>	1.4.2. Initial conditions
1.4.3. Déplacements absolus ou déplacements relatifs - Conditions aux limites pour le calcul non linéaire	<b>38/39</b>	1.4.3. Analysis in term of total or relative displacements. Boundary input for non linear response
1.4.4. Traitement des conditions aux limites	<b>48/49</b>	1.4.4. Treatment of boundary conditions
1.4.5. Limites de rayonnement	<b>50/51</b>	1.4.5. Radiation boundaries
1.5. Interaction avec la retenue	<b>56/57</b>	1.5. Reservoir interaction
1.5.1. Traitement du fluide comme solide dégénéré	<b>58/59</b>	1.5.1. Fluid as a degenerate case of solid
1.5.2. Traitement spécial du fluide	<b>62/63</b>	1.5.2. Special treatment of the fluid
1.6. Comportement non-linéaire du matériau et calculs numériques.	<b>68/69</b>	1.6. Material non linearity and numerical solution
1.7. Méthodes simplifiées de calcul	<b>70/71</b>	1.7. Simplified procedures of analysis
2. BARRAGES EN REMBLAI - CALCUL ET PROJET SISMIQUES	<b>80/81</b>	2. EARTH DAMS - EARTHQUAKE ANALYSIS AND DESIGN
2.1. Mécanismes de rupture	<b>80/81</b>	2.1. Possible modes of failure
2.2. Calculs pseudo-statiques	<b>86/87</b>	2.2. Pseudostatic analysis
2.3. Calcul linéaire - Effets des pressions hydrodynamiques de l'eau de la retenue	<b>88/89</b>	2.3. Linearized analysis - Effects of hydrodynamic reservoir pressures
2.4. Matériaux sensibles aux chargements cycliques. Phénomène de liquéfaction	<b>90/91</b>	2.4. Soils affected by cyclic loading conditions. Liquefaction and cyclic mobility
2.5. Calcul avec pressions interstitielles	<b>92/93</b>	2.5. Analysis incorporating pore pressure effects
2.5.1. Conditions drainées et non drainées pendant un séisme	<b>92/93</b>	2.5.1. Undrained and drained analysis during earthquake

---

---

## TABLE OF CONTENTS

---

2.5.2. Rupture après la fin du séisme	<b>96/97</b>	2.5.2. Post earthquake failure	
2.6. Conclusions	<b>98/99</b>	2.6. Concluding remarks	
3. BARRAGES EN BÉTON - CALCUL	<b>104/105</b>	3. CONCRETE DAMS - EARTH-	
ET PROJET SISMIQUES		QUAKE ANALYSIS AND DESIGN	
3.1. Caractéristiques générales du com-	<b>104/105</b>	3.1. General characteristics of behaviour	
portement			
3.2. Calcul linéaire (complet ou simplifié)	<b>108/109</b>	3.2. Linear analysis (complete or simpli-	
		fied)	
3.2.1. Généralités	<b>108/109</b>	3.2.1. General	
3.2.2. Calcul pseudo-statique	<b>110/111</b>	3.2.2. Quasi-static approximation	
3.3. Calcul non linéaire pas à pas - Son rôle dans l'élaboration du projet	<b>110/111</b>	3.3. Non linear step-by-step analysis and its role in design	
3.3.1. Généralités	<b>110/111</b>	3.3.1. General remarks	
3.3.2. Lois de comportement des matériaux	<b>112/113</b>	3.3.2. Material models	
3.4. Conclusions	<b>114/115</b>	3.4. Concluding remarks	
4. CONCLUSIONS	<b>120/121</b>	4. CLOSURE	
FIGURES	<b>124</b>	FIGURES	

---

## AVANT-PROPOS

---

La puissance de l'outil informatique dont dispose l'ingénieur ne cesse de s'accroître de façon spectaculaire, permettant la résolution de problèmes autrefois insolubles. Demain arrive de plus en plus vite et pour cette raison, les auteurs ont consacré cet ouvrage aux toutes dernières techniques plutôt qu'à celles qui sont devenues courantes.

Les méthodes de calculs linéaires classiques sont présentées dans le rapport précédent du Comité (Bulletin 30) ainsi que dans les manuels d'ingénieurs. Dans le présent rapport, on insiste sur une discussion plus fondamentale du problème, qui sera peut-être parfois difficile à comprendre pour l'ingénieur non spécialiste. Les auteurs se sont efforcés de minimiser ces difficultés en explicitant les étapes du raisonnement; ils espèrent que le lecteur ne leur tiendra pas rigueur des lacunes éventuelles.

Dans la présentation des calculs dynamiques, on reprend le domaine d'application du calcul linéaire pour montrer ses limitations lorsqu'il s'agit d'arriver à une évaluation fiable de la sécurité, si essentielle dans le cas des grands barrages. Pour cette raison, on traite plus particulièrement de l'évaluation du comportement non linéaire. Pour répondre aux inquiétudes quant au coût de ces calculs, on peut remarquer que les recherches actuelles dans le domaine de l'analyse dynamique numérique sont consacrées précisément aux moyens de réduire ces coûts et les progrès sont tels que la différence qui sépare les calculs linéaires et non linéaires est souvent négligeable.

Le Comité des Aspects Sismiques des Projets de Barrages a publié son rapport en 1983, dans lequel on présente les méthodes de détermination des caractéristiques (intensité, fréquences) du séisme à utiliser pour un site donné. L'objet du présent rapport est de décrire les techniques utilisées pour calculer la réponse du barrage soumis à cette sollicitation. Ainsi, ces deux rapports recouvrent des domaines différents et se complètent mutuellement.

---

## FOREWORD

---

The computer power available to the engineer has increased and is continuing to increase in a dramatic manner making possible today the solution of problems previously totally intractable. "Tomorrow" becomes "Today" with ever increasing speed and for this reason we focus the report on methods and approaches which are only becoming available rather than on standard practice.

The conventionally used, linear approaches for analysis of dams have been described in the previous report (Bulletin 30) of the Committee, and indeed they are widely accessible through standard textbooks. In this presentation we concentrate on a more fundamental treatment of the subject which may be somewhat difficult for an average dam design engineer to understand; we try to minimize such difficulties by a reasonable explanation process and apologize in advance for any shortcomings in the description.

In this discussion of dynamic analysis procedures, we state again the field of application of linear analysis but show the limitations of such analyses if a true "safety" assessment of behaviour, so necessary for dam structures, is to be achieved. Thus, the emphasis here is an evaluation of the non linear response behaviour. To those who fear that the cost of the proposed analysis procedures will be excessive we point out that the current focus of much numerical dynamic analysis research is on reducing such costs; achievements in this field already are such that the cost margin between linear and non linear approaches often is negligible.

Our sister "Committee on Seismic Aspects of Dam Design" produced its report in 1983. In that report, procedures for establishing the intensity and frequency characteristics of the earthquake motions that may be expected at a proposed dam site are discussed. The purpose of this report is to present techniques for evaluating the response of the dam to the specified input motions; thus the two reports complement but do not duplicate each other.

---

## INTRODUCTION

---

Le souci constant de construire des barrages sûrs et d'éviter les catastrophes éventuelles incite les ingénieurs à se préoccuper du comportement des barrages en cas de séisme. La situation "quasi-catastrophique" du barrage de Van Norman, près de Los Angeles, au cours du séisme de San Fernando en 1971, justifie cette préoccupation. Le présent Bulletin a pour but de présenter, à l'ingénieur, les méthodes de calcul susceptibles de prévoir l'ampleur des dommages subis par un barrage lorsque sa fondation est soumise à un séisme donné.

Il est évidemment nécessaire d'éviter toute rupture majeure dans tous les cas de charge (séisme + autres efforts). Par exemple, on pose souvent comme critère que le séisme le plus important prévu au cours de la vie de l'ouvrage (séisme de dimensionnement)\* ne doit provoquer aucun dégât majeur. Par contre, on peut accepter certains dégâts permanents dans le cas du plus grand séisme possible ("maximum credible earthquake")\* et, même dans ces conditions, la rupture doit être évitée. Le Comité des Aspects Sismiques des Projets de Barrages ([1], Préambule) est chargé du problème de la prévision des séismes et de leur évaluation statistique pour un site donné. De même, le Comité de la Sécurité des Barrages doit définir des critères de sécurité en cas de séisme. Ainsi, malgré leur grande importance, ces sujets ne figurent pas dans notre présent Bulletin, et ainsi on suppose que les sollicitations maximales appliquées au barrage sont connues, soit au niveau de fondation, soit dans le champ libre. De même, on suppose que la réponse maximale acceptable est fixée.

Le calcul statique des barrages comporte deux méthodes. D'une part, la méthode de l'équilibre limite qui ne tient pas compte des lois de déformation des matériaux; elle concerne seulement le mécanisme de rupture. Ainsi, moyennant un bon choix de la valeur des caractéristiques mécaniques des matériaux, on peut calculer avec une bonne approximation les conditions qui entraîneraient une rupture totale.

Dans la seconde méthode, on définit des lois de comportement des matériaux afin de calculer une solution approchée du champ des déformations pour chaque cas de charge. Cette méthode n'est possible qu'à l'aide d'une discrétisation numérique (par exemple, méthode des éléments finis) et des ordinateurs puissants. Un rapport déjà publié par le Comité [2], présentant les principes de ces calculs, exprime l'opinion du Comité que cette méthode donne une meilleure

---

\*La Commission Internationale des Grands Barrages recommande que les études sismologiques distinguent deux séismes de projet: le plus grand tremblement de terre possible (MCE: Maximum Credible Earthquake) et le tremblement de terre de dimensionnement (DBE: Design Basis Earthquake).

---

## INTRODUCTION

---

The ever-present need for designing safe dam structures and the prevention of possible catastrophes has focused much attention on the performance of dams subjected to earthquake motion. Such a 'near disaster' as occurred recently at Van Norman dam near Los Angeles during the 1971 San Fernando earthquake justify this concern. It is the principal objective of this report to describe for the engineering practitioner analysis procedures capable of predicting the extent of permanent damage which can occur in a dam when its foundation is subjected to a given specified earthquake shock.

Clearly, we must be able to ensure that no major failure will take place under all probable combinations of earthquake motion with other standard design loads. A typical requirement is that no significant damage should result from the largest earthquake expected during the life of the structure (design earthquake). On the other hand, some damage may be accepted from the largest earthquake that could possibly occur at the site (maximum credible event), but safety must be preserved. As noted in the forward of a companion report [1], the ICOLD Committee on Seismic Aspects of Dam Design is concerned with predicting earthquake motions and their probabilistic distribution at a given site. Similarly the ICOLD Committee on Dam Safety is addressing the matter of defining suitable seismic safety criteria. Thus these matters, although of extreme importance, are left out of the present report and we assume at the outset that the maximum motions to be resisted are known either at the bedrock level or in the free-field, and that the maximum acceptable response has been specified.

In the static analysis of dams there are two possible approaches for predicting unacceptable deformation or failure. In the first of these 'limit equilibrium concepts' are used, ignoring the deformability characteristics of the material and concentrating on the collapse mechanism. Thus only the strength properties need be considered, and with a good estimate of these reasonably accurate predictions can be made of conditions that will lead to complete collapse.

In the second approach appropriate 'constitutive' relations for the material are first established and a complete solution for deformation is obtained under all loads by an approximate solution of the 'field' equation. Such solutions are only feasible by application of a numerical discretization process (such as that provided by the finite element method) and the use of powerful computers. We have already considered in some detail the guidelines and principles of such computations in an earlier report of this Committee [2] and have indicated our view that such approaches provide a more realistic and accurate estimate of static behaviour up to the point of

évaluation du comportement statique jusqu'au début de la rupture que la première méthode, mais qu'elle est généralement plus onéreuse.

Cette alternative n'existe pas dans la méthode dynamique parce que:

- les chargements sont liés aux déformations et ne peuvent donc pas être fixés *a priori*,
- les caractéristiques mécaniques du matériau sont souvent fonction de la vitesse de déformation antérieure et des pressions interstitielles provoquées par ces déformations,
- la durée d'application des efforts est souvent si courte que les déformations absolues du barrage peuvent rester acceptables malgré les phénomènes locaux (fissuration, déformation plastique, voire rupture locale).

Pour ces raisons, les méthodes d'équilibre limite ne sont pas applicables pour les calculs sismiques. De même, le calcul linéaire basé sur une simplification des caractéristiques des matériaux n'est pas généralement utilisable. Néanmoins, moyennant certaines précautions, ces deux méthodes peuvent être utilisées ensemble pour élaborer un projet sûr.

Par exemple, s'il apparaît que:

- les contraintes dynamiques restent en-dessous de la limite élastique,
- les sollicitations sismiques maximales choisies n'aboutissent pas à un mécanisme de rupture malgré la réduction des caractéristiques mécaniques sous le chargement dynamique,

le projet est alors acceptable. Bien que ces méthodes (notamment dans le deuxième cas ci-dessus) soient très approximatives, étant basées sur un choix *a priori* de la cinématique, elles peuvent cependant fournir des informations sur les déformations maximales lorsqu'on suit les recommandations de Newmark [3]. Pour cette raison, les méthodes de calcul linéaires sont présentées, notamment les méthodes de décomposition modale, puisqu'elles aboutissent à des "forces" pseudo-statiques. Mais pour les barrages importants et pour les séismes provoquant des efforts qui dépassent la limite élastique des matériaux, il semble que la seule méthode sûre soit le calcul dynamique non linéaire.

Tout calcul doit être précédé par:

- la définition générale du comportement global et des équations différentielles associées,
- la définition de la méthode de discrétisation numérique et de la résolution des équations à l'aide de l'ordinateur,
- la modélisation du comportement des matériaux.

Tous les matériaux des barrages (terre, enrochement, massif rocheux, béton) présentent une perméabilité de matrice ou de fissure, avec un comportement diphasique. Les principes de ce comportement s'appliquant à tous les barrages, il est utile de les décrire au départ.

collapse than are possible with the first, 'limit equilibrium' approach, albeit at higher costs generally.

In the dynamic problem the two alternative approaches do not exist. The reasons for this are that:

- (1) the loading is itself dependent on the deformations and cannot be predicted *a priori*,
- (2) the material strength is often dependent on the rate of straining on the deformation history and on the pore pressure generated by that history, and finally,
- (3) the duration of loading is often so short that even if cracking, yielding or complete rupture occurs locally, the total deformation suffered may still be acceptable.

In earthquake analysis, therefore, we cannot avail ourselves of 'limit equilibrium' methods to predict the extent of damage. In the same vein, linear analysis using idealized material properties is not in general applicable. However, the combination of both methods may be suitable to establish 'safe designs' if used properly.

If for instance we find that:

- (a) all dynamic stresses can be safely contained within the elastic limit, or
- (b) no collapse mode can be found with the maximum estimated motions and with 'dynamically reduced' strength properties,

then designs can be considered safe. While such approaches particularly in the second case, are very approximate, necessitating an *a priori* estimate of the motion history, they can provide some information about possible limits of damage if used in the manner suggested by Newmark [3]. For this reason, we shall discuss linear analysis processes, and in particular 'modal decomposition' techniques, as these permit us to obtain quasi-static analysis 'forces'. However, for important structures and for extreme intensity earthquakes that exceed the elastic strength capacity of the dam, we recommend that full, non-linear, dynamic analysis be carried out as the only reliable procedure.

Before any analysis can be attempted it is necessary to:

- (1) establish the general behaviour pattern and the governing differential equations of the problem,
- (2) derive the appropriate numerical discretization processes and their possible computer solution technique, and
- (3) model suitably the material behaviour.

All materials used for dam construction, be they soil, rockfill, virgin rock or concrete, are essentially porous (or traversed by water-conducting fissures) and their behaviour has to be considered as 'two-phase'. Because the principles of such two-phase behaviour are common to all types of dam, it is convenient to describe these at the outset.

De même, les techniques de discréétisation et de résolution numérique sont communes aux divers types d'ouvrages. Aussi, dans le Chapitre 1 on présente la théorie fondamentale applicable à l'ensemble des barrages. Certains sujets mentionnés dans le rapport cité [2] sont repris dans ce Chapitre afin de donner une présentation complète.

Les Chapitres 2 et 3 traitent respectivement des barrages en remblai et en béton avec indication des différences dans leur comportement en cas de séisme.

Bien que le but soit d'assurer, au niveau du projet, un comportement acceptable de l'ouvrage en cas de séisme important, certaines ruptures possibles sont passées sous silence puisque, dans l'état actuel des connaissances, elles sont, soit facilement évitables, soit complètement imprévisibles. Ainsi, les cas suivants ne sont pas présentés :

- déplacement relatif de grande amplitude au droit d'une faille traversant la fondation du barrage,
- submersion du barrage par une vague provoquée par un grand mouvement tectonique dans la retenue,
- vague de submersion résultant de glissements dans la retenue provoqués par un séisme.

Ce sont là des dangers réels, qui sont à minimiser ou à éviter lors du choix du site.

Dans le premier cas cité, il est toujours nécessaire d'entreprendre une étude géologique pour éviter le danger du déplacement éventuel d'une faille. On a souvent admis qu'un ouvrage souple (remblai) était plus apte à résister à ces mouvements qu'un barrage rigide (béton). Mais cela ne peut pas être encore démontré par les calculs et il est possible qu'un barrage-poids en béton soit plus sûr qu'une digue en terre par suite de sa meilleure stabilité intrinsèque lorsqu'il a subi des déplacements. L'outil de calcul présenté dans ce rapport permet d'étudier certains déplacements des appuis de façon à en tenir compte dans le projet.

Enfin, le présent rapport est rédigé à l'intention de l'ingénieur praticien, mais celui-ci pourrait estimer que les techniques sont très complexes et que les logiciels nécessaires ne sont pas disponibles sur le marché. Cette approche est volontaire, car les auteurs estiment que la sécurité d'ouvrages aussi importants que les barrages exige l'utilisation des derniers résultats fournis par les recherches. En outre, les progrès actuels en informatique sont si rapides que les nouvelles idées peuvent souvent entrer dans les habitudes dans une durée aussi courte que celle séparant la rédaction du rapport et sa publication\*. Sans vouloir se substituer aux manuels ou aux articles des experts, les auteurs espèrent que le présent Bulletin pourra être un guide compact et facilement accessible à l'ingénieur projeteur.

Dans tout le rapport, nous supposons que le séisme intervenant peut être considéré comme un simple événement bien défini pour lequel une solution déterministe est recherchée en vue d'évaluer la sécurité et la tenue du barrage. Il s'agit évidemment d'une idéalisa-

\*Effectivement, au moment de la révision du présent rapport avant sa publication, les auteurs ont appris l'existence d'un programme DIANA J., qui est disponible sur le marché et incorpore de nombreux aspects de l'étude discutée ici.

The same commonality applies to the discretization and numerical solution procedures. We have therefore assembled in Chapter 1 of this report this basic theory common to all types of dam. Although some of the matters considered in Chapter 1 of this report have been briefly covered in the previous one [2], we shall recapitulate the formulation here for completeness.

In Chapters 2 and 3 of this report we shall deal separately with typical earth and concrete dam situations indicating the difference in the quality of their behaviour and response.

While this report is concerned with ensuring at the design stage a safe response of the structure to intense earthquake motion, some possibilities of failure are explicitly omitted because at the present stage of our knowledge they are either easily avoidable or totally unpredictable. Thus we shall not consider the possibility of:

- (a) large differential movement occurring in a fault traversing the dam foundation,
- (b) overtopping of the dam by a wave caused by a large tectonic movement in the reservoir basin,
- (c) overtopping of the dam by waves due to earthquake-induced slides and rockfalls into the reservoir.

Such dangers undoubtedly exist and should be excluded or minimized in the choice of a dam site.

In particular the possibility (a) of a movement on a fault zone should at all times be avoided by a suitable geological study. Often, it is speculated that in the event of such a movement, 'soft' structures - e.g. earth dams - are safer than more rigid concrete ones. This prediction is however beyond the realm of calculations which are feasible at present, and it certainly is possible that a concrete gravity dam is safer than an earth dam in such a fault movement due to its inherent stability even after damage. With the tools at hand which we shall describe, small permanent relative displacements of abutments can readily be accommodated in the design.

Finally, although this report has been written with the practising engineer in mind, he may well find some of the procedures suggested very sophisticated and not immediately available in commercial computer programs. However we make no apology for this because we feel it is essential to use the latest available research results in order to ensure the safety of such important structures as dams. Further, the pace of developments in the computer field today is such that today's ideas often become standard practice in the period of time elapsing between writing and the appearance of the words in cold print\*. We hope that this report, whilst not replacing textbooks and relevant papers, will provide a compact and understandable guide for the design engineer.

Throughout this report we assume that the earthquake input can be given as a single well-specified event for which a deterministic solution is sought in order to assess the dam safety and perfor-

---

\*Indeed at the time of revision of the manuscript the authors note the announcement of a program DIANA J, which is commercially available and incorporates many aspects of analysis here discussed.

tion étant donné que la sollicitation, y compris son histoire et sa direction, peut difficilement être caractérisée par un simple paramètre et ne peut être prévue avec précision. Nous nous basons ici, implicitement, sur le fait que l'évènement critique peut être estimé correctement et cette approche est en général acceptable. Il est possible cependant, du moins en principe, d'aborder le problème de façon stochastique mais, pour être efficace, une telle approche doit s'appuyer sur la connaissance de l'analyse non linéaire de l'évènement. A ce jour, la plupart de telles études stochastiques ont été limitées aux problèmes linéaires ou à des problèmes non linéaires très sommairement définis; le lecteur intéressé pourra consulter les références citées [4-6]. De nombreuses recherches doivent être entreprises dans cette direction avant que les méthodologies atteignent un niveau d'application pratique et, pour cette raison, nous ne discuterons pas davantage cette question dans le présent rapport.

## REFERENCES

1. LANE, R.G.T. et al. Seismicity and Dam Design. ICOLD Bulletin 46.
2. CLOUGH, R.W. and ZIENKIEWICZ, O.C., 1978. Finite Element Method in Analysis and Design of Dams. ICOLD Bulletin 30.
3. NEWMARK, N.M., 1965. Effect of Earthquake on Dams and Embankments. Geotechnique, Vol. XV, No. 2, June 1965.
4. VANMARCKE, E.H. and VENEZIANO, D., 1973. Probabilistic Seismic Response of Simple Inelastic Systems. Proc. Vth World Cong. on Earthquake Eng., Rome, Vol. 2, 2851-2863.
5. GAZETAS, G. and VANMARCKE, E.H., 1977. Stochastic Prediction of Seismic Response of Inelastic Multi-Degree of Freedom Structures. Proc. VIth World Conf. on Earthquake Eng., Vol. 3, 97-102.
6. SELCUK ATALIK, T. and UTKU, S., 1976. Stochastic Linearization of Multi-Degree of Freedom Non-Linear Systems. Earthquake Eng. and Struct. Dynamics, Vol. 4, 411-420.
7. DUARTE, R.T., 1986. Non-Linear Seismic Behaviour Analysis of Structures by Stochastic Methods. 8th European Conf. Earth. Eng., Lisbon, 1986 (to be presented).

mance. Clearly, this is a very idealized picture as the input motion together with its history and direction can hardly be characterized by a single parameter, nor can it be predicted accurately. We are here implicitly relying on a suitable judgement of the critical event being correctly specified and generally this approach must be based on the knowledge of how to carry out a single event, non-linear, analysis. To date much of such stochastic analysis has been confined to linear problems or very crudely specified nonlinearities and the interested reader may consult references cited [4-6]. Much further research has to be done in this direction before the methodologies reach a stage of practical application and for this reason we shall not pursue the matter further in the present report.

---

# 1. FORMULATION DE BASE ET TECHNIQUES DE CALCUL

---

Ce Chapitre présente la théorie et la formulation numérique nécessaires pour la modélisation de la plupart des phénomènes de réponse sismique. De nombreuses simplifications sont possibles dans des applications spécifiques et certaines sont mentionnées dans les chapitres suivants. S'il est illusoire de vouloir faire un calcul plus fin que ne permettent nos connaissances actuelles des paramètres physiques en jeu, il est également dangereux de supposer qu'un calcul qui ne tient pas compte de certains phénomènes importants pourrait prédire le comportement de l'ouvrage. Il en résulte que l'ingénieur doit utiliser son expérience et son jugement dans le choix de la méthode de calcul et dans l'interprétation des résultats obtenus; les détails qui suivent sont seulement une aide.

## 1.1. COMPORTEMENT GÉNÉRAL DES MILIEUX PORREUX SATURÉS SOUS CHARGEMENT DYNAMIQUE

Ce paragraphe traite du comportement mécanique fondamental des matériaux poreux (terre, enrochement, béton) ainsi que des équations utilisées pour le calcul. La compréhension de ce comportement fondamental et de l'importance du rôle des contraintes effectives est nécessaire pour toute étude quantitative; les auteurs espèrent seulement que l'ingénieur ne trouvera pas trop rébarbative cette approche plutôt mathématique.

La Fig. 1.1 est une présentation schématique de la structure d'un matériau perméable (enrochement, béton, terre). Elle montre les deux phases, c'est-à-dire le squelette et le fluide (eau) remplissant les pores. La mécanique de cet ensemble sous chargement dynamique a été étudiée par Biot [1,2], ses équations étant la meilleure description actuellement disponible de ce comportement. Plusieurs auteurs [3,4,5,6,7,8] traitent de ces systèmes complets d'équations mais la brève description qui suit concerne un ensemble simplifié valable pour la quasi totalité des cas rencontrés dans le domaine des barrages. Les limites exactes de validité sont présentées par d'autres [7]; on note simplement que la simplification essentielle réside dans le fait qu'on néglige les effets de l'accélération relative entre la phase fluide et la phase solide.

Dans ce qui suit, outre la notation vectorielle applicable à la modélisation par éléments finis, on utilise également la notation tensorielle. Contrairement aux habitudes dans le domaine des barrages, les tractions sont comptées positivement, puisque cette convention est adoptée en général en mécanique et rend possible l'utilisation de logiciels standard disponibles.

---

## 1. BASIC FORMULATION AND ANALYSIS PROCEDURES

---

In this Chapter we outline the theory and numerical formulations necessary for the modelling of most earthquake response phenomena. Many simplifications are possible in specific applications and some of these are mentioned in the later chapters. While it is not wise to push the analysis technique beyond available knowledge of the essential physical parameters, it is equally imprudent to expect full understanding of the system behaviour from the analysis which ignores important features of the problem. The judgement and knowledge of the engineer must remain the guide in the end, both in the choice of the analytical procedure and in the interpretation of results obtained therefrom; here are some of the details necessary to inform him.

### 1.1. GENERAL BEHAVIOUR PATTERN OF SATURATED POROUS MEDIA UNDER DYNAMIC CONDITIONS

In this section we shall consider the basic form of mechanical behaviour of porous materials, such as all types of soil, rock and concrete occurring in dams, as well as the equations governing the analysis. An understanding of this basic behaviour and of the importance of effective stresses is essential for any type of quantitative study, and we trust that the somewhat mathematical approach will not frighten the practising engineer.

The structure of a pervious material such as rock, concrete or soil is illustrated diagrammatically in Fig. 1.1 which shows its separation into the two phases of 'solid skeleton', and of the fluid (water) occupying the interstitial pores. The full mechanics of the 'assembly' under dynamic conditions have been established by Biot [1,2] and his governing relationships form today the most accurate description of the behaviour. Such complete equations are fully discussed in the literature [3-8], but below we summarize a simplified set which is valid for most situations encountered in dam engineering. Precise limits of validity are discussed elsewhere [7] but we will note here that the basic assumption in the simplification is the neglect of the relative (fluid/solid) acceleration effects.

In what follows, we use both a tensorial notation as well as the vectorial form more useful for finite element discretization. Even though the formulation developed here is applied to dams, we shall continue to use the positive sign for tensile strains and stresses because this convention is generally adopted in mechanics and it makes possible the use of available standard computer programs.

### Contraintes Totales et Effectives

La contrainte totale  $\sigma_{ij}$  (ou  $\sigma$ ) est définie comme la force s'exerçant sur une section unité de l'ensemble diphasique, sans distinguer si elle s'exerce sur les phases solide ou fluide. Si la pression du fluide est  $p$ , la contrainte effective  $\sigma'_{ij}$  (ou  $\sigma'$ ) est définie comme:

$$(1) \quad \sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - \delta_{ij} p$$

$$\text{ou} \quad \sigma = \sigma' - \underline{m} p$$

où  $\delta_{ij}$  = symbole de Kronecker

et  $\underline{m}^T = [1, 1, 1, 0, 0, 0]$ .

Le tenseur de contrainte peut évidemment être décomposé de façon quelconque. Mais la méthode présentée est utile, puisque, comme nous le verrons plus loin, toutes les lois de comportement des matériaux sont exprimées en termes de contraintes effectives.

### Déformations

La variation de la déformation  $d\epsilon_{ij}$  (ou  $d\epsilon$ ) est liée à la variation des déplacements  $d\mathbf{u}_{ij}$  (ou  $d\mathbf{u}$ ) de la phase solide ainsi:

$$(2) \quad d\epsilon_{ij} = (d\mathbf{u}_{i,j} + d\mathbf{u}_{j,i}) / 2.$$

$$\text{ou} \quad d\epsilon = \underline{L} d\underline{u}$$

où  $\underline{L}$  est l'opérateur différentiel approprié.

### Loi de Comportement

La décomposition de la contrainte totale en pression interstitielle et en contrainte effective (voir Eq. 1) est très utile, puisque le résultat des variations de la pression  $dp$  est simplement une compression globale des particules solides, provoquant un incrément de déformation élastique volumique  $d\epsilon_{ii}^P$  qui est infime:

$$(3) \quad \begin{aligned} d\epsilon_{ii}^P &= - dp / K_s & d\epsilon_{ij}^P &= - \delta_{ij} dp / 3K_s \\ (d\epsilon^P &= - \underline{m} dp / 3K_s) \end{aligned}$$

où  $K_s$  est le module de déformation volumique de la phase solide.

Ainsi, les phénomènes non linéaires, et bien sûr la rupture du matériau, sont liés à la contrainte effective  $\sigma'_{ij}$  (ou  $\sigma'$ ). Il n'est pas nécessaire de préciser la formulation des lois de comportement pour l'instant; notons simplement qu'on peut les exprimer sous la forme incrémentale suivante\*:

$$(4) \quad d\sigma'_{ij} = D_{ijkl} (d\epsilon_{kl}^0 - d\epsilon_{kl}^P)$$

$$\text{ou} \quad d\sigma' = \underline{D} (d\epsilon^0 - d\epsilon^P)$$

---

\*En supposant que les rotations sont faibles. Mais il n'est pas difficile d'adapter la formulation au cas des grandes déformations.

### Total and Effective Stresses

The total stress  $\sigma_{ij}$  (or  $\sigma$ ) is that defined by the force acting on the total section of unit area irrespective of whether this is through solid or fluid phases. If the pressure in the field is  $p$ , we define the effective stress  $\sigma'_{ij}$  (or  $\sigma'$ ) as

$$(1) \quad \sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - \delta_{ij} p$$

$$\text{or} \quad \sigma = \sigma' - \underline{\underline{\sigma}} p$$

where  $\delta_{ij}$  is the Kronecker delta

and  $\underline{\underline{m}}^T = [1, 1, 1, 0, 0, 0]$ .

Obviously, any form of splitting of the stress tensor is permissible. However, this particular one is of importance as we shall see that all constitutive laws for the material have to be referred to the effective stress.

### Strain

The strain change  $d\epsilon_{ij}$  (or  $d\varepsilon$ ) is related to the change of displacement  $du_{ij}$  (or  $du$ ) of the solid phase by

$$(2) \quad d\varepsilon_{ij} = (du_{i,j} + du_{j,i})/2.$$

$$\text{or} \quad d\varepsilon = \underline{\underline{L}} du$$

where  $\underline{\underline{L}}$  defines the appropriate differential operator.

### Constitutive Law

The separation of total stress into the pressure and effective stress component (viz Eq. 1) serves a very useful purpose because the changes of pressure,  $dp$ , result merely in an overall compression of the solid grains giving an almost negligible elastic, volumetric strain increment  $d\varepsilon_{ii}^P$

$$(3) \quad \begin{aligned} d\varepsilon_{ii}^P &= - dp / K_s & d\varepsilon_{ij}^P &= - \delta_{ij} dp / 3K_s \\ (d\varepsilon^P) &= - \underline{\underline{m}} dp / 3K_s \end{aligned}$$

where  $K_s$  in above is the bulk modulus of the solid phase.

All the non-linear effects and indeed the failure of the material are thus clearly tied to the effective stress  $\sigma'_{ij}$  (or  $\sigma'$ ). Without entering into any discussion on specific forms of the constitutive laws at this stage, we can always write these incrementally as\*

$$(4) \quad d\sigma'_{ij} = D_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^0 - d\varepsilon_{kl}^P)$$

$$\text{or} \quad d\sigma' = D (d\varepsilon - d\varepsilon^0 - d\varepsilon^P)$$

---

\*We assume here that the rotations are small, but in general the analysis can be extended without difficulty to large deformation behaviour.

Dans cette formulation, la matrice de raideur tangente  $D$  ainsi que la déformation initiale  $\epsilon^0$  peuvent dépendre des valeurs des contraintes effectives et des déformations correspondantes, ainsi que de l'évolution antérieure de ces grandeurs.

Dans le cas des sols, la déformation provoquée par une variation de pression est infime par rapport aux déformations induites par les variations de la contrainte effective  $\sigma'$ ; nous pouvons donc négliger le terme  $\epsilon^P$  dans le calcul des barrages en remblais. Par contre, pour l'enrochement et pour le béton, ces deux déformations peuvent être du même ordre, et il est donc important de retenir le terme  $\epsilon^P$ .

En effet, considérons une couche perméable soumise à une variation de la hauteur d'eau correspondant à une variation globale de la pression  $\Delta p$  (Fig. 1.2).

Quelle que soit la répartition initiale de la contrainte effective et de la pression interstitielle, il est clair que la variation du niveau de la retenue ne provoque pas de variation des contraintes effectives parce que, pour tout niveau d'eau, la variation de la contrainte totale est exactement égale à celle de la pression interstitielle. Ainsi, les déformations sont provoquées uniquement par les phénomènes décrits dans l'équation (3), celle-ci induisant un déplacement  $\Delta L$  (voir Figure). Dans un massif rocheux, ces déplacements sont loin d'être négligeables par rapport aux déplacements provoqués par les charges appliquées, mais dans les sols perméables, par contre, ils sont minimes.

Pour mieux comprendre le principe géométrique des effets des variations de pression sur les déformations, on peut comparer ce type de déformation avec celle provoquée par une variation analogue de la contrainte effective. Si celle-ci varie aussi selon une loi hydrostatique, nous avons:

$$\epsilon_v^P = \text{déformation volumique provoquée par une augmentation unitaire de la pression interstitielle} = -1/K_s$$

$$\epsilon_v = \text{déformation volumique provoquée par une augmentation unitaire de la contrainte effective} = -1/K_T$$

$$\text{Rapport des déformations} = \frac{\epsilon_v^P}{\epsilon_v} = \frac{K_T}{K_s}$$

$K_T$  est le module de déformation volumique moyen correspondant à la matrice  $D$ .

Pour une matrice solide composée, par exemple, de quartz, feldspath, etc., le module de déformation volumique  $K_s$  est de l'ordre de  $10^4$  à  $10^6$  MN/m<sup>2</sup>. Pour le béton ou un rocher de bonne qualité, le module sécant est de l'ordre de  $10^3$  à  $10^4$  MN/m<sup>2</sup>; pour les sables ou les silts, cette valeur est approximativement de  $10$  à  $10^2$  MN/m<sup>2</sup>.

Compte tenu de ces valeurs pour le béton ou le rocher de bonne qualité, le rapport des déformations serait de l'ordre de:

$10^{-3}$  à  $10^0$

Pour un sol, il serait:

$10^{-5}$  à  $10^{-2}$

In the above, both the tangent stiffness matrix  $D$  and the 'initial strain'  $\epsilon^0$  may be dependent on effective stresses and strains as well as on their history.

In soils, the strain due to pressure changes is minute when compared to the strains caused by changes of effective stress  $\sigma'$  and we shall therefore neglect  $\epsilon^p$  in analysis of earth dams. On the contrary, in rock or concrete both of these strains may well be of comparable magnitude, and the retention of the term  $\epsilon^p$  is important.

We illustrate this point in Fig. 1.2 by considering a pervious layer subject to a change of water level equivalent to an overall pressure change  $\Delta p$ .

We see immediately that whatever the original effective stress and pore pressure distribution, the change of reservoir level does not cause any effective stress changes because at any level the total stress changes by precisely the same amount as the pore pressure. The only strains thus arising are due to the effects described by Eq. (3) resulting in the displacement  $\Delta L$  as shown. Such displacements in rock are by no means negligible when compared with load induced displacements but they are insignificant in pervious soils.

To get a better geometric idea of the effects of pressure changes on strain, we can compare this with the strain caused by a similar change of effective stress. Assuming the latter to change also in a hydrostatic manner, we have

$$\epsilon_v^p = \text{volumetric strain caused by unit pore pressure increase} = -1/K_s$$

$$\epsilon_v = \text{volumetric strain caused by unit effective stress increase} = -1/K_T$$

$$\text{Ratio of strain} = \frac{\epsilon_v^p}{\epsilon_v} = \frac{K_T}{K_s}$$

In the above,  $K_T$  is the average bulk modulus corresponding to the matrix  $D$ .

For typical constituents of the solid matrix, such as quartz, felspar, etc., the bulk modulus  $K_s$  is of the order of  $10^4 - 10^6 \text{ MN/m}^2$ . A typical secant modulus  $K_T$  of sound rock or concrete is of the order of  $10^3 - 10^4 \text{ MN/m}^2$  while for sand or silty soil  $K_T$  is roughly in the range of  $10 - 10^2 \text{ MN/m}^2$ .

The above strain ratio for concrete or sound rock is thus of the order

$$10^{-3} \text{ to } 10^0$$

while for soil it is in the range

$$10^{-5} \text{ to } 10^{-2}$$

On comprend facilement pourquoi les déformations provoquées par les variations de pression peuvent être négligées pour la plupart des sols.

#### Conditions d'Equilibre Global

La somme de toutes les sollicitations (contraintes, pesanteur  $g$  et forces d'accélération) agissant sur chaque "élément" (infinitésimal) doit correspondre à un état d'équilibre. Il faut donc satisfaire aux trois conditions d'équilibre:

$$(5) \quad \sigma_{ij,j} + \rho g_i = \rho \ddot{u}_i$$

ou

$$L^T g + \rho g = \rho \ddot{u}$$

où  $\ddot{u} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  etc.

$\rho$  = densité du matériau saturé.

On utilise la notation tensorielle conventionnelle pour signaler la différenciation, c'est-à-dire

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = \sigma_{ij,j}$$

etc., et  $L$  est la même matrice que dans l'équation (2).

#### Continuité d'Ecoulement

La dernière relation à examiner concerne la continuité d'écoulement et les variations de volume du squelette. A l'aide de la relation de Darcy, on peut écrire [3, 4, 6] (il est généralement acceptable de négliger les phénomènes d'accélération [7]):

$$(6) \quad - [\bar{k} (p + \rho_f h)]_{,i,i} + \dot{u}_{i,i} = - \dot{p} n / K_f$$

$$\text{ou} \quad - \nabla^T \bar{k} (p + \rho_f h) + L^T \dot{u} = - \dot{p} n / K_f$$

où  $\bar{k}$  = perméabilité

$\rho_f$  = densité du fluide

$K_f$  = module de compression du fluide

$n$  = porosité

$h$  = potentiel du champ de pesanteur  $g$  avec:

$$g_i = - h_{,i}$$

ou

$$g = - \nabla h$$

Notons que si les axes  $x, y, z$  sont tels que  $z$  est vertical et dirigé vers le haut, on peut écrire plus simplement  $h = gz$ . (Notons également dans l'équation (6) que  $k$  a la dimension  $L^3 T/M$  et correspond à la perméabilité dynamique plutôt que cinématique.)

Les équations (1)-(6) sont le point de départ de tous les calculs qui suivent. On peut noter que la perméabilité est souvent liée aux déformations volumiques  $\epsilon_v$  et, dans certains cas, il est important de tenir compte de cette non linéarité.

On a ainsi formulé les principes du comportement des milieux poreux. Mais, dans la pratique, les cas extrêmes peuvent permettre une formulation simplifiée. Par exemple, nous allons voir l'exemple du

It is immediately obvious why in most soil problems, the pressure strain is neglected.

### Overall Equilibrium Condition

The total stresses, gravity acceleration components  $g$  and acceleration forces must be in equilibrium for all infinitesimal 'elements'. We have thus to satisfy the following three equilibrium conditions:

$$(5) \quad \sigma_{ij,j} + \rho g_i = \rho \ddot{u}_i$$

$$\text{or} \quad L^T g + \rho g = \rho \ddot{u}$$

where  $\ddot{u} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  etc.

and  $\rho$  is the saturated density of the material.

In above standard tensorial notation is used to denote differentiation, i.e.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = \sigma_{ij,j}$$

and  $L$  is the same matrix as in Eq. (2).

### Flow Continuity

The final relation defines the continuity of flow and of the volume changes of the skeleton. Assuming the well-known Darcy relationship, it is easy to establish this as [3,4,6] (neglecting now association effects which is generally permissible [7]).

$$(6) \quad - [\bar{k} (p + \rho_f h)]_{,i,i} + \dot{u}_{i,i} = - \dot{p} n / K_f$$

$$\text{or} \quad - \nabla^T \bar{k} \nabla (p + \rho_f h) + \nabla^T L \dot{u} = - \dot{p} n / K_f$$

In the above relationship  $\bar{k}$  is the permeability,  $\rho_f$  the fluid density,  $K_f$  the fluid compressibility modulus,  $n$  the porosity and  $h$  the potential of gravity acceleration  $g$  components giving this

$$\text{or} \quad g_i = - h_{,i}$$

$$g = - \nabla h$$

Note that if the  $x$ ,  $y$ ,  $z$  axes of coordinates are so arranged that  $z$  is measured vertically upwards, we have simply  $h = gz$ . (We also note that in Eq. (6)  $\bar{k}$  has the dimension of  $L^3 T/M$  and is the dynamic rather than kinematic permeability.)

The Eqs. (1)-(6) are the basis from which all subsequent computation will be started. We note here that frequently the permeability  $\bar{k}$  is itself dependent on the volumetric strain  $\epsilon_v$  and on occasion the inclusion of this non-linearity may be important.

In the preceding paragraphs the basis of the behaviour of porous materials has been fully stated. In practice some extremes of this behaviour can occur which lead to simplified formulations. Below

cas non drainé et examiner les causes des phénomènes de liquéfaction (ou, au moins, de diminution de caractéristiques mécaniques) liés au chargement cyclique des sols. Ces exemples permettent une meilleure connaissance des phénomènes fondamentaux régissant le comportement des milieux poreux soumis aux chargements sismiques.

#### Comportement Non Drainé

Si les phénomènes dynamiques sont si rapides qu'ils interdisent tout écoulement à travers le squelette de la matrice solide, ou si les coefficients de perméabilité sont très faibles ( $K_f \rightarrow 0$ ), alors l'équation (6) devient:

$$(7) \quad \dot{u}_{i,i} = \dot{\epsilon}_{ii} = - \dot{p} n / K_f$$

ou

$$\underline{\underline{\epsilon}}^T \underline{\underline{L}} \underline{\underline{u}} = \underline{\underline{\epsilon}}^T \underline{\underline{\epsilon}} = - \dot{p} n / K_f$$

Cette relation montre comment calculer immédiatement les variations de pression induites par une déformation externe. On peut écrire:

$$(8) \quad d\dot{p} = - (K_f / n) d\dot{\epsilon}_{ii}$$

ou

$$d\dot{p} = - (K_f / n) \underline{\underline{\epsilon}}^T d\underline{\underline{\epsilon}}$$

L'équation (8) permet d'éliminer explicitement le terme de pression  $p$ . De même, avec les équations (1,3,4), on peut éliminer la contrainte effective  $\sigma'_i$  pour obtenir directement les incrément de contrainte totale sous la forme:

$$(9) \quad d\sigma_{ij} = D_{ijkl} (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^0 - \delta_{ij} d\epsilon_{kl} K_f / (3K_s n)) + \delta_{ij} d\epsilon_{ij} K_f / n$$

$$\text{ou } d\underline{\underline{\sigma}} = \bar{D} (d\underline{\underline{\epsilon}} - d\underline{\underline{\epsilon}}^0 - (\underline{\underline{\epsilon}}^T \underline{\underline{K}}_f / (3K_s n)) d\underline{\underline{\epsilon}}) + \underline{\underline{\epsilon}}^T \underline{\underline{K}}_f / n d\underline{\underline{\epsilon}}$$

On peut écrire l'équation (9) plus simplement:

$$(10) \quad d\sigma_{ij} = \bar{D}_{ijkl} d\epsilon_{kl} - D_{ijkl} d\epsilon_{kl}^0$$

ou

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \bar{D} d\underline{\underline{\epsilon}} - \bar{D} d\underline{\underline{\epsilon}}^0$$

où  $\bar{D}$  = module en comportement non drainé, que l'on peut mesurer directement.

La relation qui lie le module non drainé en contrainte totale et celui en contrainte effective est:

$$(11) \quad \bar{D}_{ijkl} = D_{ijkl} (1 + \delta_{ij} K_f / (3K_s n)) + \delta_{ij} K_f / n$$

$$\text{ou } \bar{D} = \bar{D} (I + \underline{\underline{\epsilon}}^T \underline{\underline{K}}_f / (3K_s n)) + \underline{\underline{\epsilon}}^T \underline{\underline{K}}_f / n$$

Pour les phénomènes de très courte durée, il est possible (et même courant) de faire le calcul en termes de contraintes totales. Cependant, il reste nécessaire d'utiliser la matrice des modules drainés lorsqu'on veut tenir compte des déformations initiales éventuelles (ce cas est assez courant en mécanique des sols et en calcul des barrages en terre).

La matrice de raideur tangente dépend généralement de l'histoire des contraintes et des déformations. Pour la modélisation des lois de comportement, si  $D$  est constant, il s'agit d'un problème en élasticité linéaire, permettant de nombreuses simplifications de calcul.

we shall give the example of undrained behaviour and also discuss the origin of liquefaction (or at least strength reduction) phenomena which occur under cyclic loading of soils. Such examples lead to a better understanding of the essential phenomena governing the behaviour of porous media under earthquake loads.

#### Undrained Behaviour

If the dynamic phenomena are so rapid that no flow can take place through the solid skeleton of the matrix, or if the permeability coefficients are very small ( $k \rightarrow 0$ ) then Eq. (6) becomes simply:

$$(7) \quad \dot{u}_{ii} = \dot{\epsilon}_{ii} = - \dot{p} / K_f$$

or

$$\underline{\underline{L}}^T \dot{u} = \underline{\underline{m}}^T \dot{\epsilon} = - \dot{p} / K_f$$

The above Eqs. 7 give an immediate prescription for computing pressure changes due to external straining. Thus we can write

$$(8) \quad dp = - (K_f / n) d\epsilon_{ii}$$

or

$$dp = - (K_f / n) \underline{\underline{m}}^T d\underline{\epsilon}$$

Eqs. 8 allow the pressure  $p$  to be eliminated from explicit computation. Using Eqs. (1), (3) and (4) we can eliminate the effective stress  $\sigma'_{ij}$  and obtain the total stress increments directly in the form

$$(9) \quad d\sigma_{ij} = D_{ijkl} (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^0 - \delta_{ij} d\epsilon_{kl} K_f / (3K_s n)) + \delta_{ij} d\epsilon_{ij} K_f / n$$

or

$$d\underline{\epsilon} = \underline{\underline{D}} (d\underline{\epsilon} - d\underline{\epsilon}^0 - (\underline{\underline{m}}^T \underline{\underline{m}} K_f / (3K_s n)) d\underline{\epsilon}) + \underline{\underline{m}}^T K_f / n d\underline{\epsilon}$$

Eqs. (9) can be written in a simpler manner as

$$(10) \quad d\sigma_{ij} = \bar{D}_{ijkl} d\epsilon_{kl} - D_{ijkl} d\epsilon_{kl}^0$$

or

$$d\underline{\epsilon} = \bar{D} d\underline{\epsilon} - D d\underline{\epsilon}^0$$

where  $\bar{D}$  is the undrained behaviour modulus which can be measured directly.

The relation between total undrained and effective stress moduli is given below

$$(11) \quad \bar{D}_{ijkl} = D_{ijkl} (1 + \delta_{ij} K_f / (3K_s n)) + \delta_{ij} K_f / n$$

or

$$\bar{D} = D (I + \underline{\underline{m}} \underline{\underline{m}}^T K_f / (3K_s n)) + \underline{\underline{m}} \underline{\underline{m}}^T K_f / n$$

For phenomena that take place rapidly it is possible - and indeed quite usual - to conduct computation in terms of total stress. However, it is still necessary to use the drained modulus matrix  $D$  if any initial strain effects are to be included - a situation quite frequent in soil mechanics and earth dam analysis.

The tangent stiffness matrix  $D$  is in general dependent on stress and strain history. In modelling the material behaviour, if  $D$  is constant, we have a linear-elastic model and here many simplifications in analysis arise.

Les comportements non drainés du rocher et du béton d'une part, et des sols d'autre part, diffèrent de façon importante, bien que les mêmes relations de base s'appliquent aux deux cas. C'est le calcul quantitatif qui fait ressortir les différences.

Comme il est dit plus haut, pour les matériaux drainés, les valeurs de  $K_T$  sont de l'ordre de:

$$\text{Béton ou rocher } K_T = 10^3 \text{ à } 10^4 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{Sable } K_T = 10 \text{ à } 10^2 \text{ MN/m}^2$$

Le module de déformation volumique de l'eau remplissant les interstices (en tenant compte de la présence d'une certaine quantité d'air) est:

$$K_f \approx 2 \times 10^3 \text{ MN/m}^2$$

En prenant des valeurs habituelles de la porosité, nous avons:

$$\text{Rocher ou béton } K_f/n = 2 \times 10^3/0,1 = 2 \times 10^4 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{Sol } K_f/n = 2 \times 10^3/0,4 = 5 \times 10^3 \text{ MN/m}^2$$

Prenons ensuite le rapport entre l'augmentation de la contrainte totale et celle de la pression interstitielle correspondant à une déformation volumique donnée d'origine externe. A l'aide des relations (8) et (9) (pour une déformation uniquement volumique), ce rapport ressort à:

$$\frac{\Delta p}{\Delta \sigma} = - \frac{K_f / n}{(K_f / n) + K_T} = \frac{1}{1 + (K_T n / K_f)}$$

Pour un béton ou un rocher typique:

$$\frac{\Delta p}{\Delta \sigma} \approx -0.1$$

Pour un sol typique:

$$\frac{\Delta p}{\Delta \sigma} \approx -1.0$$

Dans le cas non drainé, il est clair que la réponse instantanée à une charge appliquée est très différente pour chaque type de matériau. Dans un sol suffisamment confiné, l'augmentation instantanée de la pression interstitielle correspond à la quasi-totalité de la variation de la contrainte; par contre, dans le béton (ou le rocher de bonne qualité), la variation de la pression reste très faible.

Souvent, on suppose a priori que, lors d'un séisme, tous les matériaux habituellement utilisés dans les barrages ont un comportement non drainé. Mais cette hypothèse est fausse pour beaucoup de digues en terre et, avant de faire le choix entre un calcul complet ou un calcul simplifié basé sur un comportement drainé, il est utile d'examiner la valeur d'un paramètre adimensionnel [7,8]:

$$\pi_1 = \frac{k}{\omega L^2} \frac{\rho}{g \rho_f} v_c^2$$

The undrained behaviour of rock and concrete or soils are appreciably different though both obey the same basic equations. The differences arise when quantitative assessment is made.

As we have already stated, the  $K_T$  values for the drained materials are of the order

$$\text{Concrete or rock } K_T = 10^3 - 10^4 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{Sand } K_T = 10 - 10^2 \text{ MN/m}^2$$

The bulk modulus of water in the pores (making an allowance for some degree of aeration) is

$$K_f \approx 2 \times 10^3 \text{ MN/m}^2$$

and taking typical porosity values, we have

$$\text{Rock or concrete } K_f/n = 2 \times 10^3/0.1 = 2 \times 10^4 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{Soil } K_f/n = 2 \times 10^3/0.4 = 5 \times 10^3 \text{ MN/m}^2$$

Consider now the ratio of the total stress and the pore pressure rise corresponding to a given volumetric strain imposed on the materials. Using Eqs. (8) and (9) (for purely volumetric strain), this is

$$\frac{\Delta p}{\Delta \sigma} = - \frac{K_f / n}{(K_f / n) + K_T} = \frac{1}{1 + (K_T n / K_f)}$$

or for concrete and rock typically

$$\frac{\Delta p}{\Delta \sigma} \approx -0.1$$

while for typical soils

$$\frac{\Delta p}{\Delta \sigma} \approx -1.0$$

The large difference in undrained, instantaneous response to a load in the two material classes is evident. In a suitably confined soil, pore pressure rises instantaneously to take up almost the whole of the stress change while in the concrete (or base rock) the pressure rise is very small.

It is often assumed 'a priori' that during an earthquake the behaviour of all typical dam material will be undrained. This is not the case in many earth dams and a useful guide to determining whether the full analysis has to be carried out or whether significant drainage occurs can be obtained by considering the value of the following non-dimensional parameter [7,8]:

$$\pi_1 = \frac{k}{\omega L^2} \frac{\rho v_c^2}{g \rho_f}$$

où  $k$  = perméabilité cinématique ( $L/T$ ) =  $\bar{k}/\rho_f g$   
 $v_c$  = vitesse du son dans le matériau saturé  
 $g$  = accélération de la pesanteur  
 $\rho$  = densité apparente des matériaux saturés  
 $\rho_f$  = densité du fluide interstitiel  
 $\omega$  = fréquence des vibrations  
 $L$  = longueur de drainage typique.

Lorsque ce paramètre  $\pi_1$  est inférieur à  $10^{-2}$ , on peut supposer un comportement non drainé.

Compte tenu que, lors d'un séisme, les fréquences vont de 0,05 à 20Hz, il est facile de calculer les dimensions de l'ouvrage et la valeur de la perméabilité qui permettent l'hypothèse d'un comportement non drainé.

Par exemple, en prenant:

$L = 10$  (m) environ  
 $\omega = 10$  (1/s) environ  
 $v_c = 1000$  (m/s) environ  
 $\rho/\rho_f = 2$  environ  
 $g = 10$  (m/s<sup>2</sup>) environ

pour obtenir  $\pi_1 < 10^{-2}$ , il faut:

$$k < 10^{-2} \times 10 \times 10 \times 10^2 / (2 \times 10^6) \approx 0,5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

Ceci correspond à la perméabilité d'un sable fin. Dans ces conditions, les effets de drainage sont souvent importants dans les barrages en terre, même pendant la durée du séisme. Par contre, pour le béton et le rocher, l'hypothèse habituelle d'un comportement non drainé est évidemment applicable (sauf localement dans les zones de fissures ouvertes).

#### Diminution des Caractéristiques Mécaniques due au Compactage du Squelette

Nous avons examiné le comportement d'un matériau poreux soumis à une augmentation uniforme de contrainte lorsque le drainage est impossible.

Revenons aux équations (8) et (9) pour examiner le comportement lorsque la contrainte totale reste constante malgré une **contraction volumique uniforme du squelette**  $\epsilon_v^0$ . On comprend que cette contraction provoque une augmentation de la pression interstitielle et, puisque  $d\sigma = 0$ , une diminution de la contrainte moyenne d'une quantité égale.

Dans les équations (8) et (9), on peut facilement éliminer  $d\epsilon$  pour trouver que la variation de la pression interstitielle devient:

$$(13) \quad dp = - \frac{\frac{d\epsilon^0}{v}}{\frac{n}{K_f} + \frac{1}{K_T}} \approx - K_T \frac{d\epsilon^0}{v}$$

où

$$K_T = 1 / (\frac{T_D}{n} - 1)$$

where  $k$  is the kinematic permeability ( $L/T$ ) =  $\bar{k}/\rho_f g$   
 $v_c$  is the speed of sound in the saturated material  
 $g$  is the gravity acceleration  
 $\rho$  is the bulk density of saturated materials  
 $\rho_f$  is the pore fluid density  
 $\omega$  is the frequency of vibration  
 $L$  is the typical drainage length.

When the parameter  $\pi_1$  is less than  $10^{-2}$ , undrained behaviour can be assumed.

Considering that in earthquake the frequencies of interest are in the range (0.05 - 20)Hz, we can readily compute for what size of structure and permeability the 'no drainage' assumption is valid.

For instance, with

$$\begin{aligned} L &\approx 10 \text{ (m)} \\ \omega &\approx 10 \text{ (1/s)} \\ v_c &\approx 1000 \text{ (m/s)} \\ \rho/\rho_f &\approx 2 \\ g &\approx 10 \text{ (m/s}^2) \end{aligned}$$

to obtain  $\pi_1 < 10^{-2}$ , we must have

$$k < 10^{-2} \times 10 \times 10 \times 10^2 / (2 \times 10^6) \approx 0.5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

This corresponds to a permeability typical of fine sands and hence in many earth dams drainage effects are important even during the 'shaking' phase. For concrete and rock, however, the general practice of considering undrained behaviour obviously is valid except in locally open fissures.

#### Strength Reduction due to Compaction of the Soil Skeleton

In the preceding section we have observed the behaviour of the porous material under a uniform stress increase when drainage was prevented.

Now consider, again referring to Eqs. (8) and (9), the behaviour when the total stress remains constant but a **uniform volumetric shrinkage of the skeleton  $\epsilon_v^0$**  occurs. It is physically apparent that this shrinkage will increase the pore pressure and, because  $d\sigma = 0$ , it will decrease the mean stress correspondingly.

Taking Eqs. (8) and (9), it is an easy matter to eliminate  $d\sigma$  and we find that the pore pressure change becomes

$$(13) \quad dp = - \frac{\frac{d\epsilon_v^0}{n}}{\frac{1}{K_f} + \frac{1}{K_T}} \approx - K_T \frac{d\epsilon_v^0}{n}$$

with

$$K_T = 1 / (\underline{\sigma}_D^{-1} \underline{\sigma})$$

Dans les sols ou autres milieux granulaires, une telle contraction de la matrice solide se produit sous l'effet des mouvements répétés provoqués par le séisme. Cette contraction est due au réarrangement des particules et, dans un matériau sec, cela conduit à une 'densification'. Dans un matériau saturé, avec drainage faible ou inexistant, il y a augmentation de la pression interstitielle (donnée par l'expression (13) dans le cas d'un comportement non drainé) et, par conséquent, réduction de la résistance du sol. C'est le fait le plus important du comportement du sol sous charge dynamique et cela est responsable de la 'liquefaction' ou 'mobilité cyclique' qui survient quand la contrainte moyenne effective est proche de zéro.

## 1.2. DISCRÉTISATION EN ÉLÉMENTS FINIS

Considérons maintenant les équations discrétisées qui interviennent dans un calcul par la méthode des éléments finis. Cette présentation est nécessairement très sommaire et suppose que le lecteur a une certaine connaissance de la méthode (pour une présentation plus complète voir [9 à 12] et, pour un résumé plus bref, voir Bulletin CIGB N° 30. Les relations ci-dessous sont prises dans Réfs. [3, 13 à 16]).

L'utilisateur d'un programme de calcul par éléments finis n'a pas besoin d'une connaissance profonde des techniques numériques utilisées, mais, par contre, pour garantir une application sérieuse de ces techniques, il doit comprendre la théorie de base. Cette théorie est présentée dans ce qui suit.

Le problème du calcul de la réponse dynamique d'un ouvrage est formulé essentiellement par les relations (1 à 6). Les inconnues principales sont le vecteur de déplacement  $\bar{u}$  et la pression interstitielle  $\bar{p}$ .

Dans la méthode des éléments finis, ces variables de déplacement et de pression sont exprimées en fonction des valeurs nodales (ou paramètres nodaux) et des fonctions d'interpolation  $N$  et  $\bar{N}$ . Ainsi, dans le domaine spatial, on peut écrire:

$$(14) \quad \begin{aligned} \bar{u} &= \sum N_i \bar{u}_i \\ \bar{p} &= \sum \bar{N}_i \bar{p}_i \end{aligned}$$

où  $\bar{u}_i$  et  $\bar{p}_i$  correspondent aux valeurs nodales de ces variables.

A l'aide des techniques de pondération de Galerkin, chacune des équations peut être discrétisée (pour la notation, voir [9]).

En prenant l'équation (5) et en éliminant la contrainte totale à l'aide de l'équation (1), nous pouvons écrire:

$$(15) \quad \int_{\Omega} B^T g d\Omega - q \bar{p} + M \dot{\bar{u}} + C \ddot{\bar{u}} + f = 0$$

où le terme  $C \ddot{\bar{u}}$  est ajouté pour tenir compte de l'amortissement interne ou par rayonnement. La nature et la forme de ce terme seront précisées dans le paragraphe suivant.

In soils or other granular media such a shrinkage of the solid matrix occurs due to the repeated movement caused by the earthquake. The rearrangement of particles is responsible for this and in a dry material results in a phenomenon known as 'densification'. In a saturated material with little or no drainage this causes a rise of the pore pressure (given by expression (13) in case of undrained behaviour) and this in turn reduces the strength of the soil. This is the most important feature of behaviour of soil under dynamic load and is responsible for so-called 'liquefaction' or 'cyclic mobility' behaviour which happens when the mean effective stress is close to zero.

## 1.2. THE FINITE ELEMENT DISCRETIZATION

In this section, we shall very briefly consider the discrete equations that arise in a finite element method (FEM) analysis of the problem and which have to be dealt with to obtain the solution. By necessity this section is very brief - and is presented for those readers who already have a background knowledge of finite element procedures (which are fully discussed in texts [9-12] and in outline in the previous ICOLD Report. In the present context, the equations are derived in references [3, 13-16]).

While the user of a finite element computer program does not need to know the full details of the numerical procedures employed, he must at all times understand the theory behind these to avoid an irresponsible application. This theory, therefore, is briefly reviewed.

Equations (1) to (6) contain the essence of the dynamic response analysis problem, and the fundamental variables therein are  $\bar{u}$ , the displacement vector, and  $\bar{p}$ , the pore pressure.

Pursuing the standard FEM approach we expand these variables in terms of appropriate nodal values (or parameters) and shape functions  $N$  and  $\bar{N}$  for the displacements and pressures respectively. Thus within the space domain we write

$$(14) \quad \begin{aligned} \bar{u} &= N \bar{\bar{u}} \\ \bar{p} &= \bar{N} \bar{\bar{p}} \end{aligned}$$

where  $\bar{\bar{u}}$  and  $\bar{\bar{p}}$  represent appropriate nodal values of the variables.

Using Galerkin weighting procedures, each of the governing equations can be 'discretized' using the method and notation of Ref. [9].

Thus in place of Eq. (5) we write (eliminating the total stress by Eq. (1))

$$(15) \quad \int_{\Omega} B^T \bar{g} d\Omega - Q \bar{p} + M \dot{\bar{u}} + C \ddot{\bar{u}} + f = 0$$

where the term  $C \ddot{\bar{u}}$  has been added to account for internal or radiation damping. The nature and form of this term will be discussed in more detail in the next section

Cette relation est complétée par (3) et (4) qui lient les variations de la contrainte effective aux incrémentments de déplacements, c'est-à-dire:

$$(16) \quad d\sigma' = D (\underline{B} \underline{d}\bar{u} - \underline{d}\varepsilon^0 + \underline{\underline{m}} \bar{\underline{N}} \bar{d}\underline{p} / (3K_s))$$

Enfin, ce système discréteisé est complété par la relation de continuité (6) écrite sous la forme de Galerkin, c'est-à-dire:

$$(17) \quad \bar{\underline{B}}\bar{\underline{p}} + \bar{\underline{S}}\bar{\underline{p}} + \bar{\underline{Q}}^T\bar{\underline{u}} + \bar{\underline{f}} = 0$$

Dans les relations ci-dessus, les matrices concernées sont:

$$(18) \quad \begin{aligned} \underline{B} &= \underline{L}\underline{N} & \underline{M} &= \int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T \rho \underline{N} d\Omega \\ \underline{Q} &= \int_{\Omega} \underline{B}^T \underline{\underline{m}} \bar{\underline{N}} d\Omega & \underline{f} &= - \int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T \rho g d\Omega - \int_{\Omega} \underline{\underline{N}} \bar{\underline{t}} d\Omega \end{aligned}$$

où  $\bar{\underline{t}}$  sont les efforts imposés aux limites, et:

$$\begin{aligned} \bar{\underline{B}} &= \int_{\Omega} (\underline{\underline{Q}} \bar{\underline{N}})^T \bar{\underline{k}} \bar{\underline{N}} d\Omega \\ \bar{\underline{S}} &= \int_{\Omega} \bar{\underline{N}}^T \underline{n} / K_f \bar{\underline{N}} d\Omega \\ \bar{\underline{f}} &= \int_{\Omega} \bar{\underline{N}}^T \underline{\underline{V}}^T \bar{\underline{k}} \underline{\underline{V}} (\rho_f h) d\Omega + \int_{\Omega} \bar{\underline{N}}^T \bar{\underline{q}} d\Omega \end{aligned}$$

où  $\bar{\underline{q}}$  sont les débits imposés aux limites.

Pour les problèmes linéaires, ce système d'équations discréteisées peut être réduit à une forme mieux connue:

$$(19) \quad \bar{\underline{M}}\bar{\underline{u}} + \bar{\underline{C}}\dot{\bar{\underline{u}}} + \bar{\underline{K}}\bar{\underline{u}} - \bar{\underline{Q}}\bar{\underline{p}} + \bar{\underline{f}} = 0$$

$$(20) \quad \bar{\underline{B}}\bar{\underline{p}} + \bar{\underline{S}}\bar{\underline{p}} + \bar{\underline{Q}}^T\bar{\underline{u}} + \bar{\underline{f}} = 0$$

où

$$\bar{\underline{K}} = \int_{\Omega} \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} d\Omega$$

= matrice de rigidité obtenue par l'intégration de la relation incrémentale (16).

#### Comportement Non Drainé

De même, le comportement non drainé des équations (6a) et (7) peut être discréteisé pour obtenir la relation algébrique monophasique:

$$(21) \quad \int_{\Omega} \underline{B}^T \underline{g} d\Omega + \bar{\underline{M}}\bar{\underline{u}} + \bar{\underline{C}}\dot{\bar{\underline{u}}} + \bar{\underline{f}} = 0$$

avec

$$(22) \quad \underline{d}\sigma = \bar{\underline{D}} \bar{\underline{B}} \bar{\underline{d}\bar{u}} - \bar{\underline{D}} \underline{d}\varepsilon^0$$

Pour le problème linéaire, l'équation (21) peut être réécrite ainsi:

$$(23) \quad \bar{\underline{M}}\bar{\underline{u}} + \bar{\underline{C}}\dot{\bar{\underline{u}}} + \bar{\underline{K}}\bar{\underline{u}} + \bar{\underline{f}} = 0$$

This equation is supplemented by the equations (3) and (4) relating the effective stress changes to the displacement increments, i.e.

$$(16) \quad \underline{\underline{d}\sigma}' = \underline{\underline{D}} (\underline{\underline{B}} \underline{\underline{d}\bar{u}} - \underline{\underline{d}\sigma}^0 + \underline{\underline{m}} \underline{\underline{N}} \underline{\underline{d}\bar{p}} / (3K_s) )$$

Finally, the discretized system is completed by the Galerkin form of the continuity relation (6), i.e.

$$(17) \quad \underline{\underline{H}\bar{p}} + \underline{\underline{S}\bar{q}} + \underline{\underline{Q}^T\bar{u}} + \underline{\underline{\bar{f}}} = 0$$

In the above equations, the matrices involved are:

$$(18) \quad \begin{aligned} \underline{\underline{B}} &= \underline{\underline{LN}} \\ \underline{\underline{M}} &= \int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T \rho \underline{\underline{N}} d\Omega \\ \underline{\underline{Q}} &= \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{m}} \underline{\underline{N}} d\Omega \\ \underline{\underline{f}} &= - \int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T \rho \underline{\underline{g}} d\Omega - \int_{\Omega} \underline{\underline{N}} \underline{\underline{\bar{t}}} d\Omega \end{aligned}$$

where  $\underline{\underline{\bar{t}}}$  are prescribed tractions on the boundary, and

$$\underline{\underline{H}} = \int_{\Omega} (\underline{\underline{Q}} \underline{\underline{N}})^T \underline{\underline{k}} \underline{\underline{N}} d\Omega$$

$$\underline{\underline{S}} = \int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{n}} / K_f \underline{\underline{N}} d\Omega$$

$$\underline{\underline{\bar{f}}} = \int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{V}} \underline{\underline{k}} \underline{\underline{V}} (\rho_f h) d\Omega + \int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{q}} d\Omega$$

where  $\underline{\underline{\bar{q}}}$  are specified boundary flows.

In linear situations the discretized equation system reduces to the more familiar form

$$(19) \quad \underline{\underline{M}\bar{u}} + \underline{\underline{C}\bar{u}} + \underline{\underline{K}\bar{u}} - \underline{\underline{Q}\bar{p}} + \underline{\underline{f}} = 0$$

$$(20) \quad \underline{\underline{H}\bar{p}} + \underline{\underline{S}\bar{q}} + \underline{\underline{Q}^T\bar{u}} + \underline{\underline{\bar{f}}} = 0$$

$$\text{where } \underline{\underline{k}} = \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} d\Omega$$

is the stiffness matrix obtained by integrating the incremental relation Eq. (16).

#### Undrained Behaviour

In a similar manner the undrained behaviour of Eq. (6a) and (7) can be discretized now giving the single 'phase' algebraic equation

$$(21) \quad \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} d\Omega + \underline{\underline{M}\bar{u}} + \underline{\underline{C}\bar{u}} + \underline{\underline{f}} = 0$$

with

$$(22) \quad \underline{\underline{d}\sigma} = \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} \underline{\underline{d}\bar{u}} - \underline{\underline{D}} \underline{\underline{d}\sigma}^0$$

Once again in linear situations, Eq. (21) can be rewritten as:

$$(23) \quad \underline{\underline{M}\bar{u}} + \underline{\underline{C}\bar{u}} + \underline{\underline{K}\bar{u}} + \underline{\underline{f}} = 0$$

où la matrice de rigidité  $\underline{K}$  correspond maintenant au comportement non drainé.

Dans les exemples d'applications, nous utiliserons souvent la forme "non drainé" des équations pour le calcul sismique des barrages en béton et des digues en terre les moins perméables. Cependant, lorsqu'une digue en terre présente une perméabilité importante, il est généralement nécessaire de chercher une solution complète du problème en exprimant le couplage des deux phases. Par ailleurs, pour les barrages en béton, il semble qu'il sera nécessaire à l'avenir de procéder de la même façon lorsque la fissuration provoquée par un séisme est importante, mais cette possibilité mérite une étude plus complète.

### 1.3. AMORTISSEMENT INTERNE

En principe, l'utilisation d'une loi de comportement qui englobe les caractéristiques de viscosité et d'hystérésis du matériau devrait rendre caduque l'établissement artificiel d'une matrice d'amortissement  $\underline{\zeta}$  dans les équations (15, 19, 21 et 23), nécessaire pour tenir compte des dissipations d'énergie. Mais, dans la pratique, il est très difficile de définir une loi de comportement si parfaite et, ainsi, on doit avoir recours à cette matrice. En outre, dans le calcul des barrages, certaines pertes d'énergie dépendent toujours des conditions de rayonnement aux limites; ce facteur est précisé dans le paragraphe 1.4.6. Dans l'immédiat, on peut écrire:

$$\underline{\zeta} = \underline{\zeta}^I + \underline{\zeta}^R$$

où  $\underline{\zeta}^R$  est l'amortissement par rayonnement (voir plus loin).

La matrice d'amortissement interne  $\underline{\zeta}^I$  correspond au mécanisme de perte d'énergie dans un ouvrage soumis à des déformations qui ne dépassent pas la limite élastique du matériau. Généralement, les calculs linéaires de réponse sismique d'un barrage sont faits dans la base des modes, et sans couplage entre les modes; il n'est donc pas nécessaire de définir une matrice explicite d'amortissement interne. Il suffit de définir un amortissement modal  $\xi_n$  pour chaque mode considéré.

Si les déformations dépassent le domaine linéaire, cette technique de superposition modale n'est plus valable; on procède à un calcul pas à pas dans la base des coordonnées des éléments. Dans ce cas, il faut exprimer les effets de l'amortissement interne par une matrice explicite d'amortissement  $\underline{\zeta}^I$ , en superposant un amortissement de Rayleigh (Réf. [12]) pour obtenir des valeurs raisonnables des coefficients d'amortissement, c'est-à-dire:

$$(24) \quad \underline{\zeta}^I = \alpha \underline{M} + \beta \underline{K}$$

où  $M$  et  $K$  sont, respectivement, les matrices de masse et de raideur de l'ouvrage, et  $\alpha$  et  $\beta$  sont des coefficients dimensionnels. Les valeurs de ces coefficients pour le calcul des barrages peuvent être calculées ainsi (voir Réf. [12]):

where the stiffness matrix  $\mathbf{K}$  is now based on undrained properties.

In subsequent applications we shall frequently use the undrained form of equations for earthquake analysis in concrete dams and in the less permeable earth dams. However, when permeability is appreciable in earth dams, a full coupled solution generally is necessary. Also in concrete dams it appears that similar procedures should be used in the future when cracking during an earthquake is extensive but this possibility has not yet been fully explored.

### 1.3. INTERNAL DAMPING

In principle, the use of a constitutive relation fully representing the viscous and hysteretic properties of the material should make unnecessary the use of an artificially defined damping matrix  $\mathbf{C}$  in Eqs. (15, 19, 21 and 23) for the purpose of representing material energy losses. In practice, it is very difficult to define such an ideal constitutive law and the damping matrix concept generally has to be adopted. In addition, in the analysis of dams, a part of the energy loss mechanism always is due to radiation boundary conditions; we shall discuss this component in Section 1.4.6. For the present, we can write

$$\underline{\mathbf{C}} = \underline{\mathbf{C}}^I + \underline{\mathbf{C}}^R$$

where  $\underline{\mathbf{C}}^R$  will be defined later as representing the radiation damping.

The internal damping matrix  $\underline{\mathbf{C}}^I$  is intended to represent the material energy loss mechanism of a structure subjected to deformations that are within the linear elastic range of material performance. Linear response analyses of dams generally are carried out using the uncoupled modal coordinates and it is not necessary to define an explicit internal damping matrix to perform such analyses. Instead an appropriate modal damping ratio  $\xi_n$  is assumed for each mode considered in the analysis.

If the structural response exceeds the linear performance range, then the mode superposition procedure is not applicable and the analysis generally is performed in terms of the finite element coordinates by step-by-step computation. In this case, it is necessary to express the internal damping effects by an explicit damping matrix  $\underline{\mathbf{C}}^I$ , and reasonable values of the damping matrix coefficients generally are derived by assuming the damping to be of the Rayleigh form (see Ref. [12]), i.e.

$$(24) \quad \underline{\mathbf{C}}^I = \alpha \underline{\mathbf{M}} + \beta \underline{\mathbf{K}}$$

where  $\mathbf{M}$  and  $\mathbf{K}$  are the mass and stiffness matrices of the structure respectively, and  $\alpha$  and  $\beta$  are dimensional coefficients. As indicated in Reference [12] appropriate values of these coefficients for use in analysis of dams may be derived from the following equation

(25)

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \frac{2 \xi}{\omega_1 + \omega_n} \begin{bmatrix} \omega_1 \omega_n \\ 1 \end{bmatrix}$$

où  $\xi$  = amortissement modal, dans l'hypothèse que celui-ci est représentatif du mécanisme de perte d'énergie dans le domaine linéaire,

$\omega_1$  = fréquence du premier mode,

$\omega_n$  = fréquence d'un mode supérieur jugé significatif dans le mécanisme de réponse.

A l'aide de ces coefficients et de la matrice de raideur tangente initiale  $K$  dans l'équation (24), ainsi que de la matrice de masse du barragé, on obtient une matrice d'amortissement représentative des pertes d'énergie par viscosité dans tous les domaines de réponse du barrage (linéaire et non linéaire). Les autres pertes d'énergie, par hystérésis, sont prises en compte directement dans les variations des coefficients de la matrice de raideur au cours du calcul pas à pas.

## 1.4. DÉFINITION DE LA SOLlicitation SISMIQUE

### 1.4.1. Généralités

La formulation de la sollicitation sismique mérite une attention particulière dans le calcul dynamique des barrages, compte tenu des grandes dimensions du domaine qui participe à la réponse. Dans le calcul d'ouvrages relativement petits (bâtiments, réservoirs, ...), on suppose habituellement que la base de la structure est rigide, les mouvements sismiques étant représentés par des translations de ce bloc rigide en trois directions orthogonales. Mais cette hypothèse d'une base rigide n'est pas valable pour un barrage, puisque les mouvements de la fondation se propagent sous forme d'ondes et qu'ainsi les déplacements sont variables à l'intérieur de cette fondation. De plus, compte tenu de la masse et de la raideur du barrage, sa réponse dynamique provoque une interaction avec sa fondation; ainsi les mouvements au droit du contact (et dans l'ensemble de la fondation) sont différents de ceux qui se produiraient dans le cas d'un champ libre, sans le barrage.

Dans le cas d'un grand ouvrage massif tel qu'un barrage, il est indispensable que le modèle mathématique prenne en compte une région assez étendue de la fondation. La tranche utilisée pour le calcul bi-dimensionnel d'une digue et d'un barrage-poids est donnée à titre d'exemple (Fig. 1.3a et 1.3b). Un volume correspondant du rocher de fondation serait inclus dans un modèle tri-dimensionnel du type utilisé pour le calcul d'un barrage en vallée étroite.

Il existe deux méthodes de définition du séisme à utiliser dans ces modèles:

- mouvements appliqués aux limites du bloc de fondation,
- mouvements à la surface. Ces mouvements de champ libre correspondent aux déplacements qui se seraient produits aux noeuds de contact avec le barrage, si le barrage n'existe pas.

(25)

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \frac{2 \xi}{\omega_1 + \omega_n} \begin{bmatrix} \omega_1 \omega_n \\ 1 \end{bmatrix}$$

where  $\xi$  is a modal damping ratio assumed to represent the energy loss mechanism in the linear elastic range of response,  $\omega_1$  is the first mode vibration frequency and  $\omega_n$  is the vibration frequency of one of the higher modes considered to be significant in the dynamic response.

Using these coefficients and the initial tangent stiffness matrix  $K$  in Eq. (24), together with the mass matrix for the dam, provides a damping matrix that is suitable for representing **viscous** energy losses through the entire response range of the dam (linear and non-linear). Additional hysteretic energy losses will be accounted for directly by the changing values of the stiffness matrix coefficients during the step-by-step computation.

## 1.4. DEFINITION OF SEISMIC INPUT

### 1.4.1. General Comments

The formulation of the seismic input mechanism must be given special attention in the dynamic response analysis of dams because of the large size of the region that participates in the response. In the seismic analysis of relatively small structures, such as buildings or tanks, it is customary to assume that the base of the structure is rigid and to express the earthquake motions as three orthogonal translation components of this rigid block. This rigid base assumption is not appropriate for a dam, however, because the wave propagation nature of the ground motions requires that the displacement vary within the foundation region. Moreover, because of the great mass and stiffness of the dam, its dynamic response will induce interaction with the foundation; thus the motions of the interface surface (as well as the rest of the foundation) differ from the 'free-field' earthquake motions that would exist without the structure.

In order to formulate correctly the earthquake response analysis for a large, massive structure such as a dam, it is necessary to include a significant amount of the foundation material in the mathematical model. Fig. 1.3a and 1.3b show a typical foundation block that might be considered in a two-dimensional analysis of an embankment and of a gravity dam. A corresponding volume of foundation rock would be included in a three-dimensional model such as would be used to analyse the behaviour of a dam in a narrow canyon.

Either of two different approaches generally are used to specify the seismic input to such interaction models: it may be defined as motions applied at the boundaries of the foundation block, or it may be prescribed as 'free-field' motions of the interface between dam and foundation. These 'free-field' motions are the displacements that would have occurred at the nodes of the foundation block in contact with the dam if the dam were not present.

Dans les deux cas, il est nécessaire de s'assurer que les vibrations produites par cette interaction avec le barrage ne sont pas réfléchies vers le barrage par des conditions artificielles aux limites du bloc de fondation. Dans le calcul bi-dimensionnel d'un barrage-poids en béton (voir Fig. 1.3b) ou le calcul tri-dimensionnel d'un barrage-poids ou voûte, la façon la plus simple d'éviter ces réflexions est de supposer que la masse de la tranche de rocher est nulle. Dans ce cas, ce 'bac de sol' est assimilable, pour le calcul des interactions, à un ensemble de ressorts; étant privée de masse, la fondation ne produit pas d'ondes par lesquelles l'énergie serait transmise loin du barrage. De plus, les mouvements sismiques appliqués aux limites du bac de sol sont transmis directement au barrage, sans être modifiés par un mécanisme de propagation dans le rocher; pour cette raison, il est conseillé d'utiliser comme conditions aux limites les mouvements de champ libre mesurés à la surface. Ainsi, on évite une grande difficulté de la première technique ci-dessus (mouvements appliqués aux limites) et, pour cette raison, la technique de la fondation sans masse est très utilisée.

Néanmoins, si l'on tient compte de la masse du bloc de fondation et si les limites de ce bloc sont placées à une distance finie du barrage (c'est le cas dans Fig. 1.3), il pourrait être nécessaire d'introduire des éléments spéciaux aux limites pour modéliser les pertes d'énergie par rayonnement (voir plus loin). Mais avant, il faut examiner deux aspects importants dans la formulation du problème:

- Définition de l'état de contrainte initial avant le séisme; cet état est généralement un facteur important dans le calcul des réponses non linéaires.
- Choix des variables principales de la réponse dynamique: déplacements absolu ou déplacements relatifs.

Ces deux aspects sont précisés dans les deux paragraphes qui suivent.

#### 1.4.2. Conditions Initiales

Afin d'établir les conditions initiales de contrainte effective  $\sigma'$  et de pression  $p$ , il faut un calcul statique préliminaire sans séisme. La technique utilisée a été précisée dans le rapport précédent et nous ne reprenons ici que les étapes du calcul (Fig. 1.4). Dans la Fig. 1.4a, à l'aide des données géologiques, on établit un système de contraintes initiales  $\sigma'_0(1)$  et de pressions interstitielles  $p_0(1)$  avant la réalisation du barrage. Il y a équilibre avec les forces de gravité  $g$  dans la fondation. On passe ensuite au calcul statique (Fig. 1.4b) pour déterminer le champ de déplacement supplémentaire  $\Delta u$  provoqué par la construction du barrage. Dans ce calcul,  $\sigma'_0(1)$  et  $p_0(1)$  correspondent aux conditions initiales et l'on tient compte partout de la pesanteur.

Pour le cas de la solution à long terme, on suppose généralement un comportement drainé; dans ce cas,  $p$  est calculé par la résolution indépendante des équations de percolation,  $\sigma'$  étant résolu pour le cas drainé, linéaire ou non linéaire. Pour des durées moins longues, on peut utiliser les équations du comportement non drainé (consolidation transitoire). Le choix d'une de ces conditions initiales comme point de départ pour le calcul dynamique est très intéressant dans le cas des barrages en terre qui peuvent être plus sensibles à un séisme intervenant peu de temps après l'achèvement, que plus tard lorsque la digue s'est bien consolidée.

For either type of input procedure it is necessary to ensure that the interaction vibratory energy developed in the foundation block is not reflected back into the structure by artificial boundary assumptions. In the analysis of a concrete gravity dam, such as is modelled in two dimensions in Fig. 1.3b, or in a 3-D analysis of a concrete arch or gravity dam, the simplest procedure for avoiding reflection of radiation energy back into the foundation model is to assume that the foundation rock is massless. In this case, it functions simply as a spring system in the interaction mechanism; without mass the rock does not develop vibration waves to transmit the energy away from the dam. Moreover, because the earthquake motions introduced at the boundaries of the foundation block are transferred directly to the dam and not modified by wave propagation mechanisms in the rock, it is appropriate to introduce earthquake motions measured at the free field surface as the boundary input. In this way, the massless foundation model avoids one of the major difficulties inherent in the boundary input approach, and has been used extensively in practice for that reason.

If the mass of the foundation rock is considered in the mathematical model, and if the boundaries of the foundation block are at finite distances from the dam (as in Fig. 1.3) it may be necessary to introduce special energy radiating boundary elements to effectively model the radiation energy loss, as is described in a subsequent section. First, however, two important aspects of the dynamic response formulation must be considered: (1) definition of the initial stress state existing prior to the earthquake, which generally will be an important factor in treatment of non-linear material response, and (2) the choice between total and relative displacements as the variable for expressing the dynamic response.

These topics are discussed in the following two sections.

#### 1.4.2. Initial Conditions

To establish the initial conditions of effective stress  $\sigma'$  and pressure  $p$  requires making a preliminary static analysis of the system prior to the occurrence of the earthquake. The manner of doing this was discussed in some detail in the previous report, but we recall here the steps of the analysis in Fig. 1.4. Thus, in Fig. 1.4a, we establish with the aid of geological information a system of initial stresses  $\sigma_0^{(1)}$  and pore pressures  $p_0^{(1)}$  existing prior to the construction. These are in balance with gravity forces  $g$  applied within the foundation. From here follows the main static analysis illustrated in Fig. 1.4b where the additional displacement field  $\Delta u_s$  resulting from imposition of the structure is determined. In this analysis  $\sigma_0^{(1)}$  and  $p_0^{(1)}$  are used as initial conditions and gravity is applied throughout.

If the long term solution is sought, drained behaviour is generally specified and  $p$  is determined by an independent solution of the seepage flow, with  $\sigma'$  following a linear or non-linear drained computation. Alternatively, undrained behaviour (or transient consolidation) can be solved to represent intermediate time solutions. Which of these will be used as a starting point in the subsequent dynamic computations is of considerable interest in earth dams where a shock applied early after construction may have more serious effects than one applied to a well-consolidated earth dam.

Avec les techniques modernes de consolidation, on peut s'attendre à une légère différence entre les deux conditions.

#### 1.4.3. Déplacements Absolus ou Déplacements Relatifs - Conditions aux Limites pour le Calcul Non Linéaire

La généralisation du calcul non linéaire de réponse sismique est déduite directement du système d'équations dynamiques (15 à 17). Dans ce cas, le séisme est représenté par les déplacements, fonction du temps, d'un ensemble donné de degrés de liberté aux limites du modèle,  $\bar{u}_B(t)$ , avec les vitesses  $\dot{\bar{v}}_B(t)$  et les accélérations  $\ddot{\bar{v}}_B(t)$  correspondantes. Les relations d'équilibre de ces degrés de liberté aux limites peuvent ne pas être exprimées puisque des efforts externes nécessaires pour entretenir les mouvements imposés sont développés. Pour les degrés de liberté qui ne sont pas situés aux limites, le séisme est représenté simplement par des forces de couplage déduites des mouvements donnés aux limites; en effet, à ces emplacements, il n'y a pas de phénomènes dynamiques qui pourraient provoquer directement les forces des équations 15 et 17. Le calcul de la réponse de ces degrés de liberté internes est effectué par la méthode habituelle des éléments finis en cas de déplacements imposés aux noeuds.

Lorsque le séisme est ainsi représenté, le choix du type de mouvement à appliquer aux noeuds périphériques n'est pas limité. Par exemple, pour chaque noeud limite, on peut fixer sa propre évolution des déplacements en fonction du temps; ceci permet de simuler la propagation des ondes sismiques à travers la fondation. Bien sûr, il faut également imposer l'évolution de la vitesse et de l'accélération pour chaque degré de liberté aux limites; pour cette raison, la définition de conditions aux limites simulant la propagation des ondes sismiques peut être une lourde tâche. Mais cette formulation est valable même pour un comportement non linéaire, puisque la réponse est exprimée en fonction des déplacements **absolus**, comme le sont les termes mécaniques non linéaires incorporés de l'équation (15).

Dans le cas particulier où les déplacements des noeuds périphériques expriment un mouvement de corps rigide, on peut simplifier considérablement le calcul en écrivant la réponse en termes de déplacements **relatifs** au lieu de déplacements absolu. Dans ce cas, les déplacements absolu correspondent à la somme des déplacements relatifs  $\bar{u}_R$  et des mouvements de corps rigide du système  $\bar{u}_B$ , induits par les déplacements imposés aux limites; on écrit:

$$(26) \quad \bar{u} = \bar{u}_R + \bar{u}_B$$

dans laquelle  $\bar{u}_R$  est non nul seulement pour les degrés de liberté internes. Généralement, ces mouvements de corps rigide peuvent comprendre des translations et des rotations sur trois axes orthogonaux. En notant  $\bar{v}$  le vecteur de ces six composantes, on peut écrire les mouvements aux noeuds ainsi:

$$(27) \quad \bar{u}_B = \bar{r} \bar{v}$$

pour laquelle chaque colonne de la matrice des coefficients d'influence  $r$  correspond au vecteur des déplacements des noeuds provoqués par une valeur unitaire du mouvement imposé correspondant.

On peut écrire les équations 15 et 17 en termes de mouvements relatifs et de mouvements de corps rigide (équation 26), mais on doit noter que ces derniers n'induisent pas de déformations, et donc pas

With modern consolidation techniques applied little difference between the two conditions can be expected.

#### 1.4.3. Analysis in Terms of Total or Relative Displacements - Boundary Input for Non-Linear Response

The general case of non-linear earthquake response analysis may be formulated directly from the dynamic system equations, Eqs. 15-17. In this case the seismic input is prescribed by specifying the time-varying displacements of a selected set of degrees of freedom at the system boundary,  $\bar{u}_b(t)$ , together with their corresponding velocities  $\dot{\bar{u}}_b(t)$  and accelerations  $\ddot{\bar{u}}_b(t)$ . Then the equilibrium equations for these boundary degrees of freedom may be omitted because tractions are developed as required at these nodes in order to maintain their specified motions. The seismic input in the non-boundary degrees of freedom consists merely of coupling forces associated with the specified boundary motions; there are no dynamic actions in these degrees of freedom to directly induce the forces  $f$  of Eqs. 15 and 17. The analysis of the response in these non-boundary degrees of freedom follows the usual finite element procedure for dealing with specified nodal displacements.

When the seismic input is defined in this way, there is no limitation on the type of motions that may be imposed at boundary nodes. For example, a different history of motion may be specified for each boundary node; thus arbitrary wave-like motions may be defined to represent the earthquake waves travelling through the foundation rock. Of course, the corresponding velocity and acceleration histories must be specified for each selected boundary degree of freedom; thus the definition of a wave-motion seismic input in this way may be a major task. It should be noted, however, that this formulation is valid for the case of non-linear material behaviour because the response as expressed in terms of **total** displacements, as is the non-linear structural resistance mechanisms incorporated in Eq. (15).

In the special case where the prescribed input displacements express rigid body motions of the boundary nodes, the analysis may be greatly simplified by expressing the response in terms of **relative** rather than total displacements. In this case the total displacements are defined as the sum of the relative displacement  $\bar{u}_R$  and the rigid body motions of the system  $\bar{u}_B$  induced by the prescribed boundary displacements; that is

$$(26) \quad \bar{u} = \bar{u}_R + \bar{u}_B$$

in which  $\bar{u}_R$  is non zero only for the non-boundary degrees of freedom. In general, the rigid body motions may include translations along and rotations about three orthogonal axes. Denoting the vector of these six rigid body motion components by  $\bar{x}$ , the resulting rigid body motions of the system nodes may be expressed as:

$$(27) \quad \bar{u}_B = \bar{r} \bar{x}$$

where each column of the influence coefficient matrix  $r$  is the vector of displacements of the system nodes due to a unit value of the corresponding rigid body input component.

Now Eqs. 15 and 17 may be written in terms of the relative and rigid body motions (Eq. 26), but it must be noted that the rigid body motions induce no strains and therefore they produce no struc-

de contraintes supplémentaires; en outre, dans la plupart des cas, on peut supprimer les termes d'amortissement de corps rigide. Il apparaît donc que si on remplace, dans les équations 15 et 17, les déplacements absolus  $\bar{u}$  par  $\bar{u}_R + \bar{u}_B$ , la sollicitation sismique dans ces deux équations est exprimée par les termes d'inertie de corps rigide  $M \ddot{\bar{u}}_B = M \ddot{f} \bar{v}$ .

Seules les relations d'équilibre liées aux degrés de liberté internes sont à inclure dans ces équations (voir ci-dessus). Il est évident que cette formulation en termes de mouvements relatifs est valable pour le calcul non linéaire puisque les mouvements de corps rigide n'influencent pas le mécanisme de comportement non linéaire. Il est également apparent que la formulation en termes des seules accélérations de corps rigide  $\bar{v}$  est beaucoup plus simple que l'élaboration de conditions aux limites en déplacements, vitesses, et accélérations. C'est là le grand avantage de l'utilisation de la formulation en déplacements relatifs.

#### Conditions aux Limites en Cas de Réponse Linéaire

Dans le cas d'un calcul sismique linéaire, il est encore plus avantageux d'utiliser les déplacements relatifs, car le principe de superposition s'applique. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire de restreindre les conditions aux limites à des mouvements de corps rigide. On peut imposer aux limites des déplacements arbitraires, tels que les mouvements de propagation dans la fondation. Dans ce cas, le mouvement absolu du système est exprimé usuellement comme la somme du mouvement 'pseudo-statique' induit par les déplacements imposés aux limites et du mouvement 'dynamique' lié aux mouvements des supports 'fixes', c'est-à-dire:

$$(28) \quad \bar{u} = \bar{u}_R + \bar{u}_S$$

Dans le calcul dynamique linéaire, en négligeant l'effet de couplage avec les pressions interstitielles, la réponse est donnée par l'équation 23:

$$(23) \quad M \ddot{\bar{u}} + C \dot{\bar{u}} + K \bar{u} + f = 0$$

où  $\bar{u}$  correspond aux déplacements absous des noeuds internes et  $f$  correspond, dans ce cas, à la force d'excitation produite par couplage par les mouvements imposés aux supports  $\bar{u}_b$ :

$$(29) \quad f = M_b \ddot{\bar{u}}_b + C_b \dot{\bar{u}}_b + K_b \bar{u}_b$$

où  $M_b$ ,  $C_b$ , et  $K_b$  sont les matrices de couplage correspondant aux forces appliquées aux noeuds internes, produites par les mouvements imposés aux noeuds périphériques. Il est à noter encore une fois que l'excitation, dans cette formulation par déplacements absous, exige que les déplacements, vitesses et accélérations aux noeuds périphériques soient tous imposés.

Une simplification supplémentaire résulte de la formulation basée sur la somme des déplacements relatifs et pseudo-statiques (Eq. 28). Le résultat de cette substitution peut s'écrire:

$$(30) \quad M \ddot{\bar{u}}_R + C \dot{\bar{u}}_R + K \bar{u}_R = -f - M \ddot{\bar{u}}_S - C \dot{\bar{u}}_S - K \bar{u}_S$$

Or, on peut évaluer les déplacements pseudo-statiques par un calcul statique fait avec des déplacements imposés aux limites:

$$(31) \quad K \bar{u}_S + K_b \bar{u}_b = 0$$

tural resistance terms; also in most cases it may be assumed that rigid body damping terms vanish similarly. On this basis, it is apparent that if the total motions  $\bar{u}$  in Eqs. 15 and 17 are replaced throughout by the  $\bar{u}_R + \bar{u}_B$ , the seismic excitation in the two equations is expressed by the rigid body inertia force terms  $M \ddot{u}_B = M \bar{x} \ddot{v}$ .

As noted above, only the equilibrium associated with non-boundary degrees of freedom need to be included in these equations. It is evident that this formulation in terms of relative motions is applicable to non-linear response analysis because the rigid body motions have no effect on the non-linear resistance mechanism. Also, it is apparent that this formulation in terms only of the rigid body accelerations  $\ddot{v}$  is much simpler than dealing with the boundary displacements, velocities and accelerations; this is the main advantage of the relative displacement formulation.

#### Boundary Input for Linear Response

Even greater advantage results from the use of relative displacements in the formulation of linear seismic response analyses because the principle of superposition may be applied. In this case, there is no need to limit the prescribed boundary input to rigid body motions. Arbitrary displacements may be specified at the boundaries, including wave motions in the foundation rock, if desired; the total motion of the system then usually is expressed as the sum of the 'pseudo-static' motion due to the prescribed boundary displacements plus the 'dynamic' motion related to the fixed support points, i.e.

$$(28) \quad \bar{u} = \bar{u}_R + \bar{u}_S$$

In linear dynamic response analyses, if we neglect the effect of pore pressure coupling, the response is expressed by Eq. 23.

$$(23) \quad M \ddot{\bar{u}} + C \dot{\bar{u}} + K \bar{u} + f = 0$$

where  $\bar{u}$  expresses the total displacements of nodes not on the input boundary and  $f$  here represents the exciting force generated as coupling effects from the prescribed support motions  $\bar{u}_b$ :

$$(29) \quad f = M_b \ddot{\bar{u}}_b + C_b \dot{\bar{u}}_b + K_b \bar{u}_b$$

in which  $M_b$ ,  $C_b$ , and  $K_b$  are coupling matrices expressing forces at the non-boundary nodes due to the prescribed boundary mode motions. It will be noted again that the excitation for this total displacement formulation requires prescription of the displacement, velocity and acceleration of the boundary modes.

However, the formulation introducing the relative plus pseudo-static displacements as given by Eq. 28 leads to greater simplification. The results of this substitution may be expressed as:

$$(30) \quad M \ddot{\bar{u}}_R + C \dot{\bar{u}}_R + K \bar{u}_R = -f - M \ddot{\bar{u}}_S - C \dot{\bar{u}}_S - K \bar{u}_S$$

Now the pseudo-static displacements may be evaluated by static analysis of the system with prescribed boundary displacements

$$(31) \quad K \bar{u}_S + K_b \bar{u}_b = 0$$

ce qui donne:

$$(32) \quad \bar{\ddot{u}}_s = -\bar{k}^{-1} \bar{k}_b \bar{\ddot{u}}_b = \bar{r} \bar{\ddot{u}}_b$$

Comme dans l'équation (27),  $\bar{r}$  est une matrice des coefficients d'influence qui exprime les déplacements des noeuds provoqués par les déplacements unitaires aux limites, mais, dans ce cas, on ne fait pas l'hypothèse d'une fondation rigide.

En introduisant les termes des équations 29 et 32 dans l'équation 30, et en tenant compte de la condition d'équilibre statique dans l'équation 31, on aboutit à une équation de réponse sismique en termes de déplacements relatifs:

$$(33) \quad \bar{M} \ddot{\bar{u}}_R + \bar{C} \dot{\bar{u}}_R + \bar{k} \bar{\ddot{u}}_R = \bar{f}_{eq}$$

où la sollicitation sismique effective est:

$$(34) \quad \bar{f}_{eq} = -[\bar{M} \bar{r} + \bar{M}_b] \bar{\ddot{u}}_b - [\bar{C} \bar{r} + \bar{C}_b] \dot{\bar{u}}_b$$

Le deuxième terme dans cette expression correspond à l'amortissement de la sollicitation sismique. Ce terme disparaît si l'amortissement est proportionnel à la raideur et, dans les conditions pratiques, son effet est négligeable. Ainsi, cette formulation en termes de déplacements relatifs fait intervenir seulement l'histoire des accélérations des supports  $\bar{u}_b$ .

La réponse dynamique donnée par l'équation 33 correspond au mouvement de l'ensemble par rapport aux supports fixes; bien sûr, le mouvement total est obtenu en superposant ce mouvement avec les mouvements pseudo-statiques provoqués par les déplacements des supports (équation 26). Généralement, dans ce type de calcul linéaire, il est avantageux d'exprimer les mouvements relatifs par rapport aux coordonnées modales. Autrement dit, les modes de vibration sont calculés pour un ensemble ayant des supports fixes et, ensuite, l'équation de mouvement (l'équation 33) est écrite dans la base des coordonnées modales. D'habitude un nombre de modes relativement petit permet une bonne précision dans le calcul de la réponse dynamique d'un barrage avec sa fondation comportant des centaines de degrés de liberté et, pour cette raison, ce calcul de superposition modale se trouve bien moins onéreux.

#### Sollicitation de Champ Libre dans le Cas du Calcul Linéaire

Pour les deux approches ci-dessus, la difficulté essentielle est liée à la nécessité de définir des mouvements sismiques aux limites du bloc de fondation supportant le barrage. Si l'on n'utilise pas la notion de la fondation sans masse, il est nécessaire de déterminer les caractéristiques des ondes sismiques en profondeur, dans la fondation, mais les informations disponibles ressortent généralement de mesures faites par des sismographes placés à la surface. Souvent, ces mouvements superficiels sont tout simplement appliqués à la limite inférieure de la fondation, mais il est bien connu que les ondes de surface diffèrent de façon appréciable des mouvements en profondeur. En effet, il y a une amplification notable provoquée par la réflexion des ondes à la surface du terrain. Il est donc trop pessimiste de supposer que ces mouvements s'appliquent également en profondeur. Une approche raisonnable qui pourrait éviter cette difficulté est de procéder à un calcul préliminaire du bloc de fondation seul, afin de définir les mouvements en profondeur (par exemple,  $\ddot{v}_g(t)$  dans la Fig. 1.3) qui auraient produit, en condition de champ libre, les mouvements de surface mesurés. Le résultat de cette 'déconvolution', opérée dans le domaine des fré-

from which:

$$(32) \quad \bar{u}_s = -K_b^{-1} K_b \bar{u}_b = \bar{r} \bar{u}_b$$

Here, as in Eq. 27,  $\bar{r}$  is an influence coefficient matrix expressing displacements of the system nodes due to unit boundary displacements, but here the foundation block is not assumed to be rigid.

Substituting from Eqs. 29 and 32 into Eq. 30, and taking note of the static equilibrium condition of Eq. 31 leads to the relative displacement form of the seismic response equation

$$(33) \quad M \ddot{\bar{u}}_R + C \dot{\bar{u}}_R + K \bar{u}_R = f_{eq}$$

where the effective earthquake excitation is given by

$$(34) \quad f_{eq} = -[M \bar{r} + M_b] \ddot{\bar{u}}_b - [C \bar{r} + C_b] \dot{\bar{u}}_b$$

The second term in this expression is the damping contribution to the seismic excitation. This vanishes in the case of stiffness proportional damping and has negligible effect for any practical type of damping. Thus, in practice, the relative displacement formulation again involves only the acceleration history of the support points  $\ddot{u}_b$ .

The dynamic response determined by Eq. 33 represents the motion of the system relative to fixed support points; of course, the total motion is obtained by combining this with the pseudostatic motions produced by the support displacements, as indicated by Eq. 26. In general, in this linear response analysis, it is advantageous to express the relative motions in terms of modal coordinates. In other words, the vibration mode shapes are calculated for the systems with fixed support points, and the equation of motion (Eq. 33) is transformed to these modal coordinates. Usually a relatively small number of modal coordinates will provide an adequate description of the dynamic response of a dam-foundation system having hundreds of degrees of freedom, so the computational cost will be greatly reduced by such a mode-superposition analysis.

#### Free-Field Input for Linear Response

The principal difficulty imposed by both of the boundary input formulations described above is that the earthquake motions must be defined at the boundary of the foundation block which is assumed to support the dam. Thus, unless the massless foundation concept is adopted as mentioned above, it is necessary to establish the characteristics of the earthquake waves at depth within the foundation rock, whereas available information about earthquake motions generally has been recorded by seismometers located at the surface of the ground. Frequently, it is assumed that these surface motions applied as input to the boundaries of the foundation block, but it is well known that surface earthquake waves are significantly different from the motions at depth. Usually the waves are considerably amplified by reflections at the surface, so to apply these notions at depth is excessively conservative. One rational procedure that may avoid this difficulty is to perform a preliminary analysis of the foundation block alone to determine the motions at depth (e.g.  $\ddot{v}_g(t)$  in Fig. 1.3) that would have produced the measured 'free-field' surface motions. The result of this 'deconvolution analysis', which is performed in the frequency domain, is then

quences, est alors pris comme conditions aux limites du bloc de fondation lorsque le barrage est en place [17]. La description de cette technique de 'déconvolution' sort du cadre du présent rapport.

Une meilleure approche du problème consiste à écrire les équations du mouvement directement en termes du séisme en champ libre, c'est-à-dire en termes de mouvements que subirait l'interface entre le barrage et le bloc de fondation, si le barrage n'était pas encore construit [12, pp. 585-588]. On peut souvent supposer que les mesures sismiques effectuées à la surface d'une formation géologique semblable sont représentatives de ces mouvements de champ libre. On peut déduire des équations 23 et 29 les équations de mouvement en champ libre si les matrices des caractéristiques du système sont décomposées en deux (champ libre et barrage superposé), ainsi:

$$(35) \quad \begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}} &= \hat{\mathbf{M}} + \tilde{\mathbf{M}} \\ \tilde{\mathbf{C}} &= \hat{\mathbf{C}} + \tilde{\mathbf{C}} \\ \tilde{\mathbf{K}} &= \hat{\mathbf{K}} + \tilde{\mathbf{K}} \end{aligned}$$

dans lesquelles les 'tildes' représentent le système en champ libre et l'accent circonflexe le système avec barrage. De même, les mouvements résultants  $\ddot{\mathbf{u}}$  sont décomposés en deux (champ libre:  $\ddot{\mathbf{u}}_F$ , mouvement supplémentaire avec barrage:  $\ddot{\mathbf{u}}_A$ ), ainsi:

$$(36) \quad \ddot{\mathbf{u}} = \ddot{\mathbf{u}}_A + \ddot{\mathbf{u}}_F$$

En effectuant ces substitutions dans l'équation 23, on obtient:

$$(37) \quad [\hat{\mathbf{M}} + \hat{\mathbf{M}}] \{ \ddot{\mathbf{u}}_A + \ddot{\mathbf{u}}_F \} + [\hat{\mathbf{C}} + \hat{\mathbf{C}}] \{ \dot{\mathbf{u}}_A + \dot{\mathbf{u}}_F \} + [\hat{\mathbf{K}} + \hat{\mathbf{K}}] \{ \ddot{\mathbf{u}}_A + \ddot{\mathbf{u}}_F \} = -\ddot{\mathbf{f}}$$

où  $\ddot{\mathbf{f}}$  est donné par l'équation 29. Mais l'équation correspondante s'applique seulement au système en champ libre, ainsi:

$$(38) \quad \hat{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{u}}_F + \hat{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{u}}_F + \hat{\mathbf{K}} \ddot{\mathbf{u}}_F = -\ddot{\mathbf{f}}$$

Le terme de droite reste inchangé, parce que les conditions imposées aux limites du bloc de fondation restent les mêmes et parce que les coefficients de couplage de la fondation sont inchangés. Par conséquent, en éliminant par multiplication le terme de gauche de l'équation 37, et en soustrayant l'équation 38 de l'équation 37, on peut écrire:

$$(39) \quad \hat{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{u}}_A + \hat{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{u}}_A + \hat{\mathbf{K}} \ddot{\mathbf{u}}_A = -\hat{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{u}}_F - \hat{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{u}}_F - \hat{\mathbf{K}} \ddot{\mathbf{u}}_F$$

à l'aide de l'équation 35 pour simplifier le terme de gauche.

L'équation 39 est une équation de mouvement dans laquelle la sollicitation sismique est exprimée en termes de mouvements de champ libre; mais cette forme n'est pas très commode parce qu'elle fait intervenir toutes les fonctions du mouvement de champ libre (déplacements, vitesses, accélérations). Pour simplifier, on peut

used as the input to the boundary of the foundation block supporting the dam [17]. The description of the deconvolution procedure is beyond the scope of the present discussion.

A preferred alternative to the deconvolution analysis is to formulate the equations of motion directly in terms of the 'free-field' input that is, in terms of the motions that would take place at the interface between the foundation block and the dam if the dam were not yet built [12, pp. 585-588]. In many cases, it is reasonable to assume that these free-field motions are well represented by earthquake records obtained at the surface of similar geological formation. The free-field input equations of motion may be derived from Eqs. (23) and (29) if the system property matrices are divided into their free-field and added structure components as follows:

$$(35) \quad \begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}} &= \hat{\mathbf{M}} + \tilde{\mathbf{M}} \\ \tilde{\mathbf{C}} &= \hat{\mathbf{C}} + \tilde{\mathbf{C}} \\ \tilde{\mathbf{K}} &= \hat{\mathbf{K}} + \tilde{\mathbf{K}} \end{aligned}$$

where the 'tilde' symbol represents the original free-field system and the 'hat' denotes the added structure. Correspondingly, the response motions  $\tilde{\mathbf{u}}$  are divided into the free-field component  $\tilde{\mathbf{u}}_F$  and the added motion  $\tilde{\mathbf{u}}_A$  resulting when the structure is added, thus

$$(36) \quad \tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{u}}_A + \tilde{\mathbf{u}}_F$$

Making these substitutions in Eq. (23) gives

$$(37) \quad [\hat{\mathbf{M}} + \hat{\mathbf{K}}] \{ \ddot{\tilde{\mathbf{u}}}_A + \ddot{\tilde{\mathbf{u}}}_F \} + [\hat{\mathbf{C}} + \hat{\mathbf{G}}] \{ \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_A + \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_F \} + [\hat{\mathbf{K}} + \hat{\mathbf{G}}] \{ \tilde{\mathbf{u}}_A + \tilde{\mathbf{u}}_F \} = -\mathbf{f}$$

where  $\mathbf{f}$  is given by Eq. (29). However, the corresponding equation applies for the free-field system alone, as follows:

$$(38) \quad \hat{\mathbf{M}} \ddot{\tilde{\mathbf{u}}}_F + \hat{\mathbf{C}} \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_F + \hat{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{u}}_F = -\mathbf{f}$$

in which the right-hand side is unchanged because the input to the foundation block boundaries is the same and the foundation coupling coefficients are unchanged. Consequently, if the left side of Eq. (37) is multiplied out and Eq. (38) is subtracted from Eq. (37), the final results may be written as

$$(39) \quad \hat{\mathbf{M}} \ddot{\tilde{\mathbf{u}}}_A + \hat{\mathbf{C}} \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_A + \hat{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{u}}_A = -\hat{\mathbf{M}} \ddot{\tilde{\mathbf{u}}}_F - \hat{\mathbf{K}} \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_F - \hat{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{u}}_F$$

making use of Eq. (35) to simplify the left-hand side.

Equation (39) is an equation of motion in which the earthquake input is described in terms of the free-field motions; however, it is not a convenient form because it involves the free-field displacements, velocities and accelerations. The input can be simplified by dividing the 'added response'  $\tilde{\mathbf{u}}_A$  into its pseudostatic  $\bar{\mathbf{u}}_F$

décomposer la 'réponse ajoutée'  $\bar{u}_A$  (avec barrage) dans ses composantes pseudo-statiques  $\bar{u}_F$  et relatives  $\bar{u}_R$  en procédant de la même manière que dans le paragraphe précédent. Ainsi, en introduisant dans l'équation 39:

$$(40) \quad \bar{u}_A = \bar{u}_R + \bar{u}_S$$

et en posant:

$$(41) \quad \bar{u}_S = -K^{-1} \hat{K} \bar{u}_F \equiv \hat{x} \bar{u}_F$$

nous avons, après simplification:

$$(42) \quad M \ddot{\bar{u}}_R + C \dot{\bar{u}}_R + K \bar{u}_R = - [M \hat{x} + \hat{M}] \ddot{\bar{u}}_F$$

dans laquelle:

$$(43) \quad \hat{x} = -K^{-1} \hat{K}$$

Un terme d'amortissement peut être ajouté dans le membre de droite de l'équation 42, mais celui-ci disparaîtrait en cas d'amortissement proportionnel à la raideur et, de toute manière, ce terme est négligeable.

La différence essentielle entre l'équation 42 et la formulation utilisée précédemment (équations 33 et 34) réside dans le fait que la première exprime la sollicitation sismique en termes d'accélérations de champ libre, la réponse  $\bar{u}_R$  étant le mouvement dynamique, auquel il faut ajouter, d'une part, le mouvement pseudo-statique provoqué par le séisme en champ libre  $\bar{u}_S$  et, d'autre part, le mouvement en champ libre lui-même  $\bar{u}_F$  pour obtenir le mouvement absolu, c'est-à-dire:

$$(44) \quad \bar{x} = \bar{u}_R + \bar{u}_S + \bar{u}_F$$

Il faut noter que la sollicitation sismique effective dans ce cas:

$$(45) \quad \hat{x}_{eq} = - [M \hat{x} + \hat{M}] \ddot{\bar{u}}_F$$

dépend seulement des degrés de liberté de l'interface fondation-structure en champ libre, puisque  $\hat{x}$  et  $\hat{M}$  comportent des termes non-nuls seulement pour les degrés de liberté avec barrage, tandis que les mouvements de champ libre  $\bar{u}_F$  sont pris nuls pour tous les degrés de liberté qui ne se rapportent pas au champ libre. Dans la plupart des cas pratiques, ceci apporte une grande simplification dans le calcul de la sollicitation sismique en champ libre.

Cette formulation est facilement applicable au système barrage-fondation représenté Fig. 1.3a ou 1.3b, où le contact entre le champ libre et le barrage est une surface horizontale. Dans ce cas, on suppose généralement que les mouvements de champ libre sont

and relative  $\bar{u}_R$  components, following a procedure similar to that described in the preceding section. Thus, introducing

$$(40) \quad \bar{u}_A = \bar{u}_R + \bar{u}_S$$

into Eq. (39) and defining

$$(41) \quad \bar{u}_S = -\hat{\mathbf{k}}^{-1} \hat{\mathbf{k}} \bar{u}_F \equiv \hat{\xi} \bar{u}_F$$

leads after simplification to

$$(42) \quad M \ddot{u}_R + \hat{\xi} \dot{u}_R + \hat{\mathbf{k}} \bar{u}_R = - \left[ M \hat{\xi} + \hat{M} \right] \ddot{u}_F$$

in which

$$(43) \quad \hat{\xi} = -\hat{\mathbf{k}}^{-1} \hat{\mathbf{k}}$$

It will be noted that a damping term might also be included on the right side of Eq. (42), however this would vanish in the case of stiffness-proportional damping, and is of negligible importance in any case.

The basic difference between this Eq. (42) and the previously developed earthquake response equations (Eqs. 33 and 34) is that the input is expressed here in terms of the free-field accelerations, and that the response here  $\bar{u}_R$  is the dynamic motion, to which both the pseudostatic motion resulting from the free-field input  $\bar{u}_S$  as well as the free-field motion itself  $\bar{u}_F$  must be added to obtain the total motion, i.e.

$$(44) \quad \bar{u} = \bar{u}_R + \bar{u}_S + \bar{u}_F$$

Also, it should be noted that the effective earthquake motion in this case:

$$(45) \quad \hat{\xi}_{eq} = -[M \hat{\xi} + \hat{M}] \ddot{u}_F$$

depends only on the free-field degrees of freedom at the contact surface with the added structure because both  $\hat{\xi}$  and  $\hat{M}$  have non-zero terms only for the added structure degrees of freedom, while the free-field motions  $\bar{u}_F$  are taken as zero for all degrees of freedom not associated with the free-field system. This fact greatly simplifies the calculation of the free-field earthquake input in most practical cases.

The free-field formulation is easily applied to the type of foundation-structure system pictured in Fig. 1.3a or 1.3b, where the interface between the free-field and the added structure is a horizontal surface. In this case, it is customary to assume the

identiques en tous les points de l'interface, mais il ne serait pas difficile de définir des mouvements superficiels variables dans l'espace pour représenter un mécanisme simple de propagation des ondes. Si le barrage est encastré (exemple du cas dans la Fig. 1.3c) on peut encore effectuer le calcul sur la base des mouvements de champ libre définis pour une fondation uniforme ayant un interface plan. Mais, dans ce cas, la 'structure ajoutée' devra comprendre la **différence** de caractéristiques (masse, raideur) entre la fondation et le matériau du barrage dans la région située sous la surface plane (partie hachurée) ainsi que la structure ajoutée elle-même au-dessus de cette surface. Par ce moyen, cette formulation en champ libre est utilisable pour le calcul de systèmes ayant des interfaces de formes très irrégulières; mais il faut souligner que la force sismique effective de l'équation 48 reçoit une contribution de tous les degrés de liberté concernés par une **variation** des caractéristiques induite par le barrage. Pour cette raison, les degrés de liberté internes de la partie encastrée contribuent à la force sismique effective, de même que les degrés de liberté aux interfaces.

#### 1.4.4. Traitement des Conditions aux Limites

Dans le paragraphe précédent, deux techniques de définition des conditions aux limites ont été décrites:

- mouvements imposés aux limites (sollicitation sismique aux limites),
- limites fixes (sollicitation sismique de champ libre, en mouvement relatif).

Seule la première technique est valable pour le calcul non linéaire, car la deuxième technique utilise le principe de superposition. Mais, quelle que soit la façon de prendre en compte la sollicitation sismique, il faut examiner plus en détail les conditions aux limites; en effet, sauf si l'on néglige la masse de la fondation, l'énergie de vibration transmise du barrage à la fondation sera réfléchie vers l'intérieur du modèle par les noeuds périphériques dont les mouvements sont imposés. Mais, dans la réalité, cette énergie s'échappe du voisinage du barrage, avec pour résultat un amortissement supplémentaire appréciable de la réponse dynamique, dont il faut tenir compte dans le modèle mathématique. Dans le présent paragraphe, on précise la nature générale de ce problème des noeuds périphériques du bloc de fondation.

S'il existe une limite nette entre le rocher et le sol superficiel (supposée implicitement Fig. 1.3), l'énergie dans cette couche superficielle sera réfléchie par le rocher, et l'hypothèse habituelle de noeuds fixes au toit du rocher est vérifiée. Mais les conditions aux limites latérales sont importantes. Evidemment, on ne peut pas supposer que les déplacements seront uniformes, puisque le mouvement de base donne un mouvement  $\ddot{u}_F$  non uniforme, même en champ libre, sans le barrage (voir Fig. 1.5).

Généralement, il n'y a pas de discontinuités physiques aux limites latérales du modèle par éléments finis (telles que AB et CD, Fig. 1.3) et il faut prendre les hypothèses raisonnables sur le comportement au droit de ces limites. Par exemple, on peut placer la limite loin du barrage, en supposant que les effets d'interaction ne s'étendent pas jusqu'à ces limites. Dans ce cas, on peut supposer:

free-field motions to be the same at all points on the interface, although there would be no difficulty in defining motions varying over the surface according to some simple wave-propagation mechanism. If the structure is embedded into the foundation material, perhaps as shown in Fig. 1.3c, the analysis still could be based on free-field motions defined for a uniform foundation layer with level top surface. In this case, the 'added structure' would include the **difference** between the soil and structure properties (mass and stiffness) in the region below the level surface (dashed line in sketch) as well as the entire structure added above this surface. By applying this concept it is possible to use the free-field formulations for analysis of systems with highly irregular interface zones; however, it must be recognized that the effective earthquake force of Eq. (48) receives contributions from all free-field degrees of freedom associated with any **change** of properties due to the added structure. Thus, interior as well as the interface degrees of freedom of the added structure zone below the dashed line all contribute to the effective seismic force.

#### 1.4.4. Treatment of Boundary Conditions

In the preceding section, the mathematical model either has been assumed to have specified motions applied on the boundary for the boundary input formulation or to have fixed boundaries in the relative displacement response to free-field input. As was noted above, only the specified boundary input procedures may be used for the analysis of non-linear response, because the free-field formulation employs the principle of superposition. However, regardless of which input mechanism is employed, the boundary conditions specified in the formulations must be given further consideration, because unless the mass of the foundation rock is neglected, the vibratory energy transmitted from the interacting structure through the foundation will be reflected back into the model by boundary nodes having prescribed motions. In physical reality the wave propagation energy in the foundation rock is transmitted away from the structure, providing significant additional damping of the dynamic response that should be represented in the mathematical model. In this section, the general nature of this foundation block boundary node problem will be discussed.

If there is a well-defined boundary between basement rock and the superficial soil layer, as is implied in Fig. 1.3, then the vibratory energy in the surface material will be reflected by the basement rock and the usual assumption of fixed nodes at the top of the basement rock is valid. However, the boundary conditions to be imposed at the two side boundaries is of some importance. Here clearly the displacement cannot be assumed uniform as the motion of the base will result in a non-uniform free-field motion  $\bar{y}_F$  as illustrated in Fig. 1.5.

In general, there will be no physical discontinuities at the side boundaries of the finite element model (such as AB and CD in Fig. 1.3), and reasonable assumptions must be made about the boundary behaviour at these locations. One possible approach is to place the boundary far from the structure and to assume that no interaction effects extend to the boundaries. In this case, we can assume either:

- soit que les déplacements aux limites sont ceux du champ libre, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de mouvement ajouté par suite de l'interaction,
- soit que les contraintes aux limites sont celles du champ libre, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de contrainte ajoutée due à l'interaction.

On peut introduire ce type de conditions aux limites et les deux possibilités ci-dessus donnent une bonne approximation. Mais parfois, cette technique est fastidieuse et lourde car elle réclame de définir de nombreuses données sismiques. On a proposé des simplifications pour le traitement des noeuds périphériques, tels que le point P (Fig. 1.5). Par exemple, dans le cas d'un séisme de direction horizontale, ces points peuvent être libres de se déplacer dans le sens horizontal, mais non dans le sens vertical; de même pour un séisme vertical, les mouvements peuvent être libres dans le sens vertical mais interdits dans le sens horizontal [17]. Cependant, ces simplifications ne sont pas faciles à utiliser, puisque les conditions aux limites sont liées à la direction du séisme; de plus, elles ne sont pas valables pour un calcul non linéaire, puisque pour être valables elles supposent l'application du principe de superposition [15]. Mais nous avons une autre possibilité: l'utilisation du principe de la répétition [9,15,19].

Dans ce principe, on suppose qu'au droit des sections telles que AB ou CD suffisamment éloignées de l'ouvrage, les mouvements seront identiques, ainsi que les contraintes. Cette hypothèse reste vraie si l'on considère une répétition fictive du segment ABCD dans les deux sens (autrement dit, une suite d'ouvrages à intervalles réguliers); la vérité de ceci n'exige pas d'hypothèse de linéarité. Compte tenu de cette répétition, les deux noeuds P et P' sont confondus et traités comme un seul point (en faisant la somme des forces en P et de celles en P'). Cette astuce fait partie de nombreux programmes informatiques, dès que l'on peut trouver une structure périodique.

Il est facile de vérifier que la section AB ou BC a été placée assez loin en faisant une comparaison avec les mouvements en champ libre (c'est le même calcul sans le barrage). Si les deux résultats sont voisins, l'approximation est bonne. Fig. 1.6 montre une telle comparaison pour des limites placées assez loin.

#### 1.4.5. Limites de Rayonnement

Jusqu'ici, on a supposé que les limites du modèle produisent des réflexions avec, pour résultat, une amplification artificielle de la réponse de l'ouvrage si l'amortissement interne de la fondation est trop faible. Pour éliminer ces ondes réfléchies, il est nécessaire de prévoir des conditions aux limites de rayonnement pour la variable  $u_R$ . Une étude exhaustive serait hors de propos, notons simplement que, parmi les possibilités, il existe:

- les 'éléments infinis' [20 à 23],
- les solutions analytiques du domaine externe ramenées aux limites [24 à 29],
- plus simplement, des 'amortisseurs' aux limites [30].

Dans toutes ces techniques, les efforts aux limites sont fixés ainsi:

- a. that only the free-field displacements act at the boundaries, i.e. that there is no added motion due to interaction, or
- b. that only the free-field stresses exist at the boundaries, i.e. that there is no added stress due to interaction.

Insertion of such boundary conditions is possible and either will result in a reasonable approximation - however at times this procedure is tedious requiring a large data input. For this reason, simplifications have from time to time been suggested involving the treatment of boundary nodes such as P of Fig. 1.5. For example, they may be assumed freely mobile in the horizontal direction but constrained against vertical motion when horizontal earthquake input acts; correspondingly for a vertical earthquake input, they are assumed to move freely in the vertical direction, but without horizontal motion [17]. Such simplifications are inconvenient, however involving the change of boundary condition depending on the direction of the earthquake; indeed, they are not applicable for non-linear analysis as their truth depends on the use of the superposition principle [15]. A simple alternative is however available. This involves the use of the principle of repeatability [9,15,19].

The basic assumption of the 'repeatability' principle is that on sections such as AB or CD which are 'far enough' from the structure identical motion occurs and identical stresses exist. This would be true always if we considered an imaginary repetition of the segment ABCD in both directions (or a sequence of structures placed at periodic intervals) and the correctness of this does not depend on linearity assumption. This repeatability made on two sections allows the corresponding nodal points P and P' to be identified and assembled as one (the forces for P adding simply to those of P'). This device is incorporated in many programs where a periodic structure can be identified.

The decision of whether section AB or BC has indeed been placed 'far enough' is easy to verify by comparison with the free-field motion (which is the same solution with the structure absent). If both results are close then sufficient approximation has been achieved. Fig. 1.6 shows such a comparison for sufficiently distant boundaries.

#### **1.4.5. Radiation Boundaries**

On all the boundaries assumed so far, reflections will take place and unless sufficient internal damping exists in the foundation medium, the dynamic response may be artificially amplified. To eliminate such reflected waves, it is necessary to ensure that 'quiet' or 'radiating' boundary conditions are imposed on the variable  $u_R$ . Full discussion of the possibilities is beyond the scope of this report and various alternatives exist including the use of 'infinite elements' [20-23], boundary-type analytical solutions in the external region [24-29] or simply boundary 'dampers' [30].

In all of these approaches, we specify the boundary tractions as:

$$(46) \quad t = t_0 + t_R = t_0 + Q_R \dot{u}_R$$

Dans cette équation,  $Q_R \dot{u}_R$  est une fonction (non encore définie) de  $\dot{u}_R$ , et  $t_0$  sont les efforts nécessaires pour équilibrer les contraintes statiques initiales.

Pour déterminer la matrice d'amortissement aux limites  $Q_R$  en termes d'"amortisseurs" aux limites, prenons une onde de compression plane se déplaçant dans la direction  $x$  dans un milieu élastique (linéaire). La solution générale pour la composante  $x$  de ce déplacement est bien connue:

$$(47) \quad \begin{aligned} u_{Rx} &= F(x - c_c t) + f(x + c_c t) \\ u_{Ry} &= 0 \end{aligned}$$

dans laquelle  $c_c$  est la vitesse de l'onde de compression,  $F$  et  $f$  correspondent respectivement aux ondes se déplaçant dans les sens positif et négatif de  $x$ .

Pour supprimer l'onde réfléchie  $f$  sur une limite (par exemple, CD, Fig. 1.3a), autrement dit, pour assurer une transmission pure de l'onde, on pose que  $f = 0$  ou que:

$$(48) \quad u_{Rx} = F(x - c_c t)$$

Après différenciation, on note que:

$$(49) \quad \frac{\partial u_{Rx}}{\partial x} = F', \quad \frac{\partial u_{Rx}}{\partial t} = -c_c F$$

En éliminant  $F$ , nous avons la condition aux limites suivante:

$$(50) \quad \frac{\partial u_{Rx}}{\partial x} = -\frac{1}{c_c} \dot{u}_{Rx}$$

On détermine ainsi une valeur de l'effort aux limites  $t_{Rx}$  dans la direction  $x$

$$(51) \quad \frac{\partial u_{Rx}}{\partial x} = -t_{Rx} / K$$

Dans cette équation,  $K$  est le module de déformation volumique approprié du matériau, puisqu'on suppose explicitement une réponse élastique linéaire du domaine externe.

On peut traiter les autres ondes d'une façon analogue, par exemple, pour une onde de cisaillement ou une onde de Rayleigh, et on peut obtenir ainsi les autres composantes de l'effort aux limites. Enfin on obtient:

$$(52) \quad t_R = t_0 + Q_R \dot{u}_R$$

$$(46) \quad t = t_o + t_R = t_o + Q_R \dot{u}_R$$

where  $Q_R \dot{u}_R$  is some, as yet not specified function of  $\dot{u}_R$ , and  $t_o$  are the tractions necessary to balance the initial static stresses.

To obtain the boundary damping matrix  $Q_R$  in terms of boundary 'dampers' we can consider for instance a plane, compression wave travelling in the  $x$ -direction through an elastic (linear) medium. The general solution for the  $x$ -component of displacement is well known and can be written as

$$(47) \quad \begin{aligned} u_{Rx} &= F(x - c_c t) + f(x + c_c t) \\ u_{Ry} &= 0 \end{aligned}$$

where  $c_c$  is the velocity of the compression wave and  $F$  and  $f$  represent respectively waves travelling in positive and negative directions of  $x$ .

If at a boundary, such as CD in Fig. 1.3a, we wish to suppress the return wave  $f$  (i.e. ensure pure transmission of the wave), we shall require that  $f = 0$  or that

$$(48) \quad u_{Rx} = F(x - c_c t)$$

On differentiation we observe that

$$(49) \quad \frac{\partial u_{Rx}}{\partial x} = F' , \quad \frac{\partial u_{Rx}}{\partial t} = -c_c F$$

or eliminating  $F$  we have as the boundary condition

$$(50) \quad \frac{\partial u_{Rx}}{\partial x} = -\frac{1}{c_c} \dot{u}_{Rx}$$

This determines a value for the boundary traction  $t_{Rx}$  in the  $x$  direction as

$$(51) \quad \frac{\partial u_{Rx}}{\partial x} = -t_{Rx} / K$$

In above,  $K$  represents the appropriate bulk modulus of the material as we have explicitly assumed linear elastic response of the exterior region.

In a similar manner we can consider other waves; for instance, either the shear wave or the Rayleigh wave, and obtain the other components of the boundary traction finally obtaining

$$(52) \quad t_R = t_o + Q_R \dot{u}_R$$

Il est impossible de filtrer toutes les ondes à l'aide de cette technique, mais elle a fourni des résultats très satisfaisants. Dans le cas d'une limite verticale (par exemple, AB ou CD, Fig. 1.3), si l'on choisit d'éliminer l'onde de cisaillement plutôt que l'onde de Rayleigh, la matrice d'amortissement aux limites devient tout simplement:

(53)

$$\underline{Q}_R = - \begin{bmatrix} K/c_c & 0 \\ 0 & G/c_s \end{bmatrix}$$

où  $G$  est le module de cisaillement et  $c_s$  est la vitesse de l'onde de cisaillement. L'introduction de cette condition aux limites dans l'équation discrétisée de mouvement produit (par le biais du terme de force  $f$ ) une matrice d'amortissement supplémentaire. Ainsi, nous obtenons:

$$(54) \quad \underline{f} = - \int_{\Gamma} \underline{N}^T \underline{t}_d \underline{d}\Gamma = - \int_{\Gamma} \underline{N}^T \underline{t}_o \underline{d}\Gamma - \underline{C}_R \dot{\underline{u}}$$

avec  $\underline{C}_R = \int_{\Gamma} \underline{N}^T \underline{Q}_R \underline{N} \, d\Gamma$

La forme de cette matrice d'amortissement par rayonnement est différente de celle correspondant aux ondes Rayleigh dans l'équation (24). Cette matrice provoque un couplage entre les modes en cas de calcul modal, mais on a l'habitude de négliger (injustement) cette incohérence.

Pour un calcul effectué en déplacements absolus plutôt que relatifs, il faut faire une substitution convenable dans l'équation fixant les conditions aux limites. Par exemple, avec:

$$(55) \quad \bar{\underline{u}}_R = \bar{\underline{u}} - \bar{\underline{u}}_B$$

Comme dans l'équation (26), les efforts aux limites deviennent:

$$(56) \quad \underline{f} = \underline{f}_o + \underline{f}_B + \underline{C}_R \dot{\underline{u}}$$

où

$$\underline{f}_B = - \underline{C}_R \bar{\underline{u}}_B$$

est en fait une force due aux efforts existant dans le champ libre. Dans la technique de répétition, si l'on travaille en déplacements absolus, l'introduction de cette seule 'force' supplémentaire est suffisante.

It is impossible with the above device to filter all the waves but excellent results have been obtained with the use of the procedure described. On a vertical boundary of the type AB or CD in Fig. 1.3, if we choose to eliminate the shear rather than the Rayleigh wave, we can write the boundary damping matrix simply as:

(53)

$$Q_R = - \begin{bmatrix} K/c_s & 0 \\ 0 & G/c_s \end{bmatrix}$$

where  $G$  is the shear modulus and  $c_s$  the velocity of the shear wave. The insertion of the above boundary condition into the discretized equation of motion will result (via the force term  $f$ ) in an additional damping matrix. Thus, we have

$$(54) \quad f = - \int_{\Gamma} N^T \bar{t}_R d\Gamma = - \int_{\Gamma} N^T \bar{t}_o d\Gamma - C_R \dot{\bar{u}}_R$$

with  $C_R = \int_{\Gamma} N^T Q_R N d\Gamma$

We have here a radiation damping matrix of a form not complying with the Rayleigh form of Eq. (24). This new matrix causes coupling between the modes if the modal transformation analysis techniques are employed, but it is customary (though incorrect) to ignore this inconsistency.

If analysis is to be carried out in terms of total, rather than relative, displacement then appropriate substitution into the boundary condition equation must be made. For instance, with

$$(55) \quad \bar{u}_R = \bar{u} - \bar{u}_B$$

as in Eq. (26) the boundary force will become

$$(56) \quad f = f_o + f_B + C_R \dot{\bar{u}}$$

where

$$\bar{f}_B = - C_R \bar{u}_B$$

is in fact the force due to the tractions existing in the free field. This additional 'force' is all that need be inserted into the repeatability treatment where the total displacement field is used.

## 1.5. INTERACTION AVEC LA RETENUE

Dans notre présentation des équations régissant le mouvement du barrage et les pressions interstitielles, on n'a pas tenu compte de la retenue. Si celle-ci est pleine, il est évident qu'il y aura interaction entre les mouvements du barrage et ceux de l'eau. Dans la Fig. 1.7, on voit le domaine de fluide en interaction avec le barrage, pour un problème bi-dimensionnel typique.

Un mouvement quelconque du barrage et de sa fondation le long de l'interface ABC mettra en mouvement l'eau de la retenue et, de même, les pressions provoquées dans l'eau appliqueront des forces sur l'ouvrage.

Par le passé, on avait l'habitude d'évaluer ces forces à l'aide des formules de Westergaard et de Zangar [31,32], qui supposent que l'ouvrage se déplace comme un corps rigide (et négligent complètement le mouvement de la fondation). Mais les méthodes numériques (éléments finis, etc...) permettent une étude beaucoup plus détaillée et réaliste de l'interaction, et nous allons examiner maintenant certaines possibilités ainsi que le degré d'approximation nécessaire.

Il existe essentiellement deux méthodes:

- Le fluide est traité comme un solide 'dégénéré', avec un module de cisaillement nul, mais une compressibilité non nulle. Les variables principales sont les déplacements du fluide [33,34].
- La variable principale est la pression du fluide. On sait a priori que les cisaillements sont nuls dans le fluide, et la compressibilité de celui-ci peut être retenue ou non.

La première méthode est moins lourde, mais généralement plus onéreuse. En outre, elle ne convient pas au calcul modal puisque la singularité de la matrice de raideur du fluide donne de nombreuses valeurs propres nulles.

Voyons maintenant ces deux méthodes et les modifications qui en résultent dans la formulation générale.

Dans ces différentes méthodes, il faut tenir compte des facteurs suivants:

- Phénomènes de compressibilité.
- Phénomène d'amortissement par perte d'énergie lorsque les ondes de compression dans l'eau traversent les limites telles que CD.
- L'importance des ondes de surface sur les surfaces libres telles que AB et la perte d'énergie qui en résulte.
- L'absorption d'énergie par les dépôts de vase au fond de la retenue.
- Possibilité de cavitation dans le fluide, par suite de la probabilité de l'existence de pressions négatives à la paroi du barrage.

Le problème de l'interaction fluide-structure est trop important pour permettre une présentation complète ici, mais il existe de nombreuses références publiées.

## 1.5. RESERVOIR INTERACTION

In the previous discussion leading to the formulations of the equations governing the motion of the dam and the pore fluid we have ignored the presence of the reservoir. Clearly, if the reservoir is full, some interaction between the movements of the dam and water is to be expected. In Fig. 1.7 we illustrate the field of fluid interacting with the dam for a typical two-dimensional problem.

Clearly, any movement of the dam and foundation on the interface ABC will impart motions to the water in the reservoir and in turn the pressures generated in the water will cause forces on the structure.

In the past, such forces were often estimated by means of formulae derived by Westergaard and Zangar [31,32] on the basis of a uniform rigid body motion of the structure (with foundation movement being totally ignored). With the use of finite element (or other) numerical processes, much more detailed and realistic interaction studies can be carried out, and in this section we shall consider some of the computational possibilities and the degree of approximation necessary.

Essentially two classes of approach are possible:

- Treatment of the fluid as a 'degenerate case' of a solid in which the shear modulus is made zero but compressibility is retained. Here the problem variables are the displacements of the fluid [33,34].
- Treatment in which the problem variable is the fluid pressure. The absence of shear stresses in fluid is acknowledged a priori and compressibility effects may or may not be retained.

The first procedure is computationally simpler to implement but is generally less economical. Further, its implementation fails in modal analysis procedures as the singularity of the fluid stiffness matrix results in numerous 'zero' eigenvalues.

We shall describe now the two processes and note changes introduced in the total matrix equation.

In the various methods of analysis we shall have to consider:

- (a) Effects of compressibility.
- (b) The importance of damping due to the radiation of energy across such boundaries as CD by compression waves in the water.
- (c) The magnitude of surface waves on the free surfaces such as AB and energy radiation by these.
- (d) The absorption of energy on the reservoir bed where substantial deposits of silts invariably exist, and finally
- (e) The possibility of cavitation within the fluid due to probable negative pressures adjacent to the dam surface.

The whole problem of fluid/structure dynamic interaction is too extensive to be dealt with here exhaustively and the reader is advised to consult recent references on the subject.

### 1.5.1. Traitement du Fluide comme Solide Dégénéré

Dans la Fig. 1.8, on montre un maillage standard d'éléments finis pour représenter les déplacements du fluide  $\bar{u}_f$  à l'aide d'un ensemble de valeurs nodales. De façon comparable à l'équation (14), on peut écrire:

$$(57) \quad \underline{\underline{u}}_f = \underline{\underline{N}}_f \bar{\underline{u}}_f$$

Cette formulation pourrait permettre le traitement des grandes déformations, mais nous nous limitons ici au cas des petites déformations linéaires qui donnent toujours, pour le fluide, un système d'équations de la forme:

$$(58) \quad \underline{\underline{M}}_f \ddot{\underline{u}}_f + \underline{\underline{C}}_f \dot{\underline{u}}_f + \underline{\underline{K}}_f \bar{\underline{u}}_f = \underline{\underline{f}}_f$$

dans laquelle les matrices de masse et de raideur sont établies de façon classique en considérant le fluide comme un solide élastique mais avec un module de cisaillement nul.  $C_f$  peut être formée en tenant compte des effets de la viscosité et de la limite de rayonnement DC. Dans cette formulation de la matrice de raideur  $K_f$ , on peut facilement introduire les ondes de surface à l'aide d'une condition linéarisée: en effet, sachant qu'à la surface libre horizontale, la pression verticale  $p$  est égale à la force hydrostatique due au déplacement du fluide, on écrit:

$$(59) \quad p = \rho_f g u_{fy}$$

dans laquelle  $u_{fy}$  est la composante verticale du déplacement.

Pour les efforts horizontaux et verticaux au droit de la surface libre, on peut écrire:

$$(60) \quad \underline{\underline{\epsilon}} = \begin{bmatrix} 0 \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 0 \\ 0, & \rho_f g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{fx} \\ u_{fy} \end{bmatrix} = \underline{\underline{W}} \bar{\underline{u}}_f$$

On peut facilement calculer la raideur supplémentaire due aux ondes de surface:

$$(61) \quad \int A D \underline{\underline{N}}_f^T \underline{\underline{W}} \underline{\underline{N}}_f d\Gamma$$

dans laquelle l'intégration se fait le long de la limite. Mais généralement, on trouve que la hauteur de ces ondes est faible, et on peut ainsi négliger ce paramètre dans le calcul de la réponse sismique du barrage.

Pour coupler les équations de l'ouvrage et du fluide, c'est-à-dire les équations discrétisées (15) et (58), on peut noter que:

### 1.5.1. Fluid as a Degenerate Case of Solid

In Fig. 1.8 we indicate a standard f.e.m. discretization expressing the fluid displacement  $u_f$  by means of suitable nodal values. Thus similarly, to the definition of Eq. (14) we write

$$(57) \quad \underline{u}_f = \underline{N}_f \bar{\underline{u}}_f$$

Although large deformation can be included in such analysis, we shall here consider only a linear, small deformation case which at all times will lead to a set of fluid equations of the form

$$(58) \quad \underline{\underline{M}}_f \dot{\underline{u}}_f + \underline{\underline{C}}_f \ddot{\underline{u}}_f + \underline{\underline{K}}_f \bar{\underline{u}}_f = \underline{f}_f$$

in which the mass and stiffness matrices are derived in a standard manner treating the fluid in the same manner as an elastic solid but with zero shear modulus.  $C_f$  can be formed by consideration of viscous effects and of the radiation boundary DC. In the formulation of the stiffness matrix  $K_f$  surface waves can be easily taken into account by inclusion of a linearized wave condition, as follows. We note that on the 'horizontal free surface' the vertical pressure  $p$  must be equal to the hydrostatic force due to the field displacement, i.e.

$$(59) \quad p = \rho_f g u_{fy}$$

where  $u_{fy}$  is the vertical displacement component.

The horizontal and vertical surface tractions can now be written on the free surface as

$$(60) \quad \underline{\underline{\xi}} = \begin{bmatrix} 0 \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \rho_f g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{fx} \\ u_{fy} \end{bmatrix} = \underline{\underline{W}} \underline{u}_f$$

and the additional 'wave' stiffness can be simply computed as

$$(61) \quad \int A D \underline{N}_f^T \underline{\underline{W}} \underline{N}_f d\Gamma$$

where the integral is taken over the boundary. It will, however, generally be found that the surface wave heights are small and hence the influence of this factor can be omitted in the earthquake response of dams.

To couple the structure and fluid phase equations, i.e. discretized finite element equations (15) and 58), we note that:

- à l'interface fluide-structure (ABC), les composantes normales des déplacements de l'ouvrage et du fluide doivent être égales:

$$(62) \quad \underline{u}^T \underline{n} = \underline{u}_f^T \underline{n}$$

dans laquelle  $\underline{n}$  est le vecteur normal unitaire,

- la force tangentielle le long de cet interface est nulle,
- les forces normales agissant sur les deux phases sont identiques.

Au droit de l'interface, si le maillage est identique dans les deux phases, il est alors facile de satisfaire à la première condition ci-dessus par égalisation des déplacements aux noeuds (dans la direction normale). Dans ces conditions, dans les deux équations, on peut éliminer les forces inconnues à l'interface par substitution directe et on aboutit ainsi à un seul système d'équations pour les deux phases (solide et fluide).

Dans un but de simplification, on néglige souvent la deuxième condition ci-dessus (condition de glissement libre) et on peut alors traiter le fluide par un seul programme, de la même façon que la phase solide.

Cependant, la formulation présentée ci-dessus n'est pas optimale, puisqu'on pourrait sans inconvenient mailler le domaine fluide de façon beaucoup plus lâche que le domaine solide. Mais, dans un tel modèle, le couplage serait plus complexe. En effet, l'égalité des déplacements normaux ne pourrait être exprimée qu'aux points de l'interface où les noeuds des deux maillages se rencontrent et, en outre, les forces d'interaction en ces points devraient être liées ensemble d'une manière cohérente. On ne peut présenter les détails de cette transformation ici. Cette technique fut introduite par Wilson [33] et Shantaram et al. [34] et elle a donné satisfaction dans l'analyse des effets transitoires par des calculs pas à pas.

Un inconvenient de cette technique est la nécessité d'introduire la compressibilité du fluide, pour permettre à la matrice de raideur  $K_f$  d'être définie. Un deuxième problème est lié à la singularité de  $K_f$  lorsque le module de cisaillement est nul. Alors que, dans des calculs transitoires, cette singularité n'est généralement pas 'activée', elle rend difficile la détermination des modes naturels de vibration. Dans ces cas, on peut introduire un blocage interdisant les rotations.

Pour revenir au problème de la cavitation, son introduction dans la formulation présentée ci-dessus est relativement simple. Dans un calcul transitoire, le module de déformation volumique étant variable, nous écrivons simplement:

$$(63) \quad K_f = 0$$

si le fluide se dilate au-delà d'un certain seuil donné par la pression hydrostatique  $p_h$ , c'est-à-dire lorsque:

$$(64) \quad \epsilon_{ii} > p_h / K$$

Des études de cavitation entreprises récemment par Newton [35,36] (à l'aide des techniques présentées dans le paragraphe suivant) ont démontré l'importance de ce phénomène en cas de chargement de type explosif.

- (i) the normal displacement component of the structure at the interface must equal that of the fluid, i.e. on ABC,

$$(62) \quad \underline{u}^T \underline{n} = \underline{u}_f^T \underline{n}$$

where  $\underline{n}$  is the unit normal vector,

- (ii) the tangential force component on the interface is zero,

and finally

- (iii) the normal force components acting on the two are identical.

If the mesh subdivision on the interface is identical in both regions then a simple identification of nodal displacements (in the normal direction) along the interface suffices to accomplish (i) and the unknown interface forces in both equations can be eliminated by a direct substitution resulting in a single set of equations for the solid and fluid phases.

Indeed, to simplify matters, quite frequently the second condition is not imposed (i.e. the slip boundary) and the fluid is then treated by a single program in a manner identical to the solid. However, the formulation just described is not economical, as a much coarser discretization can generally be used for the fluid than for the structure, but in such a case the coupling is more complex. Now the identification of normal displacements can be made only on the point of contact where two meshes coincide and the interactive forces linked here must be linked in a consistent manner. We shall not go into details of such transformations here. The method of analysis just outlined was introduced by Wilson [33] and Shantaram et al [34] and used effectively in many computations of transient effects using step-by-step time-marching processes.

One of the drawbacks of this approach is the necessity of introducing compressibility of the fluid to enable the stiffness matrix  $K_f$  to be determined; another problem is due to the singularity of  $K_f$  when the shear modulus is made zero. Whilst in transient computation this singularity is generally not 'activated' - the determination of natural vibration modes is difficult. Introduction of an irrotationality constraint in such cases is possible as shown elsewhere.

We have mentioned previously the possibility of cavitation. In the formulation just described its introduction is relatively simple. Now the bulk modulus is variable in a transient computation, and simply put

$$(63) \quad K_f = 0$$

if the fluid dilates beyond a threshold value dictated by the hydrostatic pressure  $p_h$ , i.e. when

$$(64) \quad \epsilon_{ii} > p_h / K$$

Such cavitation studies have been recently carried out by Newton [35,36] (using in detail the procedures of the next section) and have shown its importance in case of loads of explosive type.

Mais la cavitation peut également se produire lors d'un séisme intense et cette possibilité a fait l'objet de calculs numériques récents [38,39]. Cependant, son influence sur les désordres auxquels le barrage est exposé semble faible (voir paragraphe suivant).

### 1.5.2. Traitement Spécial du Fluide

Malgré la simplicité de son principe, la méthodologie présentée dans le paragraphe précédent fait intervenir les trois variables de déplacement du fluide et, pour cette raison, le calcul est lourd. En outre, il y a le problème de singularité, qui est parfois gênant. Pour éviter ces difficultés, on préfère une approche différente dans laquelle on néglige a priori les cisaillements dans le fluide.

Si nous écrivons les équations du mouvement du fluide (c'est-à-dire, les équations de Navier Stokes) sans les contraintes dues à la viscosité et sans les termes d'accélération convective, nous obtenons:

$$\rho_f \frac{\partial v_{fi}}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x_i}, \text{ etc.}$$

ou

$$(66) \quad \rho_f \dot{v}_f = - \nabla p$$

où  $\dot{v}_f$  est la vitesse du fluide et  $p$  sa pression.

La loi de comportement sera ainsi:

$$(67) \quad v_{fi,i} = \nabla^T v_f = - \dot{p}/K_f$$

dans laquelle  $K_f$  est le module de compression volumique du fluide. En éliminant dans les équations (66) et (67)  $v_{fi}$ , on obtient l'équation classique des ondes (Helmholz):

$$(68) \quad \nabla^T \nabla p = \nabla^2 p = (1/c^2) p$$

Dans cette équation,  $c = \sqrt{(K_f/\rho)}$  correspond à la vitesse du son dans le fluide.

Cette relation scalaire est complétée par les conditions aux limites suivantes (voir Fig. 1.7).

En reprenant l'équation (63), nous avons, sur ABC:

$$(69) \quad \frac{\partial p}{\partial n} = - \rho_f \dot{v}_{fn}$$

$n$  étant la direction de la normale.

Compte tenu de l'impossibilité d'un décollement entre le fluide et l'ouvrage, nous avons:

$$(70) \quad v_{fn} = \dot{u}_n = n^T \dot{u}$$

Cavitation also may occur during intense earthquake loading of dams and indeed has been recently studied numerically [38,39]. However, its influence on the degree of damage that may be sustained appears to be small as we shall show in the next section.

### 1.5.2. Special Treatment of the Fluid

The methodology of the previous section, while simple in principle, includes all three fluid displacement variables and is therefore generally not economical. Further, the problem of singularity is present and at times is embarrassing. To avoid such difficulties an alternative form is preferable in which, a priori, the shear components of stress in the fluid are neglected.

If the equations of motion of the fluid (i.e. the Navier Stokes equations) are written neglecting viscous stresses and convective acceleration terms, we have simply

$$\rho_f \frac{\partial v_{fi}}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x_i}, \text{ etc.}$$

or

$$(66) \quad \rho_f \dot{v}_f = - \nabla p$$

where  $\dot{v}_f$  is the fluid velocity and  $p$  the pressure.

The constitutive equation is now given as follows:

$$(67) \quad v_{fi,i} = \nabla^T v_f = - \dot{p}/K_f$$

where  $K_f$  is the bulk (compression) modulus of the fluid. Eliminating  $v_{fi}$  from equations (66) and (67), the standard wave (Helmholz) equation is obtained

$$(68) \quad \nabla^T \nabla p = \nabla^2 p = (1/c^2) p$$

Here,  $c = \sqrt{(K_f/\rho)}$  is the speed of sound in the fluid.

This scalar equation now is supplemented by the following boundary conditions referred again to Fig. 1.7.

On ABC, we have from Eq. (63)

$$(69) \quad \frac{\partial p}{\partial n} = - \rho_f \dot{v}_{fn}$$

with  $n$  being the direction of the normal.

Noting that no separation between the structure and the fluid is permissible, we have

$$(70) \quad v_{fn} = \dot{u}_n = \frac{T}{\rho} \dot{u}$$

Cette équation peut être écrite directement pour définir la condition aux limites couplant l'ouvrage au fluide:

$$(71) \quad \frac{\partial p}{\partial n} = - \frac{T_n}{\rho_f} p_f$$

Après différenciation de l'équation (56) et à l'aide de l'équation (66), nous avons, sur la surface libre AD:

$$(72) \quad p = \rho_f g u_{fy} = \rho g v_{fy} = - g \frac{\partial p}{\partial z}$$

si le calcul tient compte des ondes de surface. Mais si celles-ci sont jugées sans importance, nous avons plus simplement:

$$(73) \quad p = 0$$

Enfin, sur la limite de rayonnement DC, nous avons (par une interprétation des arguments ayant fourni l'équation (47)):

$$(74) \quad \frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{1}{c^2} \dot{p}$$

Après discréétisation du domaine fluide:

$$(75) \quad p = \bar{\rho}$$

nous obtenons un système d'équations de la forme:

$$(76) \quad \hat{B} \bar{\rho} + M_f \bar{\rho} + C_f \bar{\rho} + L \bar{\rho} + f = 0$$

Sans entrer dans les détails (voir par exemple [10]), nous avons, dans l'équation ci-dessus:

$$(77) \quad \begin{aligned} \hat{B} &= \int_{\Omega} (\bar{N})^T \bar{N} d\Omega \\ M_f &= \frac{1}{c^2} \int_{\Omega} \bar{N}^T \bar{N} d\Omega \\ C_f &= \frac{1}{c^2} \int_{CD} \bar{N}^T \bar{N} d\Gamma \\ L^T &= \int_{ABC} \rho_f \bar{N}^T \bar{N} d\Gamma \end{aligned}$$

dans lesquelles  $N$  sont les fonctions d'interpolation de la discréétisation de la structure,  $u = \bar{N}u$ . Les équations pour l'ouvrage (15) sont couplées avec celles du fluide, en notant que le terme de force due aux pressions sur l'interface devient:

$$(78) \quad f_{ABC} = L \bar{\rho} / \rho_f$$

We can write directly as the boundary condition coupling the structure to the fluid

$$(71) \quad \frac{\partial p}{\partial n} = - \frac{T_u}{\rho_f} u_f$$

On the free surface AD we have on differentiation of Eq. (56) and use of Eq. (66)

$$(72) \quad p = \rho_f g \bar{u}_{fy} = \rho_f g \bar{v}_{fy} = - g \frac{\partial p}{\partial z}$$

if surface waves are admitted. If these are not important a simpler condition of

$$(73) \quad p = 0$$

can be substituted. Finally, on the radiation boundary DC we have, reinterpreting the arguments leading to Eq. (47)

$$(74) \quad \frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{1}{c^2} \dot{p}$$

Discretization of the fluid domain with

$$(75) \quad p = \bar{\rho}$$

leads to a set of finite element equations of the form

$$(76) \quad \hat{H}\bar{\rho} + \hat{M}_f \bar{\dot{\rho}} + \hat{C}_f \dot{\bar{\rho}} + \hat{L} \bar{T}_u + \hat{f} = 0$$

In above (omitting details which can be found elsewhere) [10]

$$(77) \quad \begin{aligned} \hat{H} &= \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^T \bar{N} d\Omega \\ \hat{M}_f &= \frac{1}{c^2} \int_{\Omega} \bar{N}^T \bar{N} d\Omega \\ \hat{C}_f &= \frac{1}{c^2} \int_{CD} \bar{N}^T \bar{N} d\Gamma \\ \hat{L}^T &= \int_{ABC} \rho_f \bar{N}^T \bar{n} \bar{T}_u d\Gamma \end{aligned}$$

where  $\bar{N}$  are the shape functions of the structural discretization ( $u = \bar{N}u$ ). The structural Eqs. (15) are now coupled with those of the field as we note that the force term due to the pressures acting on the interface becomes equal to

$$(78) \quad \hat{f}_{ABC} = \hat{L} \bar{\rho} / \rho_f$$

Pour le calcul linéaire en non drainé dans la phase solide de la structure, nous avons un système symétrique [37,40] (en prenant la forme de l'équation (19) et, pour simplifier, en négligeant le couplage des pressions interstitielles):

$$(79) \quad \begin{aligned} \underline{\underline{M}}\dot{\underline{\underline{u}}} + \underline{\underline{C}}\dot{\underline{\underline{u}}} + \underline{\underline{K}}\dot{\underline{\underline{u}}} + \underline{\underline{L}}\dot{\underline{\underline{p}}} + \underline{\underline{f}} &= 0 \\ \underline{\underline{M_f}}\dot{\underline{\underline{p}}} + \underline{\underline{C_f}}\dot{\underline{\underline{p}}} + \underline{\underline{B}}\dot{\underline{\underline{p}}} - \underline{\underline{L}}^T\dot{\underline{\underline{u}}} + \hat{\underline{\underline{f}}} &= 0 \end{aligned}$$

Contrairement à la formulation en discréétisation des déplacements, nous pouvons, dans ce cas, étudier également le cas d'un fluide incompressible, ce qui correspond au cas limite lorsque:

$$(80) \quad c \rightarrow \infty$$

A cette limite (et en négligeant les ondes de surface), la deuxième équation (76) peut être réduite à:

$$(81) \quad \hat{\underline{\underline{B}}}\dot{\underline{\underline{p}}} - \underline{\underline{L}}^T\dot{\underline{\underline{u}}} = 0$$

On peut résoudre directement en posant:

$$(82) \quad \dot{\underline{\underline{p}}} = \underline{\underline{L}}^{-1}\dot{\underline{\underline{T}}}\dot{\underline{\underline{u}}}$$

En faisant la substitution dans l'équation de la phase solide, on peut réécrire celle-ci:

$$(83) \quad (\hat{\underline{\underline{M}}} + \hat{\underline{\underline{M}}})\dot{\underline{\underline{u}}} + \hat{\underline{\underline{C}}}\dot{\underline{\underline{u}}} + \hat{\underline{\underline{K}}}\dot{\underline{\underline{u}}} + \hat{\underline{\underline{f}}} = 0$$

Dans ces conditions, l'effet de la présence du fluide est d'augmenter la matrice de masse de l'ouvrage comme suit:

$$(84) \quad \hat{\underline{\underline{M}}} = \frac{1}{\rho_f} \underline{\underline{L}}^{-1} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{L}}$$

Cette 'matrice de masse ajoutée' introduite par Zienkiewicz et al. en 1965 [41] est d'un usage courant. Elle tient compte, au moins partiellement, du problème de l'interaction avec le fluide.

Pour les très grands barrages, lorsque le fond de la retenue est 'raide' et qu'il y a peu d'atténuation des ondes, il est souvent nécessaire de tenir compte de la compressibilité. Pour cette raison, la simplification ci-dessus est généralement trop grossière.

Récemment, un grand effort d'étude de l'interaction fluide-structure a abouti à des formulations différentes de celles ci-dessus, notamment en ce qui concerne le problème de la cavitation [35 à 39].

Parfois, on utilise une formulation aux limites plutôt que la discréétisation en éléments finis [42]. Pour éviter les difficultés introduites par la compressibilité, on utilise une approximation qui consiste en une interpolation entre la solution pour un fluide

In the linear case with an undrained situation prevailing in the solid part of the structure, we have simply, using the form of Eq. (19) and for clarity omitting the pore pressure coupling, the symmetric system [37,40].

$$(79) \quad \begin{aligned} \underline{\underline{M}}\dot{\underline{\underline{u}}} + \underline{\underline{C}}\dot{\underline{\underline{u}}} + \underline{\underline{K}}\underline{\underline{u}} + \underline{\underline{L}}\dot{\underline{\underline{p}}} + \underline{\underline{f}} &= 0 \\ \underline{\underline{M_f}}\dot{\underline{\underline{p}}} + \underline{\underline{C_f}}\dot{\underline{\underline{p}}} + \underline{\underline{H}}\dot{\underline{\underline{p}}} - \underline{\underline{L}}^T\dot{\underline{\underline{u}}} + \hat{\underline{\underline{f}}} &= 0 \end{aligned}$$

Now, unlike in the displacement discretization form, we can also study the case of an incompressible fluid, i.e. the limiting situation when

$$(80) \quad c \rightarrow \infty$$

In this limit (ignoring in addition the surface wave effects) the second Eq. (76) reduces to

$$(81) \quad \hat{\underline{\underline{H}}}\dot{\underline{\underline{p}}} - \underline{\underline{L}}^T\dot{\underline{\underline{u}}} = 0$$

and we can solve this directly writing

$$(82) \quad \dot{\underline{\underline{p}}} = \underline{\underline{H}}^{-1}\underline{\underline{L}}^T\dot{\underline{\underline{u}}}$$

Substituting into the solid phase equation, we can rewrite this as

$$(83) \quad (\hat{\underline{\underline{M}}} + \hat{\underline{\underline{M}}})\dot{\underline{\underline{u}}} + \underline{\underline{C}}\dot{\underline{\underline{u}}} + \underline{\underline{K}}\underline{\underline{u}} + \hat{\underline{\underline{f}}} = 0$$

Here the effect of the fluid has been simply to augment the mass matrix of the structure by

$$(84) \quad \hat{\underline{\underline{M}}} = \frac{1}{\rho_f} \underline{\underline{L}}^{-1} \underline{\underline{H}}^T \underline{\underline{L}}$$

This 'added mass matrix' introduced by Zienkiewicz et al in 1965 [41] is commonly used and accounts at least in part for the fluid interactions.

In large dam structures where the reservoir bed is 'hard' and little wave attenuation exists, it is often of importance to consider the compressibility effects and this simplification is in general inaccurate.

In recent years much elaborate investigation of structure fluid interaction has taken place and alternative formulations to those presented exist particularly for dealing with cavitation problems [35-39].

In some formulations, 'boundary' type solutions are used for the fluid as an alternative to the finite element discretization [42]. In order to avoid difficulties with compressibility effects an

incompressible (pour les fréquences faibles) d'une part, et d'autre part la solution pour un mécanisme de pur rayonnement (pour les fréquences élevées) [43].

On a développé de nombreuses techniques analytiques ou semi-analytiques, en termes de pression, pour le calcul des vibrations du fluide (couplées ou non couplées). Il faut citer les études importantes de Chopra [44 à 47] dans le domaine des fréquences. Ces études montrent que le phénomène de compressibilité a une grande influence sur le comportement sismique des grands barrages, mais d'autres études ont souvent proposé que la technique de la masse ajoutée (hypothèse d'incompressibilité) était adéquate [48, 49]. Le choix entre ces deux points de vue nécessite une étude détaillée de la réponse des barrages et de leurs retenues à des sollicitations sismiques variées.

Dans la Fig. 1.9, on montre l'influence de la compressibilité de l'eau lorsque celle-ci est soumise à une excitation en 'marches d'escalier' appliquée à la base d'un barrage souple. On voit que, pour les vitesses du son  $3c$  et  $4c$ , les réponses sont presque confondues. Autrement dit, pour une vitesse du son  $>4c$  on peut considérer que l'eau est incompressible. Dans ce cas, la pointe de la réponse hydrodynamique est réduite de presque 10%. La Fig. 1.10 montre cette réponse pour un barrage rigide. Une diminution de la compressibilité ne réduit pas, de façon notable, la pointe de la réponse, mais provoque un amortissement important [39].

Dans les Fig. 1.11a à 1.11d, on voit l'effet de la prise en compte de la cavitation. Maintenant, les déplacements de l'ouvrage ne sont pas modifiés de façon significative, bien que les pressions engendrées soient très différentes.

Des études en cours visent à trouver la réponse aux questions suivantes:

1. Quelle est l'influence des ondes de surface?
2. Quelle est l'influence de l'amortissement provoqué par une couche de vase?

On sait que les ondes de surface ont peu d'effet sur les pressions agissant sur les barrages en cas de séisme. Mais des études récentes effectuées par Chopra à l'Université de Californie, Berkeley, semblent indiquer que la présence d'une couche de vase a pour résultats une réduction importante du phénomène de compressibilité et de réflexion, autrement dit, que la vase est bénéfique.

## 1.6. COMPORTEMENT NON-LINÉAIRE DU MATERIAU ET CALCULS NUMÉRIQUES

Jusqu'ici, on s'est contenté de présenter la forme générale des équations, avec seulement quelques indications plus détaillées pour les comportements linéaires, dans lesquelles la matrice  $D$  (par exemple, l'équation 10) de la loi de comportement reste constante. Cette hypothèse de linéarité ouvre la voie à un grand nombre de techniques de calcul de modèles discrétilisés, par exemple: décomposition modale, calcul dans le domaine des fréquences, etc. Ces points sont présentés en détail dans le Bulletin N° 30.

approximation interpolating between the incompressible solution at low frequency and a pure radiation mechanism in high frequency response is used [43].

Many analytical or semi-analytical procedures have been used in the solution of the coupled (or uncoupled) fluid vibrations in terms of the pressure variables. Notable here is the extensive work of Chopra [44-47] carried out in the frequency domain. Such frequency domain studies indicate that effects of compressibility are of importance in the response behaviour of large dams, although others argue that added mass (incompressibility assumptions) are adequate [48-49]. The answer can only be given with some assurance after detailed response of dam-reservoir systems has been carried out for several earthquake motions.

Fig. 1.9 shows the influence of compressibility of water when subjected to a 'step' excitation at the base of a flexible dam. It is noted that for acoustic velocities  $3c$  and  $4c$ , the response almost overlaps. Water may therefore be considered incompressible for an acoustic velocity  $>4c$ . The peak hydrodynamic response reduces almost 10% when water is considered incompressible. Fig. 1.10 shows the same response when the dam is rigid. Decrease in compressibility does not significantly reduce the peak response level but introduces significant damping [39].

In Fig. 1.11a to 1.11d we show the effect of taking cavitation into account. Now displacements of the structure are not very significantly altered although the pressures generated are considerably different.

Current studies are in progress to answer the following questions:

1. Is the effect of surface waves significant?
2. Is damping introduced by a silt layer of importance?

While the effect of surface waves is known to have little effect on pressures developed on dams during earthquakes, recent studies by Chopra of University of California, Berkeley, indicate that the presence of a silt layer tends to reduce significantly the compressibility effects and reflections thus generally being beneficial.

## 1.6. MATERIAL NON-LINEARITY AND NUMERICAL SOLUTION

In the formulation of the problem thus far, we have indicated the general form of the equations and on occasion discussed the linear forms only in which the matrix  $D$  (viz. Eq. 10) describing the constitutive relations is constant. When this assumption is made, many analysis procedures for the final discrete models are available e.g. modal decomposition, frequency domain analysis, etc. These were discussed in some detail in the previous bulletin.

Pour l'étude des déformations permanentes et des ruptures éventuelles, il faut tenir compte du comportement non linéaire. On dispose de divers types de loi de comportement (plastique, viscoplastique, endochronique, etc.). Pour les sols, on peut opérer à divers niveaux de raffinement et, dans la plupart de ces modèles, on tient compte automatiquement des déformations permanentes dans la différence de comportement entre les chemins de chargement et de déchargement. On ne pourra présenter les divers modèles disponibles dans ce Bulletin, mais dans le chapitre consacré aux différents types de barrage on en présente les grandes lignes.

Dès l'introduction de la non linéarité, le choix des méthodes numériques devient limité. Il s'agit toujours de calculs pas à pas, dont les détails sont donnés dans beaucoup de livres et d'articles. Il suffit de noter que ces méthodes deviennent de plus en plus performantes et qu'il est souvent possible de résoudre les équations non linéaires avec un temps ordinateur comparable à celui nécessité par les techniques linéaires de décomposition modale ou de calcul dans le domaine des fréquences. Néanmoins, le calcul linéaire (notamment l'analyse spectrale) permet une étude simple des effets de plusieurs sollicitations sismiques; par contre, la méthode non linéaire pas à pas ne peut traiter qu'un seul séisme donné, avec une solution déterministe. Pour cette raison, il est préférable d'utiliser une méthode linéaire pour déterminer la réponse au séisme de projet (DBE) et puis, en prenant la condition la plus pessimiste (affectée d'un coefficient multiplicateur), de procéder à un calcul non linéaire pour le plus grand séisme possible (MCE).

## 1.7. MÉTHODES SIMPLIFIÉES DE CALCUL

La complexité des interactions des différents phénomènes présents dans un système à plusieurs degrés de liberté lors d'un séisme fait qu'il est impossible d'en apprécier la réponse a priori. Dans ces conditions, il est bon d'utiliser un modèle simple pour permettre une meilleure connaissance des phénomènes en jeu. Ces modèles simples sont d'une grande utilité au niveau de l'avant-projet sommaire. Dans le présent paragraphe, on présente ces moyens de simplification. C'est exprès que certains faits bien connus dans le domaine de la dynamique des systèmes à un seul degré de liberté sont répétés ici.

Dans leur forme linéarisée, les systèmes d'équations à plusieurs degrés de liberté s'écrivent (voir l'équation 23):

$$(85) \quad \underline{\underline{M}}\ddot{\underline{u}} + \underline{\underline{C}}\dot{\underline{u}} + \underline{\underline{K}}\underline{u} - \underline{f} = 0$$

Si le problème est posé en termes de mouvements de la base  $\underline{u}_g(t)$  correspondant au séisme, et si  $\underline{u}$  sont les déplacements relatifs:

$$(86) \quad \underline{f} = -\underline{\underline{M}}\underline{u}\dot{\underline{u}}_g$$

où les éléments de la matrice  $g$  sont 1 et 0, ramenés aux directions appropriées des déplacements de la base et des noeuds.

La réponse sismique d'une structure correspondant essentiellement au premier mode propre, on peut écrire:

To model permanent deformations and possible failure, non-linear behaviour has obviously to be considered. Here various types of 'constitutive relation' are available including plastic, viscoplastic, endochronic and other models. Various degrees of elaboration are possible in soil models in most of which permanent deformation is inherent in the difference of response for loading and unloading paths. We shall not have the opportunity to discuss the models available in the confines of this bulletin but in the section dealing with specific types of dams some guidelines to these will be given.

Once non-linearity is introduced into the analysis, the choice of computational methods for the solution becomes limited. Indeed only time stepping procedures of one kind or another are generally applicable - and the detail of these is discussed in many texts and publications. We shall not go into detail into this except to say that with the increasing efficiency of such procedures, it is often possible to solve non-linear equations in computer runs comparable in time with the linear techniques of modal decomposition or frequency domain analysis. However, linear analysis and in particular response spectrum methods permit a simple investigation of various earthquake inputs - in contrast to non-linear time stepping which allows only one specific earthquake effect to be solved deterministically. For this reason, we would recommend that linear methods be used to determine the response of design earthquake magnitude and from there the worst condition to be used as input (with a suitable magnification) for a full non-linear analysis of maximum credible earthquake magnitudes.

## 1.7. SIMPLIFIED PROCEDURES OF ANALYSIS

The complexity of interactions of the various phenomena in a multi degree of freedom system during an earthquake motion makes their response impossible to assess in an intuitive manner. For this reason, it is convenient and useful to use simple models to give insight into the phenomena and indeed such models are useful in preliminary design. In this section, we shall discuss relevant simplification and without apology repeat some well-known facts of dynamics with a single degree of freedom.

In a linearized form the multi degree of freedom systems of equations is of the form (viz. Eq. 23)

$$(85) \quad \underline{\underline{M}}\ddot{\underline{u}} + \underline{\underline{C}}\dot{\underline{u}} + \underline{\underline{K}}\underline{u} - \underline{f} = 0$$

If the problem is cast in terms of base motion  $\underline{u}_g(t)$  corresponding to the earthquake and  $\underline{u}$  are the relative displacements

$$(86) \quad \underline{f} = -\underline{\underline{M}}\underline{\underline{q}}\dot{\underline{u}}_g$$

where the elements of the matrix  $\underline{\underline{q}}$  are 1 and 0 and relate the appropriate directions of base and node movement.

As most of the earthquake response of a structure generally is in terms of the first natural vibration mode, we can write

(87)

$$\underline{u} = \underline{Y} \underline{a}$$

dans laquelle  $\underline{Y}$  est un vecteur qui décrit, approximativement, la forme du mode, et  $a$  est un paramètre scalaire unique représentant l'amplitude du déplacement. En insérant l'équation (84) dans l'équation (82) et en prémultipliant par  $\underline{Y}^T$ , on réduit cet ensemble à une équation à un seul degré de liberté:

(88)

$$\ddot{\underline{m}a} + c\underline{a} + \underline{k}\underline{a} = p(t) = -m\beta \ddot{\underline{u}}_g$$

dans laquelle les caractéristiques physiques correspondant à la forme supposée sont:

$$m = \underline{Y}^T \underline{M} \underline{Y}, \quad c = \underline{Y}^T \underline{C} \underline{Y}, \quad k = \underline{Y}^T \underline{K} \underline{Y}$$

$$\beta = \underline{Y}^T \underline{M} \underline{q} / m \quad (\text{facteur de participation}).$$

Pour un mouvement quelconque du sol, on peut trouver le déplacement correspondant, par différentes méthodes simples.

Par exemple, l'amplitude des déplacements peut s'écrire:

(89)

$$a(t) = \frac{3}{\omega} V(t)$$

dans laquelle la fonction de réponse sismique  $V(t)$  est exprimée par l'intégrale de Duhamel [12, p. 547]:

(90)

$$V(t) = \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

Généralement, on cherche la réponse maximale, ainsi:

(91)

$$a_{\max} = \frac{\beta}{\omega} v_{\max} \equiv \frac{3}{\omega} S_v$$

dans laquelle  $S_v = v_{\max}$  est la valeur donnée par le spectre des pseudo-vitesses du séisme pour une valeur fixée de l'amortissement et pour la fréquence de vibration  $\xi$  de l'ouvrage, c'est-à-dire:

(92)

$$\xi = \frac{C}{2\pi\omega}$$

(93)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

L'état de contrainte correspondant à ce déplacement maximal peut être déterminé à partir des efforts élastiques induits. Ces efforts sont facilement exprimés en fonction de la matrice de raideur de la structure, si les déplacements aux noeuds sont exprimés à l'aide de l'équation (91), ainsi:

(94)

$$f_{\max} = K \underline{u} = K \underline{Y} A_{\max}$$

(87)

$$\underline{u} = \underline{Y} \underline{a}$$

where  $\underline{Y}$  is a vector describing the shape approximately and  $a$  is a single scalar parameter representing the displacement amplitude. Inserting Eq. (84) into Eq. (82) and premultiplying by  $\underline{Y}^T$  reduces the whole system to a single degree of freedom equation.

(88)

$$\ddot{\underline{m}} + \underline{c}\dot{\underline{a}} + \underline{k}\underline{a} = \underline{p}(t) = -m\beta \ddot{\underline{u}}_g$$

in which the generated physical properties associated with the assumed shape are

$$\underline{m} = \underline{Y}^T \underline{M} \underline{Y}, \quad \underline{c} = \underline{Y}^T \underline{C} \underline{Y}, \quad \underline{k} = \underline{Y}^T \underline{K} \underline{Y}$$

$$\beta = \underline{Y}^T \underline{M} \underline{q} / m \quad \text{participation factor}$$

For any motion of the ground the corresponding displacement can be found by elementary methods.

For example, the displacement amplitude may be expressed as

$$(89) \quad a(t) = \frac{\beta}{\omega} v(t)$$

where the earthquake response function  $v(t)$  is expressed by the Duhamel integral [12, p. 547]:

$$(90) \quad v(t) = \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

In general, the maximum response is required, thus

$$(91) \quad a_{\max} = \frac{\beta}{\omega} v_{\max} \equiv \frac{\beta}{\omega} S_v$$

where  $S_v = v_{\max}$  is the value given by the earthquake pseudovelocitity spectrum for the specified damping ratio and vibration frequency  $\xi$  of the structure, i.e.

$$(92) \quad \xi = \frac{C}{2\pi\omega}$$

$$(93) \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

The state of stress associated with this maximum displacement can be determined from the resulting elastic forces which may be expressed easily in terms of the structure stiffness matrix if the nodal displacements are expressed by means of Eq. (91), thus

$$(94) \quad f_{\max} = K \underline{u} = K \underline{Y} A_{\max}$$

On peut également exprimer ces efforts à l'aide de l'inertie, ainsi:

$$(95) \quad f_{\max} = \omega^2 M u_{\max} = \omega^2 M Y A_{\max}$$

On verra que les résultats fournis par les équations (95) et (95) ne sont pas identiques, puisque la forme supposée  $Y$  ne satisfait pas généralement les conditions d'équilibre local; le plus souvent, il est plus sûr de se baser sur les forces d'inertie.

On voit immédiatement que cette méthode est différente de l'ancienne approche qui consistait simplement en l'application de forces uniformes d'accélération. Les différences sont les suivantes:

- la magnitude est multipliée par le vecteur  $Y$  (c'est-à-dire, la forme du mode),
- on applique le facteur de vitesse spectrale  $S_v$ .

Ces techniques ont été appliquées au calcul de l'équilibre limite des barrages en terre et ont servi comme calcul simplifié de l'avant-projet des barrages en béton, mais ces applications ne sont peut-être pas logiques.

## REFERENCES

1. BIOT, M.A., 1941. General Theory of Three-Dimensional Consolidation. *J. Appl. Phys.*, Vol. 12, 155-164.
2. BIOT, M.A., 1962. Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media. *J. Appl. Phys.*, 33, 1482-98.
3. ZIENKIEWICZ, O.C. and SHIOMI, T., 1984. Dynamic Behaviour of Saturated Porous Media - The Generalized Biot Formulation and its Numerical Formulation. *Int. J. Num. and Analy. Meth. Geomechanics*, 8, 71-96.
4. PREVOST, J.H., 1980. Mechanics of Continuous Porous Media. *Int. J. Eng. Sci.*, 18, 787-800.
5. RUNESSON, R., 1978. On Non-Linear Consolidation of Soft Clay. Publication 781, Dept. Struct. Mech., Chalmers Univ., Sweden.
6. ZIENKIEWICZ, O.C., 1982. Basic Formulation of Static and Dynamic Behaviour Assumption in Soils and Other Porous Media, in J.B. Martins (editor) *Numerical Methods in Geomechanics*, D. Reidel.
7. ZIENKIEWICZ, O.C. and BETTESS, P., 1982. Soil and Other Porous Media under Transient, Dynamic Conditions. General Formulation and the Validity of Various Simplifying Assumptions, in *Soil Mechanics - Transient Loads*, Chapter 1, 1-16, Eds. G.N. Pande and O.C. Zienkiewicz, John Wiley & Son.

An alternative expression for the forces acting in the structure is given by the inertial effects, as follows:

$$(95) \quad f_{\max} = \omega^2 M u_{\max} = \omega^2 M Y A_{\max}$$

It will be noted that results given by these equations (94) and (95) are not identical because the assumed shape  $Y$  is not generally consistent with the local equilibrium requirements; in most cases the inertial forces expression is more reliable.

It is easy to see that this analysis does not correspond to the simple application of uniform acceleration forces which was practised in the early days - but is modified by

- (1) scaling the magnitude by  $Y$  vector (i.e. the shape of the mode),
- (2) applying the spectral velocity factor  $S_V$ .

Such procedures have, perhaps illogically, been applied to failure analysis in the context of earth dams or to simplified methods used for preliminary design of concrete dams.

8. ZIENKIEWICZ, O.C., CHANG, C.T. and BETTES, P., 1980. Drained, Undrained, Consolidation and Dynamic Behaviour Assumptions in Soil. *Geotechnique*, 30, 385-95.
9. ZIENKIEWICZ, O.C., 1977. The Finite Element Method. McGraw Hill.
10. ZIENKIEWICZ, O.C. and MORGAN, K., 1983. Finite Elements and Approximation. J. Wiley & Sons.
11. DESEI, C. and CHRISTIAN, J.T., 1977. Numerical Methods in Geotechnical Engineering. McGraw Hill.
12. CLOUGH, R.W. and PENZIEN, J., 1975. Dynamics of Structures. McGraw Hill.
13. ZIENKIEWICZ, O.C., LEUNG, K.H., HINTON, E. and CHANG, C.T. Liquefaction and Permanent Deformation under Dynamic Conditions - Numerical Solution and Constitutive Relations, in Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads, Chapter 5, 71-104, Eds. G.N. Pande and O.C. Zienkiewicz.
14. ZIENKIEWICZ, O.C., LEUNG, K.H., HINTON, E. and CHANG, C.T., 1980. Earth Dam Analysis for Earthquakes, Numerical Solution and Constitutive Relations for Non-Linear (Damage) Analysis. Proc. Conf. on Design of Dams to Resist Earthquakes, Int. Civil Eng., 179-194, London, Oct. 1980.
15. ZIENKIEWICZ, O.C., LEUNG, K.H. and HINTON, E., 1982. Earthquake Response Behaviour of Soils with Drainage. Proc. 4th Int. Conf. of Numerical Methods in Geomechanics, 4, 938-1002, ed. Z. Eisenstein, Edmonton.

16. GHABOUESSI, J. and WILSON, E.L., 1972. Variational Formulation of Dynamic of Fluid Saturated Porous Elastic Solids. *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, 98, EM4, 947-963.
17. REIMER, R.B., CLOUGH, R.W. and RAPHAEL, J.M., 1973. Evaluation of the Pacoima Dam Accelerogram. *Proc. 5th World Cong. on Earthquake Eng.*, Vol. 2, 2328-2337, Rome, June 1973.
18. IDRISI, I.M. et al., 1980. Analysis of Soil Structure Interaction Effects for Nuclear Plants. Report of Committee on Nuclear Structures and Materials, ASCE.
19. ZIENKIEWICZ, O.C. and SCOTT, F., 1972. On the Principle of Repeatability. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 9, 445-57.
20. BETTESS, P., 1977. Infinite Element. *Int. J. Num. Eng.*, 11, No. 1, 53-64.
21. BETTESS, P. and ZIENKIEWICZ, O.C., 1977. Diffraction and Refraction of Surface Waves Using Finite and Infinite Elements. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 17, 1271-90.
22. BEER, G. and MEEK, L., 1981. "Infinite Domain" Elements. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 17, No. 1, 43-52.
23. ZIENKIEWICZ, O.C., EMSON, C. and BETTESS, P., 1982. A Novel Boundary Infinite Element. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 11, 393-404.
24. ZIENKIEWICZ, O.C., 1975. The Finite Element Method and Boundary Solution Procedures as General Approximation Methods for Field Problems. *World Congress on Finite Element Methods in Structural Mechanics*, Bournemouth, 12-17, Oct. 1975.
25. ZIENKIEWICZ, O.C., KELLY, D.W. and BETTESS, P., 1977. The Coupling of Finite Element Method and Boundary Solution Procedures. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 2, 335-375.
26. SMITH, H., 1973. A Non-Reflecting Plane Boundary for Wave Propagation Problems. *J. Comp. Phys.*, 15, 492-503.
27. LYSMER, J. and DRAKE, L.A., 1972. A Finite Element Method for Seismology. *Method in Comp. Physics*, Vol. 11, Chapter 4, eds. B. Alder et al., 181-216, Academic Press.
28. WAAS, G., 1972. Linear Two-Dimensional Analysis of Soil Mechanics Problems on Semi-Infinite Lagrange Matrix. Ph.D. thesis, Univ. of California, Berkeley.
29. LYSMER, J. and WAAS, G., 1972. Shear Waves in Plane Infinite Structures. *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, 98, 85-105.
30. LYSMER, J. and KUHLEMAYER, R.L., 1969. Finite Element Model for Infinite Media. *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, 95, EM4, 859-877.
31. WESTGAARD, H.M., 1933. Water Pressure on Dams During Earthquake. *Transaction, ASCE*, 98, 418-433. See also *Proc. ASCE*, Nov. 1931, 1303-1318.
32. ZANGAR, C.N., 1952. Hydrodynamic Pressure on Dams Due to Horizontal Earthquake Effects. U.S. Bureau of Reclamation.

33. WILSON, E.L., 1975. Finite Element for Foundation, Joints and Fluid. Conf. on Numerical Method in Soil and Rock Mechanics, Karlsruhe Univ.
34. SHANTARAM, D., OWEN, D.R.J. and ZIENKIEWICZ, O.C., 1976. Dynamic Transient Behaviour of Two and Three Dimensional Structures Including Plasticity, Large Deformation Effects and Fluid Interaction. *J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn.*, 4, 561-578.
35. NEWTON, R.E., 1980. Finite Element Study of Shock Induced Cavitation. ASCE, Spring Convention, Portland, Oregon, 14, April 1980.
36. NEWTON, R.E. Effects of Cavitation on Underwater Shock Loading Plane Problem, Part II. NPS69-79-007PR, Naval Postgraduate School, Monterey.
37. ZIENKIEWICZ, O.C. and NEWTON, R.E., 1969. Coupled Vibrations of Structure Submerged in a Compressible Fluid. Proc. Int. Symposium on Finite Element Techniques, Stuttgart, 1-15, May 1969.
38. CLOUGH, R.W. and CHANG, C.H., 1980. Seismic Cavitation of Gravity Dam Reservoirs. Proc. Int. Conf. on Num. Meth. for Coupled Problems, Swansea, 185-196, Pineridge Press, Swansea.
39. ZIENKIEWICZ, O.C., PAUL, D.K. and HINTON, E., 1983. Cavitation in Fluid - Structure Response - with Particular Reference to Dams Under Earthquake Loading. *J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn.*, 11.
40. ZIENKIEWICZ, O.C. and BETTESS, P., 1978. Fluid-Structure Dynamic Interaction and Wave Forces. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 13, 1-16.
41. ZIENKIEWICZ, O.C., IRONS, B.M. and NATH, B., 1965. Natural Frequencies of Complex Free or Submerged Structures by the Finite Element Method. In Symp. on Vibration in Civil Engineering, London, April 1965.
42. ZIENKIEWICZ, O.C., KELLEY, D.W. and BETTESS, P. Marriage à la Mode - The Best of Both Worlds (Finite Element and Boundary Integral). In Energy Method in Finite Element Analysis, eds. R. Glowinski, E.Y. Rodin and O.C. Zienkiewicz. John Wiley & Sons.
43. GEERS, T.L., 1978. Double Asymptotic Approximations for Transient Motions of Submerged Structures. *J. Acoust. Soc. Am.*, 64, 1500-1508.
44. CHOPRA, A.K., 1967. Hydrodynamic Pressure on Dams During Earthquakes. *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, 93, EM6, 205-223.
45. CHAKPABARTI, P. and CHOPRA, A.K., 1974. Hydrodynamic Effects in Earthquake Response of Gravity Dams. *J. Struct. Div.*, ASCE, 100, ST6, 1211-1224.
46. CHOPRA, A.K., 1967. Reservoir-Dam Interaction During Earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 57, No. 4, 675-87.

47. CHOPRA, A.K., CHAKRABARTI, P. and CUPTA, S., 1980. Earthquake Response of Concrete Dams Including Hydrodynamic and Foundation Interaction Effects. EERC Report No. UCB/EERC-80/01, Univ. of California, Berkeley, Calif.
48. SELBY, A. and SEVERN, R.T., 1972. An Experimental Assessment of the Added Mass of Some Plates Vibrating in Water. J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn., 1, 189-200.
49. BLACK, P.A.A., CASSELS, A.C. and GAUKROGER, D.R., 1969. The Seismic Design of Double Curvature Arch Dam. Proc. I.C.E., London, 43, 217-298.



---

## 2. BARRAGES EN REMBLAI CALCUL ET PROJET SISMIQUES

---

### 2.1. MÉCANISMES DE RUPTURE

Pour beaucoup, la digue en terre ou en enrochement est le type d'ouvrage le plus sûr en cas de séisme. Mais cette opinion peut être une erreur, comme on a vu lors de la rupture quasi-catastrophique du barrage de San Fernando en 1971, etc. (voir rapport du Comité de la Déterioration des Barrages). Seed [1] propose une excellente analyse des ruptures de barrages, et des raisons de leur mauvais comportement. Le lecteur peut utilement consulter cet article qui a inspiré une bonne partie du présent chapitre, ainsi que les autres ouvrages donnant une présentation générale du problème [2,3]. Les possibilités de rupture présentées dans l'introduction de ce Bulletin mises à part, il apparaît que les causes les plus fréquentes de la rupture des digues concernent:

- glissement des talus du barrage,
- rupture par glissement de la fondation,
- renards provoqués par l'ouverture de fissures dans le noyau étanche.

Tous ces phénomènes sont à étudier pour un barrage donné et, si l'on considère le barrage avec sa fondation comme un seul ensemble, un traitement unifié est possible.

Compte tenu de la doctrine qui inspire ce Bulletin, on pourrait, dans une première approximation, déterminer les formes modales et les réponses de l'ensemble (barrage avec sa fondation) à l'aide d'hypothèses sur les caractéristiques linéaires des matériaux. Compte tenu des spectres de réponse, un tel calcul fournirait les valeurs des forces pseudo-statiques et un calcul de 'coefficients de sécurité' permettrait de déterminer si la 'rupture' est possible ou non.

Dans cette approche, on voit un progrès par rapport à la notion d'*'accélération constante'* ou au calcul pseudo-statique pratiqué depuis longtemps. Si les accélérations sont bien estimées, on pourrait, en principe, vérifier que l'ouvrage est '*sûr*' dans tous les cas de figure.

Mais, malheureusement, il existe deux difficultés (voir Introduction) qui sont:

- Le phénomène, souvent rencontré, de '*détérioration*' du matériau à la suite de l'évolution des mouvements sismiques et de la variation des pressions interstitielles.
- Si l'on tient compte de cette détérioration, peu de barrages seraient jugés inconditionnellement sûrs et il serait nécessaire d'entreprendre des calculs supplémentaires pour déterminer l'importance des déformations permanentes.

---

## 2. EARTH DAMS EARTHQUAKE ANALYSIS AND DESIGN

---

### 2.1. POSSIBLE MODES OF FAILURE

Many engineers consider the earth (or rockfill) dam as the safest structure in resisting earthquake effects. That such a belief is not always well-founded was demonstrated in the near catastrophic failure of the San Fernando dam in 1971 and in other documented collapses (viz. report of Committee on Deterioration). Seed [1] presents an excellent analysis of such recorded dam failures and the reasons for their misbehaviour. The reader is recommended to consult this reference on which much of the present section is based and others contributing to the general background [2,3]. Excluding the catastrophic possibilities mentioned in the general introduction - it appears that the most common causes of failure of earth dams are associated with

- (i) slope failure of the dam,
- (ii) failure (by sliding) of the foundation material,
- (iii) piping caused by the opening of cracks in the impervious core.

Clearly all of these must be investigated in the analysis of a dam, and indeed if this is considered as a continuum with the foundation a unified treatment is possible.

Following the general philosophy of this report we could as a first approximation determine the modal shapes and responses of the dam foundation structure using some linearized material properties. This analysis combined with the earthquake response spectra, would produce a set of pseudostatic forces and a 'safety factor' procedure could be used to determine whether 'failure' is possible.

Such an analysis represents a step forward from the 'constant acceleration' or pseudostatic analysis which has been used for many years and if realistic accelerations are used could in principle determine whether the structure is unconditionally 'safe'.

Unfortunately, two difficulties exist - both of which have been previously mentioned in the Introduction. These are:

- (1) The often-encountered 'deterioration' of the material dependent on the earthquake motion 'history' and manifested by pore pressure changes.
- (2) The fact that, if such deterioration is taken into account, few dams would be judged to be 'unconditionally' safe and further analysis would become necessary to determine the extent of permanent deformation.

Mais pour certains matériaux (argiles, sables ou graviers denses - densité relative supérieure à 80% -, sables non saturés), l'augmentation de la pression interstitielle est relativement faible en cas de chargement transitoire, ou leur dilatation est si rapide juste avant la rupture qu'une déformation très faible suffit à mobiliser leur résistance maximale aux cisaillements. Dans ces conditions, la première objection à un calcul pseudo-statique préliminaire disparaît.

Souvent, le 'coefficent de sécurité' ressort supérieur à 1 et on peut arrêter là l'étude.

Par contre, si le corps du barrage (ou sa fondation) comporte des matériaux à faible densité relative (par exemple, dépôts de sables, remblais hydrauliques sableux), il se peut que les pressions interstitielles soient élevées et que celles-ci ne diminuent pas avec la dilatation à la rupture, ou qu'elles nécessitent une grande déformation avant de diminuer. Dans ce cas, le calcul doit tenir compte de l'évolution des contraintes et des déformations et la méthode pseudo-statique sera inutile.

Dans tous les cas, si le calcul pseudo-statique indique que la stabilité n'est pas assurée (coefficent de sécurité inférieur à 1), on procèdera à une étude plus détaillée pour déterminer l'importance des déformations permanentes. Certaines techniques simplifiées ont été proposées par Newmark [4] qui constate que les forces dynamiques dépassent la résistance du matériau seulement pendant une partie du cycle. Par intégration de la partie de ces forces dépassant le seuil, on peut apprécier les déplacements permanents intervenant pendant la durée probable du séisme et, par là, apprécier les désordres qui en résultent. Récemment, on a proposé plusieurs techniques de ce genre, appliquées aux digues, mais encore une fois, ces techniques sont limitées au cas des matériaux qui ne se détériorent pas [1,2,5,6].

Les remarques ci-dessus sont cohérentes avec le comportement connu des barrages. Même Terzaghi a noté ce fait dans ses premiers ouvrages, remarquant que:

- les conditions les plus stables existent pour l'argile et le sable dense,
- pour certains matériaux, la rupture reste possible même en cas d'un coefficient de sécurité (calculé par la méthode pseudo-statique) qui est nettement supérieur à 1.

Dans sa conférence Rankine [1] et dans d'autres études [2], Seed note que, dans presque tous les cas de rupture de barrage, les conditions étaient telles que des pressions interstitielles élevées pouvaient exister et que le coefficient de sécurité pseudo-statique pouvait être évalué à une valeur supérieure à 1. Mais, par contre, des barrages constitués de matériaux à comportement argileux (ou reposant sur ce même matériau en place), près de la faille San Andreas, ne furent pas détériorés par le séisme de San Francisco de 1906.

De ce qui précède, il est clair qu'une étude plus poussée est nécessaire en cas de matériaux saturés sensibles à la liquéfaction (augmentation de la pression interstitielle). Dans ce chapitre, on présente les méthodes permettant une telle étude à un coût raisonnable, à l'aide des techniques modernes de discréétisation.

However, such materials as clays, dense sands or gravels (above 80 per cent relative density) and non-saturated sands show either relatively little pore pressure increase after transient loading or dilate so rapidly near failure that only small strains are needed to mobilize their full shear resistance. In such cases, the first objection to the preliminary quasi-static analysis disappears.

Indeed, in such cases quite frequently it will be found that the 'factor of safety' is greater than one and the investigation can at this stage be stopped.

On the other hand, if the dam structure (or its foundation) involves materials such as naturally (or hydraulically) deposited sands with low relative density, quite high pore pressures may be generated and these are either not reduced significantly by dilation during failure or reduced only after a considerable strain has taken place. In such cases, analysis utilizing full stress and strain history is required and practically no useful information can be gained by the quasi-static method of analysis.

In all cases, if the quasi-static analysis predicts failure (or a factor of safety less than one) we must push the investigation further to determine the extent of permanent deformation. Here some simplified procedures have been suggested by Newmark [4] noting that the dynamic forces exceed the resistance of the material only during part of the cycle of motion. Integration of such excess forces can give an indication of permanent displacement over a time of a probable earthquake excitation and thus an assessment of the damage. In recent times, a number of approaches of this kind have been suggested and applied to earth dam structures - but again their applicability is limited to the non-deteriorating material case [1,2,5,6].

The observations just made coincide with evidence of actual dam behaviour - and indeed, were remarked on by Terzaghi in his early publications where he pointed out that:

- (a) most stable conditions exist for clays and denser sands,
- b) failure can occur for quasi-static safety factors well above unity for certain materials.

Seed in his Rankine lecture [1] and in other studies [2] points to the fact that almost all failures have occurred in dams where high pore pressure build-up was possible and for which an estimated quasi-static safety factor was above unity. On the other hand, dams built with (and on) clay-like materials near the San Andreas Fault survived the 1906 San Francisco earthquake with no damage.

From all the foregoing it is clear that if saturated materials with a possible liquefaction (pore pressure build-up) potential exist, a more elaborate analysis is needed. In the remaining part of this chapter, we shall consider how such an analysis can be economically carried out with modern discretization processes.

Pour conclure cette partie de la présentation, on remarque que dans certains cas de rupture du talus l'incident est intervenu longtemps après la fin du séisme.

La raison de ces ruptures retardées n'est pas toujours claire; elles peuvent être provoquées par une réplique au moment où l'écoulement interne a permis une nouvelle répartition des pressions interstitielles, ou plus simplement elles peuvent être dues à une répartition moins favorable des pressions à un moment donné de la consolidation du barrage après le séisme. Les auteurs considèrent que des études analytiques devraient être entreprises de façon prioritaire. Mais on verra plus loin comment on peut étudier ces pressions de consolidation.

Si le calcul de dimensionnement des grands ouvrages en terre et en enrochement est une mesure essentielle pour éviter les ruptures catastrophiques et pour déterminer l'importance des désordres de façon généralisée, il n'en reste pas moins que les détails du projet sont également importants. Très souvent le bon sens suffit pour éviter les effets néfastes. Ci-après, nous citons textuellement les recommandations pratiques tirées de la Réf. [1] et que nous jugeons excellentes.

"C'est ainsi qu'on peut éviter des désordres provoqués par le jeu d'une faille dans la fondation d'une façon très simple: par l'identification des failles actives potentielles et le choix d'un emplacement sain pour le barrage. De même, le danger de submersion (par suite de tassements, étalements ou mouvements tectoniques) peut être écarté en prévoyant une revanche supplémentaire pour limiter les conséquences de ces incidents. En bref, on peut éliminer un grand nombre des conséquences des séismes en prévoyant des mesures défensives qui en neutralisent les effets, par exemple:

- "- Revanche généreuse pour tenir compte des tassements, des affaissements, ou du mouvement d'une faille.
- "- Transitions larges, constituées de matériaux non fissurants.
- "- Drains cheminées dans la partie centrale de la digue.
- "- Drains généreux pour évacuer l'écoulement à travers les fissures.
- "- Noyau étanche épais, constitué de matériau plastique non fissurant.
- "- Filtre à granulométrie continue à l'amont du noyau pour colmater les fissures éventuelles.
- "- Aménagement de la crête pour éviter l'érosion en cas de submersion.
- "- Epaississement du noyau au contact des appuis.
- "- Emplacement judicieux du noyau pour minimiser la saturation des matériaux.
- "- Confortement des berges de la retenue pour éviter les glissements.
- "- Aménagements adaptés, en cas d'une possibilité de mouvement d'une faille dans la fondation.

We conclude this part with the observations that in some cases in which a slope failure occurred, the occurrence apparently happened some considerable time after shaking has ceased.

Whether this type of failure is due to an aftershock occurring at a stage when pure water pressure redistribution has occurred by seepage or simply due to a less favourable pore pressure distribution occurring at some stage of the consolidation process after the passage of the earthquake is not always clear and we believe that analytical studies are urgently needed here. We shall, however, indicate the manner in which such consolidation pressures can be studied.

While analysis of important earth and rockfill structures is essential to avoid catastrophic failures and to determine the extent of damage which may occur due to the basic structural action, details of design are equally important. Application of commonsense measures is often all that is necessary to prevent deleterious effects. Below we quote practical recommendations taken verbatim from Ref. [1] and which we believe represent good practice.

"Thus to prevent a dam being disrupted by a fault movement in the foundation may simply require the identification of potentially active faults and the selection of a site where such faults do not exist. Similarly the potential for settlement, slumping or tectonic movements, all of which could lead to loss of freeboard, can be ameliorated by the provision of additional freeboard so that the loss of some portion would not have serious consequences. In short, many of the potentially harmful effects of earthquakes on earth and rockfill dams can be eliminated by adopting defensive measures which render the effects non-harmful. A list of such defensive measures would include the following.

- "- Allow ample freeboard to allow for settlement, slumping or fault movements.
- "- Use wide transition zones of material not vulnerable to cracking.
- "- Use chimney drains near the central portion of embankment.
- "- Provide ample drainage zones to allow for possible flow of water through cracks.
- "- Use wide core zones of plastic materials not vulnerable to cracking.
- "- Use a well-graded filter zone upstream of the core to serve as a crack-stopper.
- "- Provide crest details which will prevent erosion in the event of overtopping.
- "- Flare the embankment core at abutment contacts.
- "- Locate the core to minimize the degree of saturation of materials.
- "- Stabilize slopes around the reservoir rim to prevent slides into the reservoir.
- "- Provide special details if danger of fault movement in foundation exists.

"Cette liste n'est pas exhaustive. On rencontre des situations spéciales nécessitant ou permettant des mesures défensives particulières, par exemple doublement du barrage pour arrêter l'onde de rupture du barrage de Los Angeles. Ce barrage est étudié pour résister aux conditions sismiques les plus sévères au monde, mais dans le cas, très peu probable, d'une onde de rupture à l'aval, les riverains sont protégés par un deuxième barrage situé à 1km environ plus loin, dont la retenue est maintenue vide pour arrêter l'onde éventuelle. L'espace séparant les deux barrages est aménagé pour les loisirs. On peut penser que cette mesure défensive est exagérée, mais compte tenu des pressions de l'opinion publique, des considérations d'ordre politique et de la disponibilité du barrage aval et de la zone de loisirs, elle satisfait entièrement une préoccupation de la population locale. Les auteurs considèrent que, pour la population aval, cette solution est la plus sûre.

"Mais on peut concevoir une situation où, malgré le plus grand soin apporté aux études, l'évolution des évènements pourrait modifier l'évaluation des ingénieurs concernant l'activité potentielle des failles. Un exemple semble être le cas du futur barrage d'Auburn en Californie. Lors des premières études pendant les années soixante, on jugeait la zone peu sismique, sans failles actives affectant le site. Mais suite à une nouvelle évaluation de la situation après le séisme d'Oroville en 1975 (State of California Department of Water Resources, 1977), on conclut à l'existence de failles potentiellement actives sur le site du barrage et même dans sa fondation. Cette conclusion a sûrement conduit à une nouvelle évaluation de l'opportunité de construire un barrage-voûte mince sur ce site. De tels exemples incitent à la prudence dans l'évaluation de la sismicité potentielle d'un site de barrage.

"Les mesures défensives, notamment le choix de filtres et de transitions larges, jouent un grand rôle dans le bon comportement sismique d'un barrage et celles-ci devraient être la première préoccupation de l'ingénieur lors de l'élaboration d'une solution tenant compte des séismes."

## 2.2. CALCULS PSEUDO-STATIQUES

Dans le chapitre précédent (paragraphe 1.9), on a vu la possibilité d'utiliser le calcul pseudo-statique comme première approximation. En effet, l'application d'une seule valeur d'accélération à l'ensemble du barrage est une méthode dépassée, mais parfois utilisée de nos jours. L'application d'une accélération constante (voir Fig. 2.1) est effectuée dans le cadre d'un calcul traditionnel d'équilibre limite pour obtenir un coefficient de sécurité classique en mécanique des sols. Au niveau de l'avant-projet sommaire, les résultats sont satisfaisants, moyennant un bon choix des hypothèses de base. La technique telle qu'elle est pratiquée au Japon est donnée dans la référence [6].

Une technique plus élaborée consiste à évaluer la forme modale pour déterminer les facteurs d'amplification et la répartition des forces (para. 1.9). Dans la Fig. 2.2, on voit une série de modes et de fréquences pour un barrage triangulaire, obtenue par Hall et Chopra [7] à l'aide des éléments finis. En prenant, par exemple, le

"This list should not by any means be considered all-inclusive. Occasionally special situations will require or provide the opportunity for unique defensive measures such as the double dam system which protects against release of water from the Los Angeles Dam. The dam itself is designed to withstand probably the strongest earthquake criteria ever established but in the very remote possibility of a release of water, the people living downstream are protected by a second dam half a mile downstream from the first which stores no water and is only required to function in the remote chance the main dam releases water. The space between the two dams is maintained as a park area. Many engineers may consider this resorting to extreme defensive measures but a combination of public pressures, political considerations and ready availability of both the downstream dam and park space dictated a highly acceptable solution to many concerned residents. We personally consider this system to provide one of the safest downstream environments of all dams with which we are acquainted.

"On the other hand, situations may develop where, in spite of the utmost care in planning, actual events may change professional evaluation of the potential activity of faults. This would appear to be the case for the proposed Auburn Dam site in California. When plans for this dam were first developed in the 1960's the area was considered seismically quiet and the dam site immune from active faults. The occurrence of the Oroville earthquake in 1975 (State of California Department of Water Resources, 1977), some 80 miles to the north, led to a reevaluation of this situation and the determination that potentially active faults exist very close to or possibly even across the proposed dam site. Clearly this has led to a reevaluation of the desirability of constructing a thin concrete arch dam at this location. Such occurrences point up the need for prudence in evaluating the potential seismicity of any dam site.

"Defensive measures, especially the use of wide filters and transition zones, provide a major contribution to earthquake-resistant design and should be the first consideration by the prudent engineer in arriving at a solution to problems posed by the possibility of earthquake effects."

## 2.2. PSEUDOSTATIC ANALYSIS

In the preceding chapter, we have discussed the possible use of pseudostatic analysis (Sect. 1.9) as the first approximation. Application of a uniform ground acceleration to the whole dam is the 'old fashioned' approach which still however is occasionally practised. In this a uniform acceleration is simply applied in the manner shown in Fig. 2.1 and used for conventional, limit type analysis of failure giving a conventional soil mechanics safety factor. Good results are obtainable for preliminary designs with this procedure providing a series of empirical design coefficients is inserted, and details of such processes as practised in Japan are given elsewhere.

A more fundamental approach is to consider an approximation to the mode shape and obtain appropriate magnification factors and force distribution (Sect. 1.9). Fig. 2.2 shows typical mode shapes and frequencies of a triangular shape dam computed using finite element methods by Hall and Chopra [7]. Considering for instance the

deuxième mode (ou une forme simplifiée de celui-ci), on peut effectuer le calcul de façon plus pratique, en intégrant les forces (amplifiées) d'accélération (Fig. 2.3) [1].

Pour éviter la lourdeur des calculs nécessaires à la détermination de la réponse, Makdiri et Seed [8] proposent d'utiliser la répartition des forces d'inertie (Fig. 2.4) mais il faut quand même calculer la valeur maximale de l'amplification des accélérations.

On arrive ainsi à un 'coefficent de sécurité' plus réaliste et qui tient compte des phénomènes dynamiques, mais on constate souvent que sa valeur est inférieure à 1 et, ainsi, qu'il faut procéder à l'intégration des glissements éventuels, selon la méthode de Newmark [4].

Plusieurs chercheurs [8 à 10] ont entrepris ce genre de calcul qui permet un mouvement en cas de glissement (c'est-à-dire, lorsque le facteur de sécurité < 1) et qui interdit tout déplacement dans le cas contraire. Fig. 2.5 présente plusieurs relations pour déterminer le déplacement maximal lors d'un séisme typique, selon la valeur de l'accélération correspondant au début de glissement.

Il faut préciser que, dans ces calculs, les déplacements permanents et élastiques précédant le glissement ne sont pas pris en compte.

Ce type de calcul pseudo-statique est seulement applicable au projet de barrage, lorsque le matériau est peu sensible au chargement cyclique. Il s'agit d'argiles, sables argileux ou denses, etc.

### 2.3. CALCUL LINÉAIRE - EFFETS DES PRESSIONS HYDRODYNAMIQUES DE L'EAU DE LA RETENUE

Dans le calcul pseudo-statique, il faut un assez grand nombre d'hypothèses et généralement les modes considérés sont très simples. Un calcul plus complet par décomposition modale permettrait une meilleure détermination de la réponse, mais cet effort est inutile lorsqu'il y a glissement (c'est-à-dire dans la plupart des cas). La superposition modale (linéaire) ne permet pas un calcul non linéaire du type présenté ci-dessus.

Cependant, diverses techniques permettant l'application du calcul linéaire aux problèmes qui sont manifestement non linéaires ont donné des résultats satisfaisants qui, convenablement interprétés, peuvent indiquer la possibilité de rupture. Nous reprendrons plus loin ce genre de calcul.

Un résultat important du calcul linéaire concerne le fait que les phénomènes d'interaction de la retenue avec le barrage peuvent, dans le cas des digues en terre, être négligés [7], parce que, notamment, le talus amont est incliné par rapport à l'eau stockée. Dans ce qui suit, on ne tiendra donc pas compte de ces effets hydrodynamiques.

second mode (or an approximation to it) the analysis can be carried out in a more practical manner now integrating the magnified acceleration forces as shown in Fig. 2.3 [1].

In place of elaborate calculations to determine the response, Makdiri and Seed [8] suggest the distribution of inertia forces shown in Fig. 2.4 where however the peak acceleration magnification still has to be computed.

With such computations a more realistic 'safety factor' can be assessed which allows for dynamic response but now often this will be below unity and it is necessary to use an integration of possible permanent slips in the manner given by Newmark [4].

Such calculations which allow for acceleration movement when slip occurs and zero movement otherwise (i.e. movement when F.S < 1) have been performed by several investigators [8-10] and several relationships which show the maximum movement which can occur during a typical earthquake for different ratios of the acceleration of which slip starts (Fig. 2.5).

It must be emphasized that in such computations the permanent and elastic movements which occur before yield are excluded.

Quasi-static calculations of the type described above are only applicable in design of dams in which the material strength is not appreciably affected by the cyclic loading occurring during earthquakes. In this category fall such materials as clays, clayey or dense sands, etc.

### **2.3. LINEARIZED ANALYSIS - EFFECTS OF HYDRODYNAMIC RESERVOIR PRESSURES**

In the pseudostatic analysis many assumptions have been made and generally very simple modes considered. Obviously a fuller, modal decomposition analysis could be made to determine better the response but this is hardly worth while if, as in most cases, yielding occurs. The superposition of modal effects on a linear basis does not conveniently lead to any analysis of non-linear kind of the type described in the preceding section.

However, various procedures of applying linear analysis to manifestly non-linear behaviour have been used successfully and with sufficient experience can indicate the possibility of failure. We shall return to such analysis in the next section.

One important result for various linearized computations is that the effects of reservoir-dam interaction can be neglected in earth dams [7] largely due to the sloping face they present to the water. In subsequent consideration, we shall neglect these hydrodynamic effects.

## 2.4. MATÉRIAUX SENSIBLES AUX CHARGEMENTS CYCLIQUES PHÉNOMÈNE DE LIQUÉFACTION

Pour la plupart des sols, l'application d'une charge cyclique ou variable au cours du temps entraîne une augmentation progressive des pressions interstitielles et une déformation croissante (Fig. 2.6) [11]. Pour les argiles, ces variations (grandes en ce qui concerne la déformation) ne se développent qu'après un grand nombre de cycles et, pour un séisme ordinaire, elles peuvent être sans importance. Mais pour les limons et les sables d'une densité relative inférieure à 75%, on peut constater des variations de la pression interstitielle très importante après quelques cycles seulement.

Lorsque cette pression approche la valeur des contraintes de confinement, le matériau présente des grands déplacements sous charge cyclique, son comportement devenant presque celui d'un liquide. Contrairement à la liquéfaction proprement dite, cette diminution des caractéristiques se caractérise par le fait que la contrainte effective (compte tenu de la dilatation lors du cisaillement) augmente après une grande déformation et, ainsi, le matériau conserve une certaine résistance 'au pic'.

Ce phénomène est dû à la déformation volumique permanente (densification) du matériau par l'application des contraintes cycliques, ce qui entraîne une augmentation des pressions interstitielles et une diminution de la contrainte effective en conditions **non drainées**.

Dès que la percolation a réduit la pression (processus inévitable dans toutes les digues, et même dans tous les sols naturels, pendant l'intervalle séparant les séismes successifs), le matériau retrouve ses propriétés mécaniques initiales.

Il apparaît que les calculs du type pseudo-statique ne sont pas valables pour les sols sensibles à ces phénomènes. Il faut donc chercher des techniques plus élaborées et essayer de tenir compte du comportement réel du matériau dans le modèle.

Il y a deux possibilités.

- Le matériau est supposé non drainé. Son comportement sous contrainte totale est caractérisé par les valeurs des rapports effectifs des modules et de l'amortissement, qui varient selon le nombre de cycles (effectifs) de chargement [12,13].
- Le calcul complet de l'interaction (voir Chapitre 1).

La première méthode ne tient pas compte directement des effets des variations des pressions interstitielles sur le comportement (mais on peut faire les hypothèses nécessaires selon le nombre de cycles concernés [14]). En outre, ce modèle néglige les effets du drainage; souvent, cette omission est satisfaisante, mais le drainage peut avoir des conséquences importantes, et on a consacré beaucoup d'efforts à développer des lois de comportement permettant une estimation directe de la densification et des autres éléments de comportement sous chargement cyclique. Pour une présentation de l'état actuel de nos connaissances dans ce domaine, voir Réf. [15]. La complexité du problème, ainsi que le grand nombre de modèles proposés, font que le choix n'est pas évident et il n'existe pas encore de solution définitive. Néanmoins, des modèles assez simples tenant compte du phénomène de densification (la conséquence principale du

## 2.4. SOILS AFFECTED BY CYCLIC LOADING CONDITIONS LIQUEFACTION AND CYCLIC MOBILITY

Most soils subject to cyclic or fluctuating loads develop continuously increasing pore pressures and increasing deformation as shown in Fig. 2.6 diagrammatically [11]. For clays the changes of pore pressure and the large increase of deformation occur only after a very large number of cycles and in typical earthquake conditions this pressure increase may be insignificant. However, for silts and sands below 75% of relative density, very considerable pore pressure changes can be recorded in a few cycles.

When the pore pressure reaches the value of confining stress, the material exhibits large displacements under cyclic load and a near liquid state is reached. This is so called **cyclic mobility** distinguished from 'liquefaction' only by the fact that (due to dilation at shearing) the effective stress will increase under large strain and the material thus retains some ultimate strength.

The cause of the basic phenomena just described is a permanent compaction (or densification) of the material during alternating stressing, this compaction causing an increase of pore pressures and a reduction of effective stress under **undrained conditions**.

Once the water pressure has drained - as will happen to all dams, indeed all natural soils, in time between successive earthquakes, the material regains its original strength.

It is evident that in soils for which such effects are important, the analysis procedures of the quasi-static kind are not applicable and more refined procedures should be sought and at least some attempt at modelling of the material response made.

Here two paths are possible. In the first, the material is assumed to remain undrained and its behaviour under total stress is studied and described in terms of effective moduli and damping ratios, varying with the number of (effective) cycles of load [12,13]. In the second full interaction is studied in the manner described in Chapter 1.

The first type of modelling does not take account directly of the effects of pore pressure generation on response - though again this can be related to the number of cycles [14] and appropriate allowance made. Further, it always neglects the effect of drainage. This is often a legitimate condition of the analysis but in some cases, drainage may have significant effects and for this reason much effort has been put into the development of constitutive models capable of assessing directly the densification and other characteristics of behaviour under cyclic loading. A survey of the current state of the art is available in book form [15]. The complexity of the subject and the great number of alternative models is confusing and no 'ultimate' model has yet been presented. However, quite simple models for densification which represents the

chargement cyclique) ont été développés par Finn [16] et Zienkiewicz et al [17,18].

Malgré cette diversité des modèles, on semble penser que les vitesses des phénomènes ont peu d'influence sur le comportement des sols en ce qui concerne les séismes (sauf, bien sûr, en ce qui concerne la répartition des pressions interstitielles).

## 2.5. CALCUL AVEC PRESSIONS INTERSTITIELLES

### 2.5.1. Conditions Drainées et Non Drainées Pendant un Séisme

L'hypothèse d'un comportement non drainé est généralement pessimiste quant aux pressions interstitielles; on pense donc que cette hypothèse va dans le sens de la sécurité.

Avec cette hypothèse, le calcul devient plus simple (voir Chapitre 1).

Il existe divers procédés. Dans le cas le plus simple, le problème est linéarisé, les modules étant ajustés selon les modules siccants correspondants aux déformations envisagées. Un calcul de ce type est proposé par Seed, Lee et Idriss [19,20,21] et il vaut mieux prendre la description faite par ces auteurs [1]. L'étude consiste essentiellement en:

- a) Détermination du profil du barrage à utiliser dans le calcul.
- b) En collaboration avec les géologues et les sismologues, détermination de la sollicitation sismique maximale à laquelle le barrage et sa fondation peuvent être soumis.
- c) Détermination, aussi précise que possible, des contraintes dans la digue avant le séisme; la méthode la plus performante à ce jour est probablement celle des éléments finis.
- d) Détermination des caractéristiques dynamiques des matériaux de la digue (module de cisaillement, caractéristiques d'amortissement, module de déformation volumique ou coefficient de Poisson) qui caractérisent sa réponse à l'excitation dynamique. Puisque ces caractéristiques sont non linéaires, il faut également étudier leurs variations en fonction de l'amplitude des déformations.
- e) A l'aide d'un calcul dynamique par éléments finis, détermination des contraintes dans la digue provoquées par la sollicitation choisie.
- f) Essais sur échantillons des matériaux (contraintes initiales et contraintes dynamiques supplémentaires) pour étudier la variation des pressions interstitielles et l'évolution des déformations. Ces essais doivent être assez nombreux pour permettre une estimation (par interpolation) des caractéristiques de l'ensemble des matériaux dans la digue.
- g) Compte tenu de ces informations (pressions interstitielles en cas de séisme, caractéristiques des déformations des matériaux, caractéristiques mécaniques), évaluation du coefficient de sécurité de la digue pendant ou après le séisme.

main effect have been developed by Finn [16] and Zienkiewicz et al [17,18].

While various models are currently used there seems to be a consensus of opinion that rate effects are unimportant in the behaviour of soils under earthquake type velocities (except of course as far as pore pressure distribution is concerned).

## 2.5. ANALYSIS INCORPORATING PORE PRESSURE EFFECTS

### 2.5.1. Undrained and Drained Analysis During Earthquake

The assumption of undrained behaviour is generally unfavourable as far as pore pressure generation is concerned and is, for this reason, often considered as being on the safe side.

With this assumption, the analysis simplifies as shown in Chapter 1.

Various procedures can be adopted - in the simplest form the analysis is carried out linearizing the problem but adjusting the moduli in accordance with the secant moduli indicated as appropriate by the strain range recorded. Such an analysis procedure has been developed by Seed, Lee and Idriss [19,20,21] and is best described by the words of its authors [1]. The basic steps are summarized as:

- a) Determine the cross-section of the dam to be used for analysis.
- b) Determine, with the cooperation of geologists and seismologists, the maximum time history of base excitation to which the dam and its foundation might be subjected.
- c) Determine, as accurately as possible, the stresses existing in the embankment before the earthquake; this is probably done most effectively at the present time using finite element analysis procedures.
- d) Determine the dynamic properties of the soils comprising the dam, such as shear modulus, damping characteristics, bulk modulus or Poisson's, which determine its response to dynamic excitation. Since the material characteristics are non-linear, it is also necessary to determine how the properties vary with strain amplitudes.
- e) Compute, using an appropriate dynamic finite element analysis procedure, the stresses induced in the embankment by the selected base excitation.
- f) Subject representative samples of the embankment materials to the combined effects of the initial static stresses and the superimposed dynamic stresses and determine their effects in terms of the generation of pore water pressures and the development of strains. Perform a sufficient number of these tests to permit similar evaluations to be made, by interpolation, for all elements comprising the embankment.
- g) From the knowledge of the pore pressures generated by the earthquake, the soil deformation characteristics and the strength characteristics, evaluate the factor of safety against failure of the embankment either during or following the earthquake.

- h) Si la stabilité est assurée, évaluation des déformations globales de la digue à partir de la connaissance des déformations provoquées par les charges statiques et dynamiques.
- i) Dans chacune des étapes (a) à (h) ci-dessus, ainsi que lors de l'appréciation finale du comportement probable, l'ingénieur doit utiliser son expérience et sa connaissance du comportement des terres, des principes du calcul par éléments finis, et des cas connus des digues soumises aux séismes.

Malgré sa lourdeur apparente, la procédure ci-dessus semble comporter toutes les étapes essentielles pour l'évaluation d'un problème aussi complexe que celui de la réponse sismique des digues en terre.

Si le calcul dynamique en (e) ci-dessus est complètement linéaire, donc sans déformations permanentes, les étapes (f) et (h) permettent une appréciation grossière des déformations globales de la digue.

Pour une approche plus directe, on introduit une loi de comportement non linéaire en effectuant un calcul pas à pas pour trouver la déformée. En cas de comportement non drainé, les procédures complètes ont été développées par Zienkiewicz et al [17] et sont facilement utilisables dans la pratique.

Un développement permettant le traitement du drainage en même temps concerne la résolution du système d'équations couplées du Chapitre 1. Ces procédures aussi sont présentées en détail dans les références [22,23,24]. Si le calcul est quelque peu plus onéreux que le calcul non drainé, il permet néanmoins une appréciation plus fine des déformations réelles.

Une adaptation de l'approche linéarisée peut également tenir compte du drainage simultané, mais elle est lourde; elle est développée par Booker et al [25] ainsi que Finn et al [26].

La simulation physique des séismes étant quasiment impossible, il est difficile de tester les prédictions apportées par les différents types de calcul. Mais, parfois, les ruptures de barrage permettent un calcul de vérification. Le cas classique concerne le barrage de San Fernando déjà cité [1,21].

La Fig. 2.7 est une reconstitution du profil du barrage après rupture. Dans la Fig. 2.8 sont donnés le profil type avec les différentes zones de matériaux, ainsi que quelques résultats du calcul en 'équivalent-linéaire'.

Ce calcul, effectué pour le séisme réel, n'indique pas de rupture globale mais les pressions interstitielles dans la zone centrale ont atteint le niveau nécessaire à la liquéfaction (Fig. 2.8). Malgré cette perte totale de résistance dans cette zone, la résistance non drainée des autres zones est suffisante pour empêcher la rupture et un calcul complémentaire donne un coefficient de sécurité de 1,4 [1] (Fig. 2.9). Cependant, compte tenu du drainage, ce coefficient passe à 0,8 et, dans ces conditions, la rupture est probable. Ce résultat correspond bien au comportement observé (aucune déformation importante à la fin du séisme, mais glissement majeur du talus amont environ 1 minute plus tard).

Le même profil a été analysé par un calcul pas à pas, utilisant le maillage de la Fig. 2.10, et donnant les courbes isobares de la Fig. 2.11, où l'on montre également une zone de liquéfaction. La correspondance avec les résultats du calcul équivalent-linéaire est

- h) If the embankment is found to be safe against failure, use the strains induced by the combined effects of static and dynamic loads to assess the overall deformations of the embankment.
- i) Be sure to incorporate the requisite amount of judgement in each of steps (a) to (h) as well as in the final assessment of probable performance, being guided by a thorough knowledge of typical soil characteristics, the essential details of finite element analysis procedures, and a detailed knowledge of the past performance of embankments in other earthquakes.

This procedure may seem rather long and cumbersome but it also seems to incorporate the essential steps in evaluating such a complex problem as the response of earth dams to earthquake effects.

Although the dynamic analysis in step (e) is at all stages linear and therefore leads to no permanent deformations, steps (f) and (h) provide a crude means for assessing the overall permanent deformations of the embankment.

An alternative which is more direct is to incorporate the non-linear soil properties in the analysis and solve, using step-by-step computation, for the deformed shape of the dam. For the case of undrained behaviour the procedures have been fully developed by Zienkiewicz et al [17] and shown to be easily applicable to practical computation.

An extension of such procedures to deal with simultaneous drainage is obtained by solving the coupled system of equations derived in Chapter 1. Again such procedures are discussed in more detail in the literature [22,23,24] and though slightly more costly than the use of undrained analysis alone, will allow a more accurate assessment of true deformations to be made.

Similar extensions of the linearized process to account for simultaneous drainage are possible but cumbersome and have been developed by Booker et al [25] and Finn et al [26].

While it is difficult to assess the efficiency of different analysis procedures with regard to their predictive capacity, as physical simulation of earthquakes is (almost) impossible - on occasions failures provide suitable examples and a 'back calculation' proves effective. The classical case here is that of the San Fernando dam to which we have already referred [1,21].

Fig. 2.7 shows the reconstructed failed cross-section of this dam and in Fig. 2.8 the approximated material zones and some results of equivalent linear analysis are given.

When subjected to the equivalent-linear analysis it was found that no overall failure occurred during the earthquake but that the pore pressures in the central zone reached the full liquefaction condition as shown in Fig. 2.8. With this zone being deprived of any strength, the undrained strength of the remaining sections is sufficient to prevent failure and a subsidiary calculation shows a F.S of 1.4 [1] (Fig. 2.9). Ultimately, however, with allowance for drainage, the factor of safety dropped to 0.8 and failure would then be expected to occur. This corresponds well with the observed performance of the dam which had no significant deformation at the end of the earthquake but suffered a major upstream slope failure about 1 minute after the end of the earthquake.

assez bonne, et on constate, en plus, des déformations assez importantes (Fig. 2.12). Ces déformations ne vont pas jusqu'à la rupture mais à l'aide d'un tel calcul on aurait jugé la rupture imminente et les déplacements (déplacements à la crête: 0,77m verticalement, 0,86m horizontalement) inacceptables.

#### 2.5.2. Rupture Après la Fin du Séisme

Les observations du comportement du barrage de San Fernando indiquent que le glissement a commencé quelque 60 secondes après la fin du séisme, et a probablement duré quelque 30 secondes en tout. Les quelques répliques semblent être d'une intensité beaucoup plus faible que celle du séisme principal (qui a duré 14 secondes). Elles ne sont donc pas la cause de la rupture.

En 1939, le séisme d'Ojika (Japon) a provoqué la rupture ou des dégâts de talus de beaucoup de digues [1]. On a observé qu'un grand nombre de ces ruptures sont intervenues plusieurs heures après le séisme.

Quelles sont les raisons de ce phénomène tardif et comment peut-on faire une appréciation quantitative du problème? Les principales sont le développement de fortes pressions interstitielles (liquéfaction) dans certaines zones lors du séisme - ces pressions en soi ne sont peut-être pas la cause de la rupture -, suivi d'une redistribution de ces pressions par consolidation, pour aboutir à une situation favorable au glissement.

Dans le cas du barrage 'inférieur' de San Fernando ci-dessus, le calcul de stabilité a donné un coefficient de sécurité supérieur à 1 à la fin du séisme (Fig. 2.9). Après la redistribution des surpressions au cours d'une certaine durée après la fin du séisme, on arrive à une situation plus dangereuse, avec la montée des pressions dans la zone du pied. Dans la référence [1], on a calculé cette redistribution pour trouver que le coefficient de sécurité est de 0,8, pour lequel le glissement se produit (Fig. 2.13).

Le calcul d'une telle redistribution (et de la perte de résistance au cisaillement qui s'ensuit dans les zones du pied) passe par la résolution des **équations de consolidation**, c'est-à-dire des équations couplées du Chapitre 1, sans effets dynamiques. Des exemples sont donnés dans les références [25,26,27], nécessitant généralement un calcul transitoire par la méthode des éléments finis.

Dans le système complet des équations dynamiques couplées, cette redistribution est exprimée automatiquement, et les déplacements importants observés dans le calcul du système couplé pendant les 10 premières secondes du séisme (voir ci-dessus, Fig. 2.10 à 2.12) sont dûs, en partie, à ce phénomène. Si on avait continué le calcul pendant toute la période de sollicitation sismique, on aurait probablement vu une rupture complète. Mais le coût élevé du temps ordinateur nécessaire pour un tel calcul complet aurait été trop élevé.

Il est évident que la possibilité d'une rupture postérieure à la sollicitation sismique est réelle et qu'il faut en tenir compte dans les calculs de sécurité. Pour réduire les prix, on tient

The same section was analysed using a step-by-step procedure with the mesh shown in Fig. 2.10 and gave pore pressure contours indicated in Fig. 2.11 where a liquefaction zone is also indicated. This coincides roughly with that indicated by the equivalent-linear analysis but now quite substantial movements of the dam are indicated as shown in Fig. 2.12. Although these movements do not constitute failure, the analysis would have indicated that this was imminent and that the movement (displacements of crest, 0.77m vertical and 0.86m horizontal) would not be acceptable.

### 2.5.2. Post Earthquake Failure

The observations of the behaviour of San Fernando dam indicates that the slide commenced some 60 seconds after the start of the earthquake and was probably completed after some 30 seconds. While small aftershocks were recorded in that period, it appears that since their intensity was much smaller than that of the main motion (which lasted the first 14 seconds) the cause of the failure must be sought elsewhere.

In the 1939 Ojika earthquake in Japan in which many dams either failed completely or suffered slope damage [1], the observation was made that a large number of dams failed after the passage of several hours after the earthquake.

What are the causes of this delay and how can the problem be quantitatively assessed? The key appears to be in the generation of zones of high pore-water pressure (liquefaction) during the earthquake which in themselves may not be the cause of failure - and a subsequent redistribution of such pressures by the consolidation process to a situation in which sliding will occur.

In the case of the (lower) San Fernando dam which we discussed in the preceding section, the stability computation yields a  $S.F > 1$  at the end of the earthquake (viz. Fig. 2.9). After a redistribution of the pressures generated some time after the end of the earthquake, a more dangerous situation developed with the pressures rising in the zone near the toe of the dam. In Ref. [1] the result of such a redistribution is computed and shown to result in a safety factor of 0.8, i.e. the slide is predicted (viz. Fig. 2.13).

The computation of such a pressure redistribution (and of the consequent reduction of strength in toe zones) has to be made by the solution of **consolidation equations**, i.e. the coupled equation of Chapter 1 with dynamic effects removed. Such computations are indicated in Ref. [25,26,27] and involve generally a transient finite element computation.

In the complete coupled dynamic equations, this redistribution effect is automatically incorporated and the substantial movements observed in the calculation of the coupled system in the first 10 seconds of the earthquake reported to the previous section (Fig. 2.10 to 2.12) are partly due to this effect. Had the computation been continued for the full period of the earthquake shaking it appears that complete failure might well have been predicted. However, the cost of computation mitigated against such a lengthy computer usage.

It is clear that the possibility of post-earthquake failure must be taken seriously and included in the overall safety assessment. For reasons of economy this should be done in the simultaneous study of

compte de cette possibilité dans l'étude simultanée des effets à long et à court termes. Les approches générales permettant de tels calculs se développent actuellement et dans la référence [28] on présente certaines techniques faisant partie d'un programme récemment mis au point.

## 2.6. CONCLUSIONS

Il existe plusieurs techniques de calcul de la stabilité sismique des digues en terre, mais en général 'on en a pour son argent' et l'ingénieur doit faire valoir son jugement professionnel pour bien apprécier le problème et interpréter les résultats.

Les techniques simples (contraintes totales) faisant intervenir le cercle de glissement dans un calcul pseudo-statique sont acceptables si l'on est sûr que les caractéristiques des matériaux du barrage et de la fondation ne sont pas sérieusement compromises par les sollicitations périodiques (et que les pressions interstitielles restent négligeables).

A l'autre extrême, en cas de développement de pressions interstitielles très élevées, il faut un calcul plus complet. Dans ce cas, les techniques de l'équivalent linéaire sont très utilisées (voir para. 2.5.1). Moyennant une interprétation correcte, ces techniques sont fiables.

Grâce à une connaissance plus approfondie des phénomènes en jeu et le développement de techniques numériques au cours de cette décennie, on a également la possibilité de traiter le problème directement, sur la base des phénomènes fondamentaux, sans augmenter les coûts de façon prohibitive. Les auteurs pensent que ces calculs sont d'une utilité pratique lorsque le problème exige une analyse complète. Mais il reste des études à faire pour établir:

- (1) des lois de comportement optimales,
- (2) des techniques de calcul optimales, tenant compte à la fois du comportement pendant et après l'application des sollicitations sismiques.

Mais, dans ces études, il ne faut pas oublier les aspects pratiques du projet et on peut utilement conclure avec une citation de la référence [1] concernant le comportement des digues en terre sous sollicitation sismique:

- Les remblais hydrauliques sont vulnérables lorsque les conditions sont défavorables, notamment celles provoquées par les forts séismes. Néanmoins, il y a beaucoup de barrages de ce type dont le comportement a été satisfaisant pendant plusieurs années et, avec des pentes de talus raisonnables et une bonne fondation, ces digues semblent pouvoir résister à des sollicitations sismiques moyennes (accélération jusqu'à 0,2g pour un séisme de magnitude de 6,5).
- La quasi totalité des digues bien construites sur une fondation ferme peuvent résister aux sollicitations moyennes (accélération maximale d'environ 0,2g).

long and short term effects of earthquake response. Development of general approaches capable of such computation is now in progress and Ref. [28] describes some of the techniques incorporated in a recently developed commercial program.

## 2.6. CONCLUDING REMARKS

The calculation of seismic stability of earth dams can be carried out in a variety of ways but in general 'one gets what one pays for' and the engineer must exercise careful judgement in assessing the problem and interpreting the results.

The simplest, total stress procedures including quasi-static slip circle assessment of safety are acceptable if the strength of the dam construction and foundation materials is guaranteed not to be substantially affected by the periodic straining (and that pore pressure generated is negligible).

At the other end of the scale, when substantial pore-pressure generation is present, more complex analysis procedures need to be used. Here quite sophisticated equivalent-linear processes have been extensively used in the manner described in Sect. 2.5.1. With proper engineering interpretation, good predictions may be obtained by these procedures.

With a fuller understanding of the problems and development of numerical procedures in the last decade, the problem may alternatively be treated in a direct and fundamental manner without a substantial increase to computational cost. We believe that such procedures may be used in practice whenever the problem necessitates a fuller investigation. Clearly more research and development is needed to establish:

- (1) optimally efficient constitutive models,
- (2) optimal computation procedures allowing both the earthquake and post-earthquake behaviour to be studied.

The practical aspects of the design have always to be borne in mind and we conclude by quoting from Ref. [1] the guide to the behaviour of earth dams under earthquakes:

- (a) Hydraulic fill dams have been found to be vulnerable to failures under unfavourable conditions and one of the particularly unfavourable conditions would be expected to be the shaking produced by strong earthquakes. However, many hydraulic fill dams have performed well for many years and when they are built with reasonable slopes on good foundations they can apparently survive moderately strong shaking - with accelerations up to about 0.2g from magnitude 6.5 earthquakes with no harmful effects.
- (b) Virtually any well-built dam on a firm foundation can withstand moderate earthquake shaking, say with peak accelerations of about 0.2g, with no detrimental effects.

- Des barrages en terre argileuse et reposant sur une fondation argileuse ou rocheuse ont résisté à des sollicitations très élevées (0,35 à 0,8g pour une magnitude de 8), sans dommages apparents.
- Deux barrages en enrochement ont résisté, sans dommages importants, à des sollicitations assez élevées; avec un masque en béton pour éviter l'infiltration de l'eau dans les enrochements, un tel barrage ne devrait subir que des déformations minimes lors d'une sollicitation extrêmement élevée.
- Dans les cas de rupture complète ou de glissement du talus, il semble que le matériau dans les recharges ou dans la fondation était du sable saturé.
- Compte tenu de l'abondance de preuves pratiques démontrant qu'une digue convenablement construite peut résister, sans effets néfastes, à des sollicitations sismiques moyennes (accélération maximale d'au moins 0,2g), il est inutile de perdre son temps et son argent à analyser ce genre de problème. Il faut plutôt consacrer nos efforts aux barrages qui sont vulnérables, soit parce qu'ils sont exposés à des sollicitations élevées (accélération supérieure à 0,2g), soit parce qu'une grande partie du corps de la digue consiste en matériau pulvérulent (sable, ...) qui, en cas de saturation, peut perdre sa résistance au cisaillement lors des sollicitations sismiques, avec pour résultat des déformations néfastes.
- Pour les barrages construits en matériaux pulvérulents saturés et soumis à de forts séismes, une des causes essentielles des dommages ou de la rupture est le développement des pressions interstitielles dans la digue et la perte de résistance au cisaillement qui en résulte. Le calcul pseudo-statique ne peut appréhender ce genre de rupture, et il faut donc utiliser d'autres techniques de calcul.

Il faut un grand effort de recherche dans ce domaine important non seulement pour les barrages, mais aussi pour les centrales nucléaires et les ouvrages en mer. Dans ce Chapitre, on n'a pas traité de certains problèmes (phénomènes tri-dimensionnels, approximation inhérente au traitement bi-dimensionnel des problèmes non linéaires, ...). Les études récentes de Prévost et al [29] indiquent que ces approximations sont trop grossières dans certains cas. L'observation de la Fig. 2.14, qui montre certains modes de déformations dans un modèle tri-dimensionnel, indique les raisons des erreurs possibles dans le calcul non linéaire complet pas à pas, qui est maintenant possible (malgré son coût élevé).

## REFERENCES

1. SEED, H.B., 1979. Consideration in the Earthquake Resistant Design of Earth and Rockfill Dams. *Geotechnique*, 29, 215-263.
2. SEED, H.B., MAKDISI, F.I. and DEALBA, P., 1980. The Performance of Earth Dam During Earthquakes. *Water Power and Dam Construction*, 17-27, Aug. 1980.

- (c) Dams constructed of clay soils on clay or rock foundations have withstood extremely strong shaking ranging from 0.35 to 0.8g from a magnitude 8 earthquake with no apparent damage.
- (d) Two rockfill dams have withstood moderately strong shaking with no significant damage and if the rockfill is kept dry by means of a concrete facing, such dams should be able to withstand extremely strong shaking with only small deformations.
- (e) Dams which have suffered complete failure or slope failures as a result of earthquake shaking seem to have been constructed primarily with saturated sand shells or on saturated sand foundations.
- (f) Since there is ample field evidence that well-built dams can withstand moderate shaking with peak accelerations up to at least 0.2g, with no harmful effects, we should not waste our time and money analysing this type of problem - rather we should concentrate our efforts on those dams likely to present problems either because of strong shaking involving accelerations well in excess of 0.2g or because they incorporate large bodies of cohesionless materials (usually sands) which, if saturated, may lose most of their strength during earthquake shaking and thereby lead to undesirable movements.
- (g) For dams constructed of saturated cohesionless soils and subjected to strong shaking, a primary cause of damage or failure is the build-up of pore water pressures in the embankment and the possible loss of strength which may accrue as a result of these pore pressures. It is not possible to predict this type of failure by pseudostatic analyses, and other types of analysis techniques are required to provide a more reliable basis for evaluating field performance.

Much more research is still necessary in this important area which is not only of topical interest in dams but in nuclear power stations and offshore foundations. We did not address in this chapter such matters as the three-dimensional effects and the approximation involved in two-dimensional treatment of non-linear problems. Recent work by Prevost et al [29] indicates that such approximation may be poor under certain circumstances. Fig. 2.14 shows some of the deformation modes of a three-dimensional idealization and indicates the reasons for possible discrepancies in the full non-linear step-by-step analysis which today is possible (though costly).

- 
3. FINN, W.D.L., 1979. Advances in Seismic Analysis and Design of Earth Dam. Proc. 13th Int. Congress of Large Dam, ICOLD, 775-796, New Delhi.
  4. NEWMARK, N.M., 1965. Effects of Earthquakes on Dams and Embankments. Geotechnique, 15, No. 2, 139-160.
  - 5a. SEED, H.B. and MARTIN, G.R., 1966. The Seismic Coefficients in Earth Dam Design. J. Soil Mech. and Found. Eng. Div., ASCE, 92, SM3, 59-83.

- 5b. AMBRASEYS, N.N. and SARMA, S.K., 1967. The Response of Earth Dam to Strong Earthquakes. *Geotechnique*, 17, 181-213.
- 6a. BABA, K. and WATANABE, H., 1979. On a Consideration for Earthquake Resistant Design Method for Rockfill Dams. Proc. 13th Int. Cong. Large Dams (New Delhi), 1049-1074.
- 6b. OKAMOTO, S., 1984. Introduction to Earthquake Engineering. Univ. of Tokyo Press (Ch. 7).
- 6c. Earthquake Resistant Design Features of Dams in Japan. 1984. Japanese National Committee on Large Dams.
7. HALL, J.F. and CHOPRA, A.K., 1982. Hydrodynamic Effects in Response of Embankment Dams. *J. Geotech. Eng. Div.*, ASCE, GT4, 591-597.
8. MAKDISI, F.I., SEED, H.B. and IDRISI, I.M., 1978. Analysis of Chabot Dam During 1906 Earthquake. Proc. Am. Soc. Civ. Eng. Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics (Pasadena), 569-587.
9. AMBRASEYS, N.N., 1973. Dynamics and Response of Foundation Materials in Epicentral Regions of Strong Earthquakes. 5th World Conference on Earthquake Engineering (Rome), Vol. 1, CXXVI-CXLVII.
10. SARMA, S.K., 1975. Seismic Stability of Earth Dams and Embankments. *Geotechnique*, 25, No. 4, 743-761.
11. FERITTO, J. and FORREST, J., 1980. Liquefaction, Cyclic Mobility of Earth Dam. *Water Power and Dam Construction*, 30-35, Aug. 1980.
12. SEED, H.B. and LEE, K.L., 1966. Liquefaction of Saturated Sands During Cyclic Loading. *J. Soil and Found. Eng. Div.*, ASCE, SM6, 105-134.
13. SEED, H.B. and MARTIN, P.P., 1978. APOLLO - A Computer Program for the Analysis of Pressure Generation and Dissipation in Horizontal Sand Layers During Cyclic or Earthquake Loading. EERC Report No. UCB/EERC-78/21, Univ. of California, Berkeley, Calif., Oct. 1978.
14. SEED, H.B. and IDRISI, I.M., 1971. Simplified Procedure for Evaluating Soil Liquefaction Potential. *J. Soil and Found. Eng. Div.*, ASCE, 97, SM9, 1249-1273.
15. PANDE, G.N. and ZIENKIEWICZ, O.C. (editors), 1982. Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads. John Wiley & Sons.
16. FINN, W.D.L., 1982. Dynamic Response Analysis of Saturated Sands, In *Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads*, Chapter 6. Eds. G.N. Pande and O.C. Zienkiewicz. John Wiley & Sons.
17. ZIENKIEWICZ, O.C., CHANG, C.T. and HINTON, E., 1978. Non-Linear Seismic Response and Liquefaction. *Int. J. Num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, 2, 381-404.
- 18a ZIENKIEWICZ, O.C. and MROZ, Z., 1984. Generalized Plasticity Formulation and Applications to Geomechanics. Invited lecture for Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials,

- Univ. of Arizona, Tucson, Jan. 10-14, 1983. See also p. 655-679 of Mechanics of Engineering Materials, ed. C.S. Desai and R.H. Gallagher. J. Wiley & Sons.
- 18b ZIENKIEWICZ, O.C., LEUNG, K.H. and PASTOR, M. Simple Model for Transient Loading in Earthquake Analysis. Int. J. Num. and Analytical Methods in Geomechanics (to be published).
  19. SEED, H.B., 1966. A Method of Earthquake Resistant Design of Earth Dams. J. Soil and Found. Eng. Div., ASCE, 92, SM1, 13-41.
  20. SEED, H.B., DUNCAN, J.M. and IDRISI, I.M., 1975. Criteria and Methods for Static and Dynamic Analysis of Earth Dam, In Criteria and Assumptions for Numerical Analysis of Dams, 564-588. Eds. D.J. Naylor, K.G. Stagg and O.C. Zienkiewicz. Quadrant Press, Swansea.
  21. SEED, H.B., LEE, K.L., IDRISI, I.M. and MAKDISI, F.I., 1975. Analysis of Slides of the San Fernando Dams During the Earthquake of Feb. 9, 1971. J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 101, GT7, 651-688.
  22. ZIENKIEWICZ, O.C., LEUNG, K.H., HINTON, E. and CHANG, C.T., 1980. Earth Dam Analysis for Earthquake: Numerical Solution and Constitutive Relations for Non-Linear (Damage) Analysis. Proc. Conf. on Design of Dams to Resist Earthquakes, I.C.E. (London), Oct. 1980, 179-194.
  23. ZIENKIEWICZ, O.C., CHANG, C.T., BICANIC, N. and HINTON, E., 1979. Earthquake Response of Earth and Concrete Dam in the Partial Damage Range. Proc. 13th Int. Congress of Large Dam (New Delhi), ICOLD, R. 14, 1033-1047.
  24. ZIENKIEWICZ, O.C., LEUNG, K.H. and HINTON, E., 1982. Earthquake Response Behaviour of Soils with Drainage. Proc. 4th Int. Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Vol. 4, ed. Z. Eisenstein, Edmonton, 938-1002.
  25. BOOKER, J.R., RAHMAN, M.S. and SEED, H.B., 1976. GADFEA - A Computer Program for the Analysis of Pore Pressure Generation and Dissipation During Cyclic or Earthquake Loading. EERC Report No. UCB/EERC 76-24, Univ. of California, Berkeley, Calif., Jan. 1976.
  26. FINN, W.D.L., LEE, K.W. and MARTIN, G.R., 1976. An Effective Stress Model for Liquefaction. ASCE National Convention and Exposition, Philadelphia, Pa., Specialty Session, Liquefaction Problems in Geotechnical Engineering, Preprint No. 2752, 169-199, Sept. 1976.
  27. CHRISTIAN, J.T. and BOEHMER, J.W., 1970. Plane Strain Consolidation by Finite Element. J. Soil Mech. and Found. Eng. Div., ASCE, 96, 1435-1457.
  28. ZIENKIEWICZ, O.C. and SHIOMI, T., 1984. Dynamic Behaviour of Saturated Porous Media - The Generalised Biot Formulation and Its Numerical Solution. Int. J. Num. and Analy. Meth., 8, 71-96.
  29. PREVOST, J.H., ABDEL-GHAFFAR, A.M. and LACY, S.J., 1984. Nonlinear Dynamic Analyses of an Earth Dam: A Comparative Study. J. Geotech. Eng. Div. (In process).

---

### 3. BARRAGES EN BÉTON CALCUL ET PROJET SISMIQUES

---

#### 3.1. CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES DU COMPORTEMENT

Le comportement du béton et du rocher est analogue, qualitativement, à celui des terres, mais dans les détails quantitatifs il existe des différences importantes.

Premièrement, les variations de la pression interstitielle dans le matériau saturé, consécutives aux variations des contraintes totales, sont relativement faibles (voir para. 1.2). Pour cette raison, il est normal d'effectuer les calculs en contrainte totale. L'écoulement du fluide est un phénomène important seulement dans les fissures ouvertes.

Deuxièmement, si le comportement du matériau est non linéaire, sa résistance à la compression est relativement élevée par comparaison aux contraintes de service et, malgré les profils plus minces des barrages en béton, le béton est rarement sollicité à sa résistance maximale à la compression, même lors des séismes les plus sévères. C'est toujours la résistance à la traction qui fixe la limite du comportement du béton, qui est un comportement du type fragile, avec fissuration.

Pour ces raisons, le rôle du calcul linéaire est bien plus important ici que dans le cas des digues en terre (pour lesquelles les contraintes approchent la limite de rupture, même sous les charges statiques).

Dans le béton, la vitesse d'application des sollicitations joue un rôle important dans la résistance maximale, qui est toujours plus élevée pour les sollicitations dynamiques que pour les sollicitations statiques (au moins, pour les essais en laboratoire) [1 à 5]. Mais il ne faut conclure précipitamment que la résistance à la traction du béton sera plus élevée lors des sollicitations sismiques, puisque, dans la plupart des barrages, il existe un début de fissuration provoquée par les charges statiques et thermiques. Cet avertissement est nécessaire pour attirer l'attention sur le danger que peuvent présenter certaines hypothèses habituellement faites [6], parce qu'une certaine fissuration est inévitable dans les grands ouvrages, sous sollicitation sismique extrême.

On connaît au moins deux barrages en béton fissurés sévèrement par un séisme. Le plus connu des deux est le barrage de Koyna (Inde) lors du séisme du 11 décembre 1967 [7a, 7b]. Le profil de ce barrage-poids est inhabituel par suite de la décision prise, après le début de sa réalisation, de le surélever. Des fissures horizontales se sont produites dans la zone de rupture de pente, sur le parement aval. Des observations ultérieures ont indiqué aussi des fissures sur le parement amont, ainsi que des déplacements relatifs de certains plots [8].

---

### **3. CONCRETE DAMS EARTHQUAKE ANALYSIS AND DESIGN**

---

#### **3.1. GENERAL CHARACTERISTICS OF BEHAVIOUR**

Concrete and rock exhibit qualitatively similar behaviour pattern to soil but in quantitative detail the differences are very significant.

First, the pore pressure changes in the solid saturated material which are caused by total stress changes are relatively small (viz. Sect. 1.2) and it is usual to carry out the analysis in terms of total stresses. Only in open cracks and fissures is the migration of fluid significant.

Second, although the behaviour of the material is non-linear, its compressive strength is relatively high compared with the range of working stresses and even with the much more slender proportion used in design of concrete dams, compressive stress limit is seldom reached in the most severe earthquakes. It is the tensile strength which invariably will be the governing limit - the material here exhibiting brittle behaviour and the formation of cracks.

For those reasons, the role of linear analysis is much more important here than in earth dams (for which stresses in the near failure range exist even under static loads).

In concrete, the rate of loading has a significant influence on the maximum strength - this being consistently higher under dynamic rather than static conditions (at least in laboratory tests) [1-5]. However, indiscriminate application of increased (tensile) strength criteria in analysis of concrete dams under earthquake loading should be treated with caution as incipient cracks exist in most dams due to static, thermal loadings. We speak this word of warning to point out the possible danger in the some current practice assumptions [6] as in large structures under extreme earthquake conditions some cracking undoubtedly will develop.

Significant cracking during earthquake motions has indeed been observed in at least two major concrete dams. The best documented case of this kind occurred at Koyna Dam in India on 11 December 1967 [7a,7b]. This gravity dam had an unusual cross-section because of a decision to increase its height after construction was started, and horizontal cracks developed at about the level where the slope changed on the downstream face. Subsequent examination showed that the cracks were visible on the upstream face as well, and that some relative displacements of the blocks occurred [8].

L'autre cas de fissuration constatée concerne le barrage de Hsin Feng Xiang, implanté à 160km au nord-est de Canton (Chine) [9]. Conçu comme un barrage à contreforts à têtes octogonales, il fut consolidé, à la suite de la fissuration provoquée par le séisme de mars 1962, par remplissage de béton entre les contreforts.

Malgré ces exemples de fissuration, on ne connaît aucun cas de rupture d'un barrage en béton [10]. L'observation du barrage de Pacoima après le séisme de San Fernando le 9 février 1971 n'indique aucun dommage visible, malgré la forte intensité enregistrée [11].

Cette pérennité ne doit pas induire un faux sens de sécurité. Il faut toujours étudier attentivement les raisons de cette stabilité et ses limites (comme il est fait dans le domaine des centrales nucléaires).

Les mécanismes de rupture les plus évidents pour un barrage-voûte ou poids concernent le renversement ou le glissement (avec écrasement) d'un bloc (voir Fig. 3.1a et 3.1b). La probabilité d'un renversement est très faible. En effet, pour un bloc rigide posé sur une base (Fig. 3.2), il est concevable qu'un déplacement brusque de la base, de faible amplitude, puisse provoquer la rotation nécessaire. Mais compte tenu des mouvements normalement enregistrés pour un séisme, un calcul simple montre qu'en général le déplacement du centre de gravité C est plus faible que celui de la base. Par suite de la faible amplitude de ce dernier (même après amplification au couronnement), le renversement est impossible dans un ouvrage massif de grandes dimensions sans écrasement important des arêtes. Les renversements observés pour des ouvrages minces (murs, cheminées, etc...) viennent du fait que l'amplitude du mouvement à la base est grande par rapport à la dimension transversale de l'ouvrage. Cette situation ne s'applique pas aux barrages massifs en béton.

Un tel calcul très détaillé a été fait par Saini et Krishna [12] pour le barrage de Koyna, avec une hypothèse de fissuration totale. Les déplacements calculés sont limités. Mais, par contre, la possibilité de glissement et d'écrasement mérite une attention particulière. Dans la zone du couronnement, la concentration des contraintes au moment de l'ouverture des fissures peut entraîner un écrasement localisé, celui-ci conduisant à l'instabilité par suite du comportement fragile (perte instantanée de la résistance). Cette situation est à comparer avec celle des barrages en terre qui conservent leur résistance au cisaillement lors d'un glissement, le critère de rupture étant basé sur la sommation des incrémentés de mouvements de glissement (voir para. 2.2).

Il ne faut pas oublier le problème de la rupture éventuelle du rocher de fondation, pour laquelle les conditions sont analogues à celle d'une digue. En cas de risque de glissements, il faut procéder à une étude de stabilité (tout au moins, par la méthode approximative préconisée pour les digues en terre).

Pour conclure cette introduction générale, notons encore une fois que le calcul linéaire est la première étape très importante dans l'étude du comportement des barrages en béton. Mais, dans l'opinion des auteurs, il est également important d'introduire des caractéristiques non linéaires (surtout en ce qui concerne la limitation des tractions) et de tenir compte, dans le modèle, des ruptures éventuelles par écrasement ou par glissement. Les outils nécessaires existent en partie, mais un grand effort de recherche reste à faire.

A similar case of cracking occurred in March 1962 at Hsin Feng Xiang Dam located about 160km northeast of Canton, China [9]. This structure was built as a diamond head buttress dam, but after the earthquake caused cracks on both upstream and downstream faces it was strengthened by infilling with concrete between the buttresses.

Despite such examples of crack development, no failure of a concrete dam of any kind has yet been noted [10]. The Pacoima arch dam subject to the San Fernando earthquake of February 9, 1971 recorded no visible damage despite the high intensity of earthquake motion recorded [11].

This 'survivability' of concrete dams should not give the dam engineer a sense of false security. The cause of this stability and its limits should be always carefully examined, (just as is done by nuclear engineers in the context of reactor technology).

The most obvious failure modes within a dam of concrete gravity or arch type are those of overturning or sliding-crushing failure of a block in the manner suggested in Fig. 3.1 (a) and (b). The first of these is very improbable. If the stability of a rigid block on a moving base is considered as shown in Fig. 3.2 it is conceivable that an impulsive motion with a small amplitude could be applied to the base sufficient to cause tilting. However, with the usual earthquake type motion a simple calculation will show that in general the motion of the centre of mass C will be less than the amplitude of the earthquake movement. Because this is generally small (even when amplified at the crest of the dam), overturning is impossible in a massive structure of sizeable dimensions unless extensive crushing failure occurs. The fact that overturning is often observed in slender structures such as walls, chimneys, etc. is merely a consequence of the earthquake displacements being a sizeable fraction of the width dimension; this will never be the case in a massive concrete dam structure.

Indeed Saini and Krishna [12] performed such a computation in great detail assuming full cracking during the Koyna earthquake and show the limited movement. On the other hand, sliding and crushing possibilities must seriously be considered. The stress concentrations at the top during the crack opening stage may well cause local crushing. Such local crushing could lead to instability occurring following the brittle behaviour in which most of the strength is immediately lost. This could well be contrasted with the earth dam construction in which during sliding, strength is maintained and 'failure' is judged by the increments of such sliding (viz. Sect. 2.2).

Obviously, foundation rock failure must be at all times considered and here the situation is more similar to earth dam considerations. If possible zones of rock slides are encountered, the analysis of stability should always be carried out at least in the approximate manner suggested for earth dams.

Concluding this introduction we note once again the importance of linear analysis as the first step in the computation of the behaviour of concrete dams. However we feel that it is extremely important to include non linear characteristics (especially those of tensile limit kind) in the analysis and to ensure that no compressive or sliding failure is permitted. Here the analysis tools are already partly available, but an important development and research effort is still needed.

Avant de poursuivre, il est nécessaire de signaler une autre différence de comportement entre les barrages en remblai et ceux en béton. Pour les premiers, les auteurs ont montré précédemment que l'influence de l'interaction fluide-structure avec l'eau de la retenue était en général insignifiante. Au contraire, pour les barrages en béton, cette interaction a toujours une influence considérable, et ce point sera examiné plus loin.

### 3.2. CALCUL LINÉAIRE (COMPLET OU SIMPLIFIÉ)

#### 3.2.1. Généralités

On peut effectuer le calcul linéaire complet d'un barrage en béton et de sa fondation à l'aide des techniques présentées ci-dessus (et dans le Bulletin précédent). La seule particularité concerne l'interaction avec l'eau de la retenue, problème étudié dans ses grandes lignes au paragraphe 1.5 ci-dessus: techniques de couplage des déplacements de l'ouvrage et du fluide. Les diverses applications des formulations en pression (y compris avec compressibilité) sont données par Chopra et al [13 à 17] pour les différents types de barrages en béton.

Malheureusement, l'introduction de la compressibilité selon les méthodes proposées par ces auteurs réduit le choix de la méthode de résolution à une seule: celle dans le domaine des fréquences. La méthode préférée par beaucoup - superposition modale - n'est guère applicable. Les mêmes difficultés sont multipliées si l'on veut tenter un calcul non linéaire. Pour cette raison, les chercheurs préfèrent souvent adopter l'hypothèse d'un fluide non compressible ce qui conduit seulement à une matrice de masse ajoutée, indépendante de la fréquence. Cette matrice a pour effet de diminuer les fréquences naturelles - une situation qui est en accord avec les observations réelles. Mais, du coup, les pics de réponse de l'eau disparaissent.

Les recherches sur les effets de la compressibilité du fluide indiquent que l'omission de ce paramètre n'a pas de conséquence importante dans l'étude de la réponse globale pour un séisme donné (et non pour un ensemble de fréquences idéales).

Par ailleurs, compte tenu du fait que le calcul linéaire néglige une grande partie des conséquences de la fissuration qui se produit même à faible niveau de contraintes, et du fait que les conditions au fond de la retenue induisent un amortissement important, alors on peut supposer que la méthode relativement simple de la masse ajoutée est probablement suffisante pour tenir compte de la plupart des phénomènes en jeu pour les ouvrages d'une certaine importance.

Mais il ne faut jamais négliger le problème de l'interaction fluide-structure. Dans le tableau 3.1, on compare les résultats obtenus pour le barrage de Pine Flat [13], avec et sans l'effet de l'interaction. La Fig. 3.3 montre l'enveloppe des contraintes maximales.

A further difference of the behaviour of earth and concrete dams must be noted before proceeding further. In the former we have concluded that, in general, the effects of hydraulic pressures developed in the dam-reservoir interaction are insignificant. In concrete dams, this interaction is always of considerable importance and we shall return to its consideration later.

### 3.2. LINEAR ANALYSIS (COMPLETE OR SIMPLIFIED)

#### 3.2.1. General

Complete linear analysis of the concrete dam and of its foundation can be carried out in a standard manner using any of the procedures outlined in this (and the previous) report. The main 'special' feature here is the interaction with the fluid and in a limited manner we have discussed this in Section 1.5. We have mentioned the various methods of coupling the motion of the structure and of the fluid there and extensive application of the pressure formulation including compressibility is reported by Chopra and his associates, for various concrete dams [13-17].

The inclusion of compressibility in the manner suggested in above references unfortunately limits the number of possibilities of solution to that of frequency domain analysis and the most popular approach via modal superposition techniques is not obviously applicable. Indeed the same difficulties arise in a magnified manner if non-linear analysis is attempted. For this reason, many investigators prefer to make the assumption of fluid incompressibility which results only in an addition of a mass matrix which is frequency independent. With such a matrix added decrease of natural frequencies is observed - and indeed this correlates with observations. However, the peak responses of water oscillation are now absent.

Some investigations of the effects of fluid compressibility have been reported and show that its neglect is not too significant when the overall response to a particular earthquake is considered (rather than a pure frequency response).

Further, as linear analysis neglects many effects of cracking which occur even at low stresses and that considerable damping at the floor of the reservoir exists - the relatively simple computation of added masses is probably sufficient to account for most phenomena in structures of average importance.

Under no circumstances should however the effect of water interaction be ignored. In Table 3.1 results of computation for an actual response of Pine Flat Dam [13] show some comparisons of stresses calculated with and without fluid interaction. In Fig. 3.3 an envelope of maximum stresses is compared.

### **3.2.2. Calcul Pseudo-Statique**

En procédant de la manière présentée dans la section 1.7, on peut supposer que la réponse du barrage est limitée à un seul mode. On aboutit à un calcul pseudo-statique, les forces d'accélération étant obtenues à partir du spectre de réponse.

Dans ce cas, l'eau doit être supposée incompressible pour permettre l'introduction des effets hydrodynamiques sous forme d'une masse ajoutée.

On a là un moyen quelque peu approximatif pour évaluer la stabilité d'un barrage et qui permet de tenir compte de la non linéarité (voir ci-dessus, barrages en terre), mais, puisqu'il s'agit d'un comportement du type fragile, l'étude du cumul des déplacements irréversibles est impossible.

Dans ce calcul, il faut utiliser le mode donnant la réponse maximale. Mais, il ne s'agit là que d'une première approximation qui ne convient pas à l'étude de projets définitifs. Dans un article récent, Herzog [19] préconise cette approche, mais avec toutes ces méthodes il faut être très prudent.

## **3.3. CALCUL NON LINÉAIRE PAS A PAS SON RÔLE DANS L'ÉLABORATION DU PROJET**

### **3.3.1. Généralités**

Habituellement, le barrage en béton est jugé stable si les contraintes calculées restent inférieures aux limites fixées.

Il est généralement possible de satisfaire aux mêmes critères qu'en statique pour les contraintes de compression et de cisaillement, même pour le séisme exceptionnel (MCE). Par contre, les tractions correspondantes sont souvent très élevées et pour cette raison on se fixe souvent une limite de traction artificiellement élevée en la justifiant par le fait qu'une vitesse de déformation élevée correspond à une valeur plus forte du seuil de fracturation. La seule justification de cette hypothèse est que l'instabilité par renversement est un mécanisme très peu probable (voir ci-dessus, Introduction). Cependant, pour les séismes sévères, il est essentiel de procéder à un calcul non linéaire pour garantir la stabilité et évaluer les dommages éventuels.

Il faut alors avoir recours à des lois de comportement qui reproduisent, de façon plus ou moins approximative, le comportement réel des matériaux. Bien que relativement qualitatives, ces lois donnent des résultats très intéressants.

Après définition de ces lois (en termes de contraintes totales), un programme de calcul dynamique avec intégration pas à pas est suffisant. Le problème est plus simple que dans le cas d'une digue puisqu'on peut négliger les écoulements internes et les évolutions de pressions interstitielles.

On tient compte de l'interaction du fluide par résolution simultanée (ou alternative) des équations donnant le champ de pressions dans la retenue. On peut même traiter les phénomènes non linéaires (cavitation, ...); ce genre de calcul est déjà en expérimentation [20].

### **3.2.2. Quasi-Static Approximation**

It is of course possible to proceed in the manner of Section 1.7 and to assume that the response of the dam is in a single modal form. This as shown leads to a quasi-static analysis with acceleration forces obtained via the response spectrum.

Analysis of this type is only feasible if incompressibility is assumed in the water so that the hydrodynamic effects can be incorporated in an added mass.

Such quasi-static procedures can, with some approximation, be used to assess the dam safety even allowing for non-linear effects (in the manner done in the earth dam section) but cumulative type of damage analysis is no longer feasible, the failure being 'brittle'.

It is important that the correct mode is used in such analysis to obtain the maximum response. Calculations of this type are only a first approximation and should never be used to verify the final design. Herzog [19] has recently recommended such an approximate procedure, but methods of this type should be used with caution.

## **3.3. NON-LINEAR STEP-BY-STEP ANALYSIS AND ITS ROLE IN DESIGN**

### **3.3.1. General Remarks**

In the analysis conventionally practised, the concrete dam is deemed to be 'safe' if all the stresses are within prescribed limits.

While it is possible generally to achieve static compressive/shear limits even for 'maximum credible earthquakes', the tensile stresses are often very large and artificially high limits on those are often put with the justification that high strain rates increase the fracture limits. The only justification of such procedures is that already advanced in the introduction pointing out that overturning is not a probable mode of failure. However, for severe shock analysis, it is essential to carry out some form of non-linear analysis to ensure safety and assess possible extent of damage.

Such analysis necessitates the introduction of some form of material models which correspond, albeit approximately, with the real behaviour. While such modelling is by its very nature somewhat qualitative, if it represents the essential characteristics well, it will produce valuable results.

Once the models for the material in terms of total stress have been established, a dynamic program with capability of step-by-step time integration can obtain the necessary results. Here the situation is somewhat simpler than in the earth dam response as pore fluid migration is of small importance and can be neglected.

In such transient non-linear solutions the fluid interaction can be taken into account by solving simultaneously (or in a staggered manner) the pressure field in the reservoir. Indeed non-linear fluid phenomena such as cavitation, can be taken into account - and calculations of this type have been put into operation [20] on a research basis.

Un problème toujours non résolu concerne la pression interstitielle dans les zones de fissuration. Des recherches sont à faire dans ce domaine mais, en attendant, il est probablement suffisant de supposer que la pression interstitielle dans une fissure est égale à la pression hydrostatique de la retenue dès l'ouverture de la fissure.

### 3.3.2. Lois de Comportement des Matériaux

La caractéristique essentielle du béton (ou du rocher de fondation), et qui mérite un effort particulier de modélisation, concerne son inaptitude à résister aux tractions élevées. Ainsi, le phénomène de la fissuration est d'une importance primordiale et de grands efforts sont consacrés au développement de modèles satisfaisants.

La référence [21] est une présentation complète des lois de comportement dont on dispose. Nous avons trois possibilités (Fig. 3.4):

- On suppose que les fissures sont **réparties** dans les éléments. Ces fissures sont utilisées dans l'évaluation des caractéristiques de chaque élément (avec un module de traction nul dans la direction normale).
- Les fissures sont placées aux frontières des éléments (fissures discrètes).
- Selon la théorie de la mécanique des fractures, on étudie en détail les critères de propagation.

La première approche n'est pas seulement la plus facile dans la pratique, mais elle traduit bien le comportement physique réel. Sa première application en 1968 fut dans la forme d'un matériau 'no tension' [22] ou présentant une faible résistance à la traction [23]; depuis, elle a vu des raffinements successifs [24 à 26]. Ce modèle reproduit mieux le comportement physique d'une fissure, compte tenu des discontinuités de la matrice du béton, que l'hypothèse inspirée par la science de la mécanique des fractures, basée sur un milieu continu. Dans une nouvelle interprétation récente par Bazant et al [27,28], celui-ci attire l'attention sur le point commun qui lie ces deux approches: la conservation de l'énergie dans la zone de propagation des fissures.

Dans la Fig. 3.5, on voit le principe d'un tel modèle en cas de tractions uniaxiales. Au cours de la déformation sans tension le long de (1), la contrainte de traction augmente et, lorsque celle-ci devient égale à la résistance du matériau  $f$ , il y a début de microfissuration. A ce moment, le matériau perd sa résistance; il y a écrouissage négatif.

Le travail effectué, par unité de volume, est représenté par l'aire hachurée. Multipliée par la largeur de la zone de fracture, cette valeur doit donner un résultat constant, équivalent à l'énergie de propagation de la fracture. Ainsi, la résistance à la traction et la largeur de la zone fracturée déterminent le chemin d'écrouissage négatif (2). Le rôle de l'énergie de propagation des fissures est capital. Pour conserver cette énergie, avec de grands éléments (comme ceux utilisés dans les calculs de barrages), il peut être nécessaire de diminuer la résistance à la traction et de ne pas présenter en même temps le phénomène d'écrouissage négatif.

Ce modèle tend à invalider le raisonnement selon lequel l'effet de la forte vitesse de déformation permet d'utiliser dans les calculs sismiques une plus grande résistance à la traction.

A problem which still remains to be tackled is that of the pore pressure in the cracking zones where ingress of the fluid is of some importance. Further research is here needed but the assumption that pore pressure equal to the reservoir head is instantly attained in cracks is probably adequate and safe.

### 3.3.2. Material Models

Without doubt, the most important feature of concrete (or the foundation rock) which requires careful modelling is that of its inability to withstand high tensile stress. The development of cracks is therefore of primary importance - and much effort has been expended in devising suitable models.

An extensive survey of such models is included in Ref. [21]. Three alternative approaches exist in numerical analysis as shown on Fig. 3.4:

- (a) To assume that cracking is **distributed** throughout elements and to introduce such cracks (with a zero tensile modulus in direction of normal to them) into the evaluation of element properties.
- (b) To physically separate elements where crack conditions exist (discrete crack), or finally
- (c) To introduce concepts of fracture mechanics and to study in detail the criteria of propagation.

The first procedure is not only computationally simplest but possesses considerable physical advantages of modelling the true material behaviour. It was first introduced as a 'no tension' material [22] or as a material with limited tensile strength [23] in 1968 and subject to much further refinement [24-26]. It probably represents the physics of fracture in a manner more consistent with the discontinuous nature of the aggregate matrix than the fracture mechanics approach based on continuum considerations. A recent reinterpretation of such models by Bazant and his co-workers [27,28] points out the link between the two approaches by requiring that the energy of the propagating crack band is properly preserved.

In Fig. 3.5 we show the principle of such a band crack model, in a uniaxial context. During tensile straining along (1) an increase of tensile stress takes place until at a tensile stress equal to the tensile strength  $f$  microcracking sets in. The material then loses its strength and exhibits a strain softening behaviour.

The work done per unit volume is given by the shaded area; when this is multiplied by the width of the crack zone it must give a constant value equivalent to the crack propagation energy. Thus, the tensile strength and the width of the cracked zone determine the strain softening path (2). The role of the crack propagation energy is paramount - and with large elements (such as may have to be used in dam analysis) a lowering of the maximum tensile strength together with exclusion of strain softening may be necessary to preserve this energy.

This point of view tends to counter the arguments of those who feel that the rate effect allows an increase of tensile strength to be used as a seismic design criterion.

Lorsque le sens d'application des efforts au matériau fissuré est inversé, la contrainte normale au plan de la fissure reste nulle jusqu'à la fermeture de celle-ci, après quoi, le comportement du matériau en compression redevient normal. A la prochaine alternance, les tractions sont nulles (Fig. 3.5). Il est essentiel de surveiller les tractions pendant le calcul pour étudier l'ouverture des fissures.

La non linéarité en compression est peut-être de moindre importance. Divers modèles sont proposés [29 à 32] dont la plupart négligent la vitesse de sollicitation et, notamment, le phénomène de fatigue sous contrainte cyclique, qui peut faire chuter la résistance. La Fig. 3.6, d'après Hatano [3,4], compare les différents comportements observés. Pour tenir compte de ces phénomènes, il nous faut des modèles numériques plus complexes, mais, jusqu'ici, le choix est très limité. Un modèle basé sur le comportement visco-plastique a donné des résultats satisfaisants; il tient compte à la fois de la vitesse de sollicitation et de la détérioration des caractéristiques du matériau. Ce modèle, de Bicanic et Zienkiewicz [33 à 35], fut appliqué récemment à l'étude du comportement des talus rocheux [36].

Ce modèle est caractérisé par l'utilisation d'un paramètre de travail plastique et d'une surface limite de rupture pour caractériser la détérioration du matériau. Dans la Fig. 3.7, on peut voir les résultats d'un calcul dynamique pour le barrage de Koyna [34]. On note un déplacement permanent d'environ 10cm. Il faut noter également la détérioration progressive du matériau dans la zone du parement aval, mise en évidence par les isovaleurs d'énergie plastique dissipée. Il est possible d'imaginer une détérioration allant jusqu'à la rupture (condition statique) en cas de séismes de plus grande durée. Des calculs de même type sont présentés par Pal [37], effectués à l'aide de modèles moins élaborés.

Il y a ainsi un besoin évident de calcul dynamique non linéaire pour les grands ouvrages et l'on peut espérer que les techniques nécessaires, à coût raisonnable, seront bientôt d'une utilisation courante. En effet, les recherches actuelles sont nombreuses pour saisir les phénomènes non linéaires de fissuration. Récemment, Chapuis et al [38] ont présenté un calcul qui utilise la notion de 'fissure discrète', démontrant ainsi son importance dans le calcul des barrages.

### 3.4. CONCLUSIONS

Le calcul linéaire des barrages soumis aux séismes est actuellement un domaine bien établi. Mais un effort de recherche reste à faire, quant aux phénomènes d'interaction avec la retenue, pour déterminer:

- l'influence de la compressibilité du fluide,
- la meilleure façon de prendre en compte cette compressibilité dans les calculs d'interaction fluide-structure.

Dans le cas du comportement non linéaire, il reste encore beaucoup à faire et on pourrait utiliser avec profit les résultats des recherches dans le domaine nucléaire. Les problèmes les plus importants sont:

During stress reversal after cracking the material remains at zero stress (in the direction normal to the crack) until this closes and then resumes normal compressive behaviour but preserves zero stresses on reloading as shown in Fig. 3.5. It is important to monitor during computation the tensile strain, characterizing the crack opening.

Compressive behaviour non-linearities are perhaps of smaller importance and many models of behaviour have been proposed [29-32]. However most of these ignore the effects of loading rate and most importantly, the effects of stress cycling fatigue which can lower very considerably the final strength. Fig. 3.6 taken from Hatano's work [3,4] shows the typical forms of observed behaviour. To take such behaviour into account, more complex mathematical models are obviously needed - and to date very few such models are available. One of these based on viscoplastic behaviour patterns has been found to perform well in the analysis and account both for rate effects and degradation. This model due to Bicanic and Zienkiewicz is described in Ref. [33-35] and has recently been applied with success to study the behaviour of rock slopes [36].

Full description of such a model will be found elsewhere but the main feature is the use of the plastic work parameter and of a bounding failure surface as a measure of deterioration of the material. In Fig. 3.7 we show results of dynamic computation for the case of the Koyna dam [34] where it will be noted that permanent movement of some 10cm was predicted. Of some importance are the contours of the dissipated plastic energy showing the progressive deterioration of the material near the downstream face. It is indeed possible that in an earthquake of longer duration the material would have been sufficiently damaged to cause (static) failure. Similar computations have been reported by Pal [37] although with the use of less sophisticated models.

The need for non-linear dynamic analysis is therefore obvious in structures of importance and we expect that in the near future such procedures will become more economical and commonplace. Many attempts at dealing with non-linear cracking phenomena are today being made. Recently Chapuis et al have presented a cracking type of analysis using a 'discrete crack' approach and have shown once again its importance in dam analysis [38].

### 3.4. CONCLUDING REMARKS

The analysis of concrete dams for earthquake effects is today well developed in the linear range. However, the inclusion of reservoir interaction effects needs further research to determine:

- (i) the importance of compressibility in the fluid,
- (ii) the optimal way of accounting for interaction of compressibility in computation.

For non-linear behaviour much also needs to be done and material modelling research for nuclear structures can well be relevant to our own needs. Here the outstanding priorities are:

- l'introduction de l'eau dans les fissures et l'étude de ses conséquences,
- une meilleure caractérisation du comportement physique des matériaux,
- le développement de programmes de calcul dynamique économiquement acceptables.

Sur ce dernier point, de grands progrès ont déjà été faits et la différence de coût entre le calcul dynamique transitoire non linéaire et le calcul pseudo-statique non linéaire est maintenant négligeable. Les progrès futurs dans le domaine numérique permettront peut-être l'utilisation du calcul transitoire dans de bonnes conditions économiques, même pour la résolution des problèmes statiques.

Nous avons examiné, en général, les aspects caractéristiques de comportement des barrages-poids. Des résultats d'analyse linéaire pour d'autres types de barrages, tels que barrages à contreforts ou barrages-vôûtes, abondent dans la littérature. Ils n'ajoutent pas grand-chose aux principes examinés, bien que des zones de contraintes critiques soient modifiées, et pour cette raison nous ne les avons pas étudiés en détail.

L'analyse non linéaire, en milieu fissuré, est sans aucun doute importante pour de telles structures, mais les résultats font encore défaut. Il est important, à notre avis, de susciter de telles études et d'abandonner les méthodes d'analyse dans lesquelles la résistance à la traction est artificiellement augmentée.

## REFERENCES

1. JONES, P.G. and RICHART, F.E., 1936. The Effect of Testing Speed on Strength and Elastic Properties of Concrete. Proc. Am. Soc. Test. Mat., 36, 380-391.
2. WATSTEIN, D. Effect of Straining Rate on the Compressive Strength and Elastic Properties of Concrete. J. Am. Concrete Institute, 49, 729-744.
3. HATANO, T. and TSUTSUMI, H., 1960. Dynamical Compressive Deformation and Failure of Concrete Under Earthquake Loads. Proc. 2nd World Congress of Earthquake Engineering (Tokyo), Vol. 3, 1963-1978.
4. HATANO, T. and WATANABE, H., 1971. Fatigue Failure of Concrete Under Periodic Compressive Load. Trans. Japan Soc. Civ. Eng., 3, 106-107.
5. DOUGILL, J.W., 1980. The Response of Concrete to Short-Term Loading. Proc. Conference on Design of Dams to Resist Earthquakes, Int. Civil Eng., 113-124, London, Oct. 1980.

(iii) the inclusion of water penetration into the cracked zones and study of its effects,

(iv) the improvement of physical models of material,

and finally,

(v) the development of efficient commercially viable codes for dynamic analysis.

On the last, much has already been accomplished and today the margins of cost between a transient dynamic, non-linear solution and a quasi-static non-linear analysis have become negligible. The future development of computational procedures promises that transient solutions may soon become the economical way of dealing even with static problems.

We have discussed in the main the typical features of behaviour in the context of simple gravity dams. Linear analysis results for other types of dams such as buttress or arch dam structures abound in the literature. These do not add much to the principles involved though critically stressed areas are altered and for this reason we have not discussed these in detail.

Non-linear, cracked analysis is without doubt important in such structures but here results are still lacking. It is in our opinion important to instigate such studies and to abandon analysis procedures in which tensile strength is artificially increased.

6. DUNGR, R., 1980. Aseismic Design Consideration for a Large Arch Dam. Proc. Conference on Design of Dams to Resist Earthquakes, Int. Civil Eng., 37-44, London, Oct. 1980.
- 7a. SAINI, S.S., KRISHNA, J. and CHANDRASEKARAN, A.R., 1972. Behaviour of Koyna Dam - Dec. 11, 1967 Earthquake. J. Structural Div., ASCE, 98, ST7, 1395-1412.
- 7b. CHOPRA, A.K. and CHAKRABARTI, P., 1972. The Earthquake Experience at Koyna Dam and Stress in Concrete Gravity Dam. J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn., 1, 151-164.
8. BERG, G.V., DAS, Y.V., GOKHALE, K.V.G.K. and SETLUR, A.V., 1978. The Koyna, India, Earthquake. Proc. 4th World Congress of Earthquake Engineering (Santiago), Vol. 3.
9. Proceedings, IXth Int. Congress on Large Dams (Madrid, Spain), June 1973.
10. LONDE, P., 1980. Discussion, Proc. of Con. on Design of Dams to Resist Earthquakes, Int. Civ. Eng., 45-47, London, Oct. 1980.
11. HOUSNER, G.W. and JENNINGS, P.C., 1972. The San Fernando California Earthquake. J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn., 1, 5-31.

12. SAINI, S.S. and KRISHNA, J., 1974. Overturning of Top Profile of the Koyna Dam During Severe Ground Motion. *J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn.*, 2, 207-217.
13. CHOPRA, A.K. and GUPTA, S., 1981. Hydrodynamic and Foundation Interaction Effects in Earthquake Response of a Concrete Gravity Dam. *J. Structural Div., ASCE*, 107, ST8, 1399-1412.
14. HALL, J.F. and CHOPRA, A.K., 1982. Hydrodynamic Effects in the Dynamic Response of Concrete Gravity Dams. *J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn.*, 10, 333-395.
15. HALL, J.F. and CHOPRA, A.K. Two Dimensional Dynamic Analysis of Concrete Gravity and Embankment Dams Including Hydrodynamic Effects. *J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn.*, 10, 305-332.
16. CHOPRA, A.K. and CHAKRABARTI, P., 1981. Earthquake Analysis of Concrete Gravity Dams Including Dam-Water-Foundation Rock Interaction. *J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn.*, 9, 363-383.
17. PORTER, C.S. and CHOPRA, A.K., 1982. Hydrodynamic Effects in Dynamic Response of Simple Arch Dams. *J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn.*, 10, 417-431.
18. CHAKRABARTI, P. and CHOPRA, A.K., 1974. Hydrodynamic Effects in Earthquake Response of Gravity Dams. *J. Structural Eng., ASCE*, 100, ST6, 1211-1224.
19. HERZOG, A.M., 1982. Simplified Analysis of Concrete Gravity and Arch Dams Subject to Earthquakes. *Proc. Int. Civ. Eng.*, 73, 189-198.
20. ZIENKIEWICZ, O.C., PAUL, D.K. and HINTON, E., 1983. Cavitation in Fluid-Structure Response (with particular reference to dams under earthquake loading). *J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn.*, 11.
21. DARWIN, A.R., INGRAFFEA, A.R., PECKNOLD, D.A. and SCHNOBRICH, W.C., 1982. ASCE Committee on Concrete & Masonry Structures. State of the Art Report on F.E.M. Analysis of Reinforced Concrete. Task Comm. on F.E. Analysis of Reinforced Concrete Structures. ACSE Special Pub.
22. ZIENKIEWICZ, O.C., VALLIAPPAN, S. and KING, I.P., 1968. Stress Analysis of Rock as a No-Tension Material. *Geotechnique*, 18, 55-66.
23. RASHID, Y.R., 1968. Ultimate Strength Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels. *Nuclear Eng. and Design*, 7, 334-344.
24. MOHRAZ, B., SCHNOBRICH, C. and GOMEZ, A.E., 1970. Crack Development in a Prestressed Concrete Reactor Vessel as Determined by a Lumped Parameter Method. *Nuclear Eng. and Design*, 11, 286-294.
25. DARWIN, D. and PECKNOLD, D.A., 1978. Analysis of R.C. Shear Panels Under Cyclic Loading. *J. Structural Div., ASCE*, 102, ST2, 355-369.
26. PHILLIPS, D.V. and ZIENKIEWICZ, O.C., 1976. Finite Element Non-Linear Analysis of Concrete Structure. *Proc. Int. Civ. Eng.*, 61, P.2, 59-88.

27. BAZANT, Z.P. and CEDOLIN, L., 1979. Blunt Crack Band Propagation in Finite Element Analysis. *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, 105, EM2, 297-315.
28. BAZANT, Z.P. and OB, B.M., 1981. Concrete Fracture Via Stress Strain Relations. P.1 Theory, P.2 Verification. Report 81-10/655c, Centre of Concrete and Geomechanics, Northwestern University, Evanston, Illinois.
29. ARGYRIS, J.A., KREML, E. and WILLIAM, K.J., 1977. Constitutive Models and Finite Element Solution of Inelastic Behaviour, In *Formulation and Algorithm in Finite Element Analysis*, eds. K.J. Bathe et al.
30. GERSTLE, K.H., 1981. Simple Formulation of Triaxial Concrete Behaviour. *Journal of American Concrete Inst.*, Vol. 78, No. 5, 382-387.
- KOTSOVOS, M.D. and NEWMAN, J.B., 1978. Generalised Stress-Strain Relations for Concrete. *Journal of Eng. Mechs. Div.*, ASCE, Vol. 104, No. EM4, 845-856.
31. WILLIAM, K.J. and WARNKE, E.P., 1975. Constitute Model for the Triaxial Behaviour of Concrete. *Int. Assoc. for Bridge & Struct. Eng. Procs.*, Vol. 19.
32. CEDOLIN, L., CRUTZEN, Y.R.J. and DEI POLI, S., 1977. Stress-Strain Relationship and Ultimate Strength of Concrete Under Triaxial Loading Conditions. *Jnl. of Eng. Mechs. Div.*, Vol. 103, No. EM3, 423-440.
33. BICANIC, N. and ZIENKIEWICZ, O.C., 1983. Constitute Model for Concrete Under Dynamic Loading. *J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn.*, Vol. 11, 689-710.
34. ZIENKIEWICZ, O.C., FEJZO, R. and BICANIC, N., 1983. Experience in Analysis Plane Concrete Structures Using a Rate Sensitive Model with Crack Monitoring Capabilities. *Proc. of the Int. Conf. on Constitutive Laws for Engineering Materials*, Univ. of Arizona, Tucson, Jan. 1983.
35. ZIENKIEWICZ, O.C., HINTON, E., BICANIC, N. and FEJZO, R., 1980. Computational Models for the Transient Dynamic Analysis of Concrete Dams. *Proc. Conf. on Design of Dams to Resist Earthquakes*, Int. Civ. Eng., 171-178, London, Oct. 1980.
36. PANDE, G.N. and SHEN, S., 1982. A Two Surface Multi-Leminate Model for Dynamic Analysis of Rock Structures. *Proc. 4th Int. Conf. of Numerical Methods in Geomechanics*, Vol. 1, 421-426.
37. PAL, N., 1974. Non-Linear Earthquake Response of Concrete Gravity Dams. EERC Report No. UCB/EERC 74-14, University of California, Berkeley, Calif.
38. CHAPUIS, T., REBORA, B. and ZIMMERMANN, T., 1985. Numerical Approach to Crack Propagation Analysis in Gravity Dams During Earthquakes. *Proc. 15th Int. Congress on Large Dams*, Lausanne.

---

## 4. CONCLUSIONS

---

Les grandes lignes des méthodes nécessaires pour mieux comprendre et mieux déterminer le comportement des barrages en béton et des barrages en terre ont été présentées dans le rapport. Nous avons souligné l'importance de l'interaction fluide interstitiel-matrice solide-fluide extérieur, ainsi que la nécessité de prendre en compte les effets non linéaires.

Cela conduit à de nombreuses questions, très rationnelles. Nous donnons ci-après celles revêtant une grande importance:

- (a) Les moyens de calcul et les programmes sont-ils disponibles pour les études demandées?
- (b) Notre connaissance des propriétés des matériaux est-elle suffisante?
- (c) L'expérience et l'expérimentation valident-elles les approches suggérées?
- (d) Quelle est l'importance relative des divers problèmes complexes et dans quels cas les hypothèses sommaires sont-elles justifiées?

Les réponses à ces importantes questions doivent s'appuyer sur les recherches et développements actuels. Nous espérons que ceux-ci seront encouragés et soutenus par la CIGB et les Organismes Nationaux responsables de la sécurité et des projets de barrages.

A notre avis, la situation peut être brièvement exposée comme suit:

- (a)  
Les ordinateurs et les programmes actuellement disponibles permettent d'effectuer presque toutes les études proposées dans ce rapport. Cependant, il faut s'attacher davantage à développer des codes en vue d'exécuter **économiquement** de telles études dans les domaines bi- et tridimensionnel.
- (b)  
La connaissance actuelle des propriétés des matériaux est telle qu'il est possible d'obtenir des résultats significatifs, même si parfois il faut avancer des hypothèses sur les paramètres caractérisant le comportement possible.

Des recherches sont nécessaires pour améliorer les lois concernant les sols et les bétons soumis à des charges transitoires et cycliques.

---

## 4. CLOSURE

---

The outline of the 'state-of-the-art' procedures necessary for better understanding and the solution of both earthfill and concrete dam behaviour has been presented. We have stressed the need for a proper understanding of the importance of the pore fluid-solid matrix-external fluid interaction in the analysis. Further, the need for inclusion of non-linear effects was underlined throughout.

All of this poses many, very rational questions. Outstanding amongst these are

- (a) Are the computational facilities and programs available for required analyses?
- (b) Is our knowledge of material properties adequate to obtain meaningful results?
- (c) Does experience and experiment validate the approaches suggested?
- (d) What is the relative importance of the various complexities and when are crude assumptions justified?

The questions are valid and answers to these must be qualified by reliance on current developments and research. We hope that the latter will be encouraged and supported by ICOLD and National Agencies responsible for the safety and efficient design of dams.

In our view, briefly the position is as follows.

- (a)  
The presently available computer resources and programs allow most of the analyses suggested in this report to be carried out. However, more effort is needed to develop codes where such analyses can be **economically** carried out by practitioners in both 2- and 3-dimensional context.
- (b)  
The present knowledge of material properties is such that meaningful results are feasible even if on occasion parameters bounding the possible behaviour have to be assumed.

Research is needed for refining present-day constitutive laws for both soils and concrete under transient and dynamic loads.

(c)

Il importe de vérifier la validité des résultats au moyen des observations du comportement des structures et de leurs fondations sous l'effet des séismes, mais malheureusement il est rare que, simultanément, la sollicitation sismique et ses effets soient complètement mesurés. Nous encourageons cette démarche, mais pensons que des essais en laboratoire peuvent souvent fournir des résultats plus précis: par exemple, essais à la machine centrifuge pour le comportement des barrages en terre - essais sur table vibrante conduits jusqu'au seuil de détérioration.

Des comparaisons systématiques constitueront une base pour des recherches futures.

(d)

Le procédé consistant à éviter les problèmes complexes en adoptant des hypothèses arbitraires, non vérifiées, est ni logique, ni sûr. Cependant, l'étude numérique (ou expérimentale) détaillée de configurations et problèmes peut permettre d'estimer l'importance des effets particuliers. Par exemple, l'on sait que la compressibilité du fluide dans l'étude de l'interaction du réservoir est de faible importance pour les **petits** ouvrages, tandis que pour les **grands** ouvrages les résultats négligeant cet effet sont sans signification. C'est pourquoi nous encourageons les études de tels (ou d'autres) effets, destinées à mieux préciser les limites de '**petits**' et de '**grands**'. Un effort considérable est nécessaire et il ne sera entrepris que si l'on souhaite améliorer l'ingénierie des barrages.

Nous avons dressé dans ce rapport une voie difficile - et effectivement dans cette conclusion nous avons omis de mentionner certaines directions de recherches manifestement nécessaires (telles que l'approche stochastique signalée dans l'Introduction). A moins que les ingénieurs ne reconnaissent les problèmes, nous ferons peu de progrès au-delà de l'extrapolation empirique utilisée, et pas toujours avec succès, dans le passé.

(c)

Validation of results by observation of actual behaviour of structures and their foundations under earthquake conditions is desirable but unfortunately seldom is simultaneous evidence of earthquake motion and its effects fully measured. We encourage this line of approach but feel that more precise validation can often be more effectively achieved in laboratory scale experiments. Centrifuge tests on earth dam behaviour, for instance, form an excellent platform for assessing computational results - and on occasion shaking table results carried out to the damage threshold may serve the same purpose.

Systematic comparisons should form a basis for much future research.

(d)

The avoidance of complexities by arbitrary, unverified assumptions is not a logical or safe procedure. However, the detailed numerical (or experimental) study of various configurations and problems can allow us to assess the importance of particular effects. For instance, it is known that fluid compressibility in the study of reservoir interaction is of small importance for **small** structures while in **large** ones results neglecting its effect are meaningless. We therefore encourage research in which a parametric study of such (and other) effects can be undertaken to achieve more precise limits of **small** and **large**. Again a considerable effort is necessary and this will only be forthcoming if the wish to improve the dam engineering field is present.

We have charted in this report a difficult passage - and indeed in these concluding remarks have omitted some obvious necessary research directions (such as the stochastic approach mentioned in the Introduction). However, unless the engineering fraternity recognizes the problems, we shall make little progress beyond the empirical extrapolation used, not always successfully, in the past.

## FIGURES

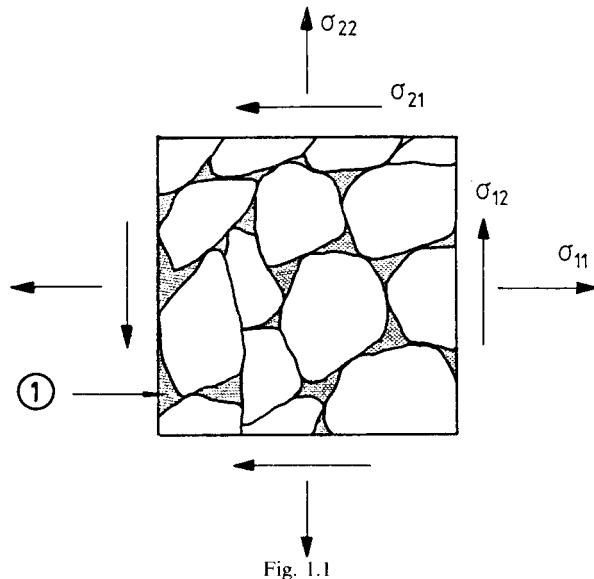


Fig. 1.1

Contrainte totale  $\sigma$  et pression interstitielle  $p$   
dans un élément d'un matériau perméable.

Total stress  $\sigma$  and pore pressure  $p$   
in an element of a porous material.

(1) Fluide (eau) (pression  $p$ ).

(1) Pore fluid (pressure  $p$ ).

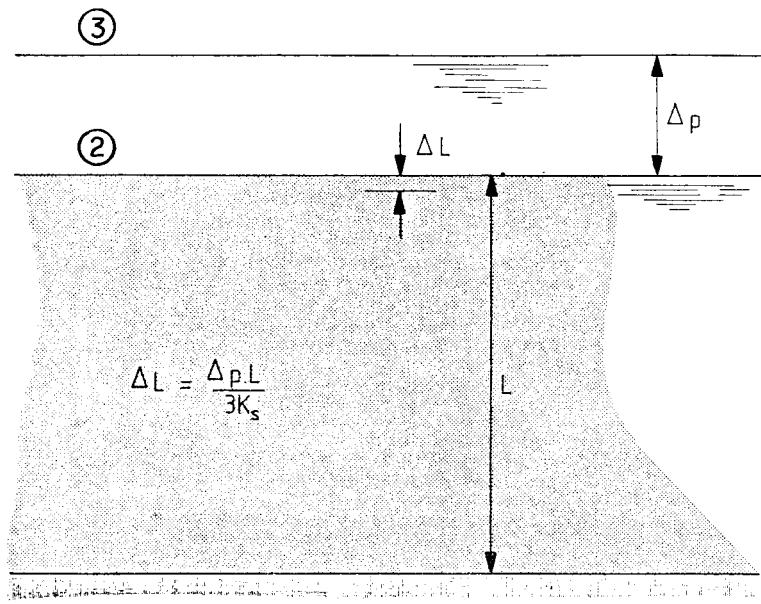


Fig. 1.2

Couche perméable soumise à une variation  
du niveau de la retenue.

Pervious layer subject to a reservoir level change.

- (1) Base supposée rigide.
- (2) Niveau d'eau initial.
- (3) Niveau d'eau final.

- (1) Assumed rigid base.
- (2) Original water level.
- (3) Final water level.

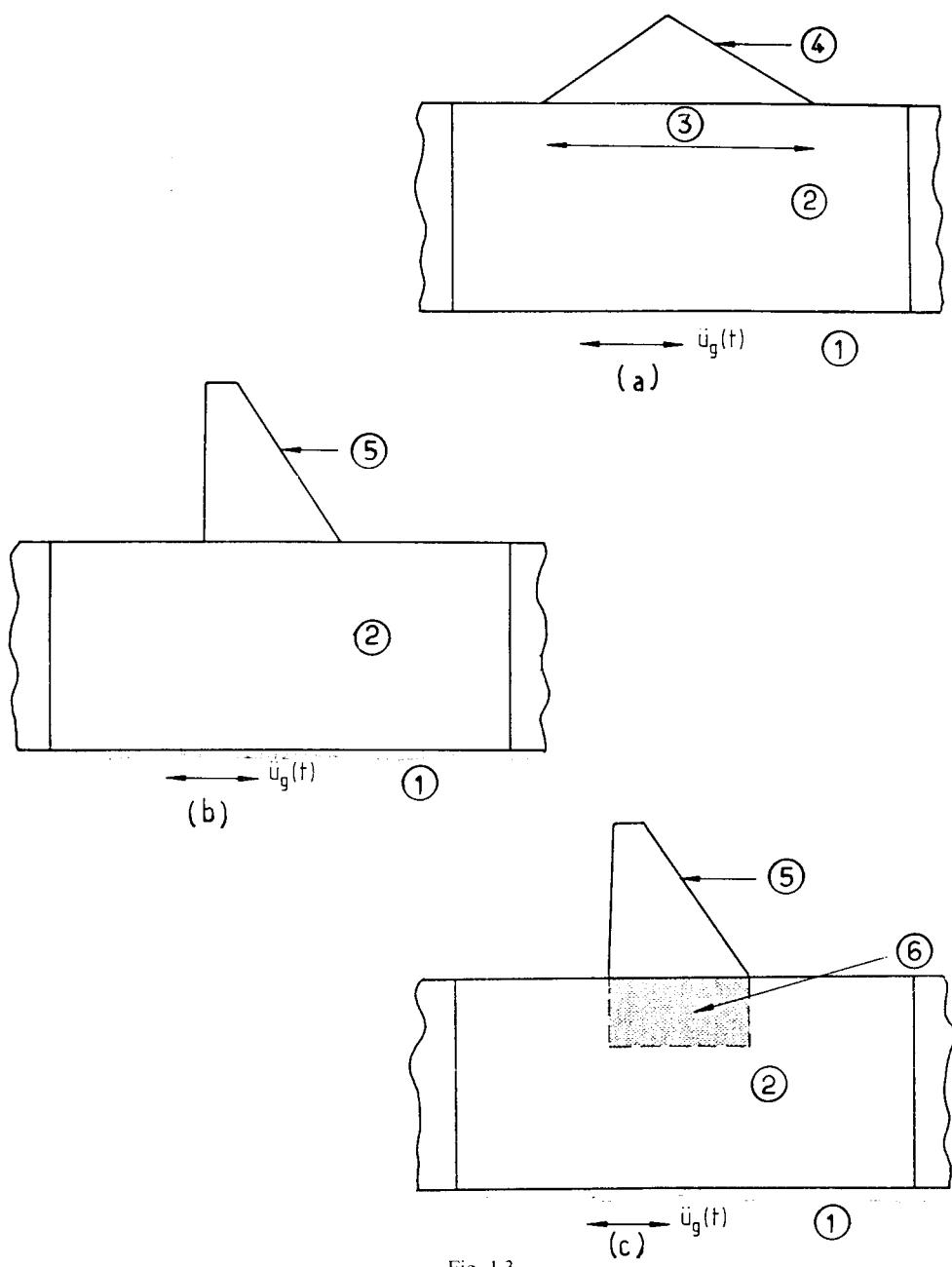


Fig. 1.3

(a) Modèle de barrage en remblai et de fondation avec interaction.

*Model of embankment dam and interacting foundation.*

(b) Modèle de barrage-poids et de fondation avec interaction.

*Model of gravity dam and interacting foundation.*

(c) Modèle de barrage encastré dans la fondation.

*Model of dam embedded into foundation material.*

(1) Base rocheuse.

(1) *Base rock.*

(2) Matériaux de fondation.

(2) *Foundation material.*

(3) Degré de liberté commun.

(3) *Common D.O.F.*

(4) Ouvrage.

(4) *Structure.*

(5) Béton.

(5) *Concrete.*

(6) Différence de propriétés ajoutée ici.

(6) *Difference of properties added here.*

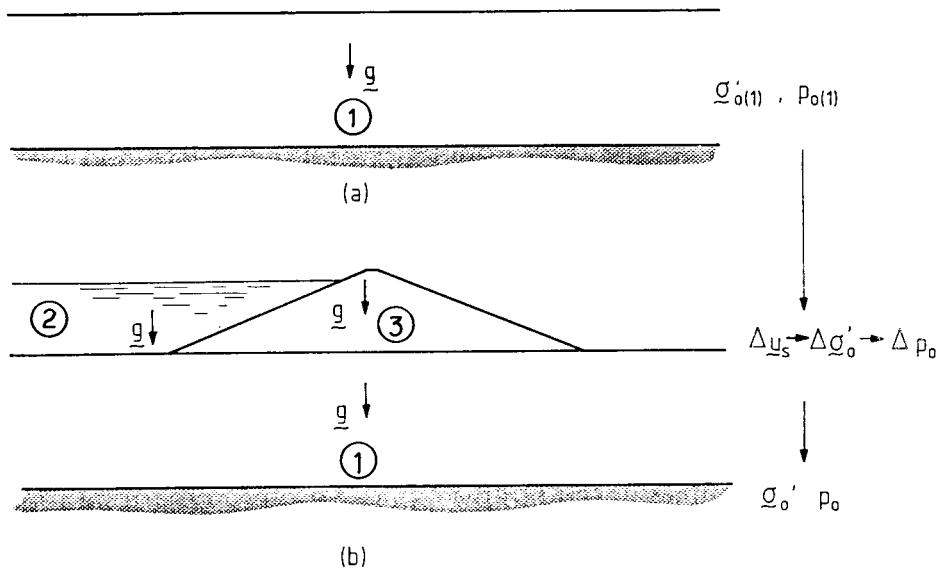


Fig. 1.4

Étapes de calcul pour la contrainte initiale (effective)  $\sigma'_0$  et la pression interstitielle  $p_0$ .

- (a) Contrainte initiale effective  $\sigma'_{0(1)}$  et pression interstitielle  $p_{0(1)}$ , avant construction.
- (b) Calcul pour les déplacements statiques supplémentaires  $\Delta u_s$  résultant de la charge de gravité et de la charge d'eau appliquées à l'ouvrage et à sa fondation, avec les conditions initiales (a) rentrant dans le calcul,  $\sigma'_0$  et  $p_0$  peuvent être déterminées.

*Stages of computation for initial (effective) stress  $\sigma'_0$  and pore pressure  $p_0$ .*

- (a) Initial preconstruction effective stress and pore pressure  $\sigma'_{0(1)}$ ,  $p_{0(1)}$ .*
- (b) Analysis for additional static displacements  $\Delta u_s$ , due to gravity and water loads applied to structure and foundation with initial system (a) included in analysis  $\sigma'_0$  and  $p_0$  can be found.*

- (1) Fondation.
- (2) Fluide (eau).
- (3) Barrage.

- (1) Foundation.
- (2) Fluid.
- (3) Dam.

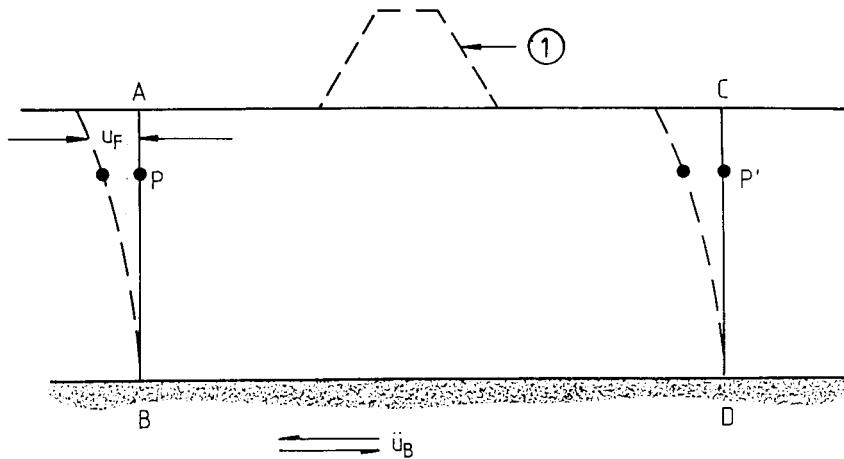


Fig. 1.5

Mouvement de « champ libre » pour un mouvement uniforme (horizontal) de la base.

*“Free field” motion for a uniform (horizontal) base motion.*

(1) Ouvrage.

(1) Structure.

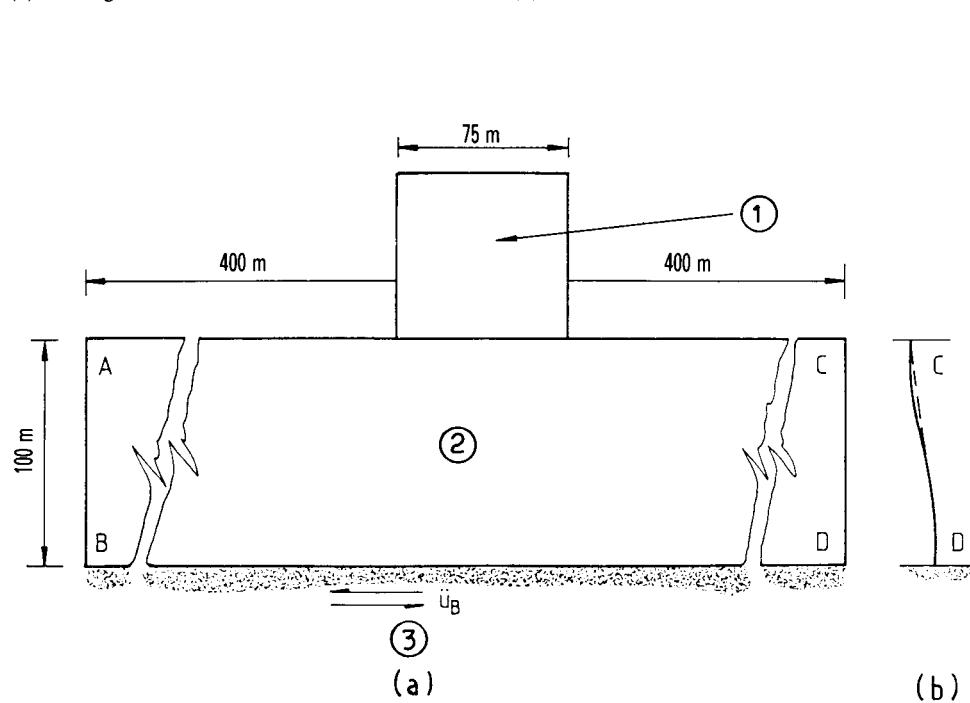


Fig. 1.6

Comparaison du mouvement de « champ libre » et du mouvement composé.

(a) Système ouvrage-fondation soumis à un mouvement uniforme (horizontal) de la base (séisme d'El-Centro, composante N-S, mai 1940).

(b) Mouvement de « champ libre » et mouvement composé de la limite latérale CD, 10 secondes après le début du séisme.

*Comparison of free field and composite motion.*

(a) A structure foundation system subject to an uniform (horizontal) base motion (the El-Centro earthquake, N-S component, May 1940).

(b) The free field and composite motion of the lateral boundary CD at 10 s from the start of excitation.

(1) Ouvrage.  
(2) Sol.  
(3) Rocher.

(1) Structure.  
(2) Soil.  
(3) Rock.

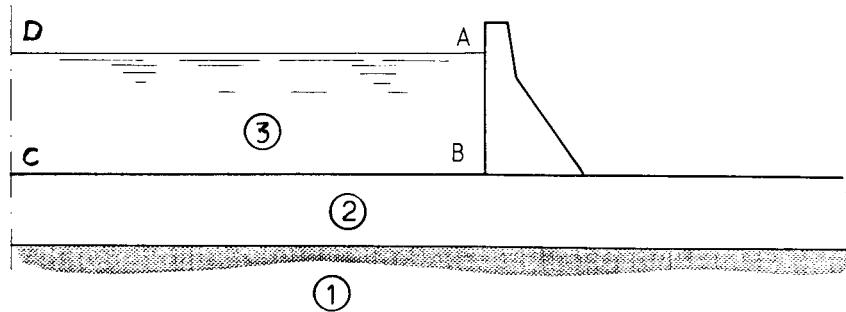


Fig. 1.7

Couplage retenue-barrage.

*Reservoir-dam coupled system.*

- (1) Base rocheuse.
- (2) Fondation.
- (3) Fluide (eau).

- (1) Base rock.
- (2) Foundation.
- (3) Fluid.

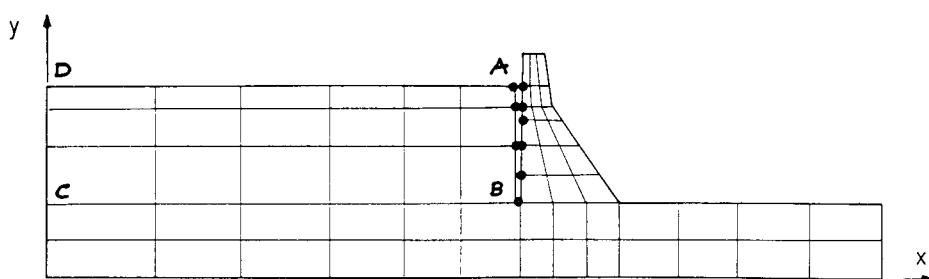


Fig. 1.8

Traitement du fluide comme solide dégénéré.

Maillage « grossier » dans le fluide associé au maillage « fin » de l'ouvrage.

*Fluid treatment or that of a degenerate solid  
"Coarse" mesh in fluid linkage with a fine mesh of structure.*

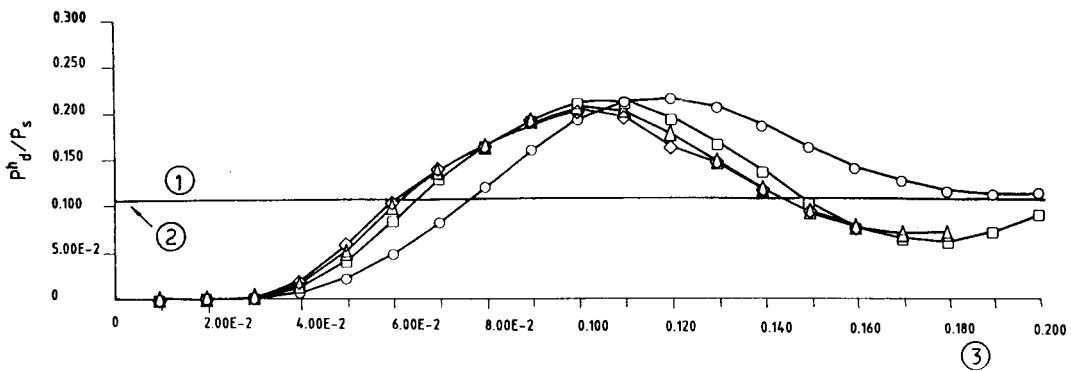


Fig. 1.9

Influence de la compressibilité de l'eau sur la force hydrodynamique résultant d'une excitation en « marches d'escalier » appliquée à la base.

*Influence of compressibility of water on hydrodynamic force due to heaviside base excitation.*

- |                                    |                                     |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| ○ Vitesse du son dans l'eau - 1 C. | ○ Acoustic velocity of water - 1 C. |
| □ Vitesse du son dans l'eau - 2 C. | □ Acoustic velocity of water - 2 C. |
| △ Vitesse du son dans l'eau - 3 C. | △ Acoustic velocity of water - 3 C. |
| ◊ Vitesse du son dans l'eau - 4 C. | ◊ Acoustic velocity of water - 4 C. |
- (1) Barrage rigide.  
(2) Eau incompressible (0,107).  
(3) Temps en secondes.

- (1) Rigid dam.  
(2) Incompressible water (0.107).  
(3) Time in seconds.

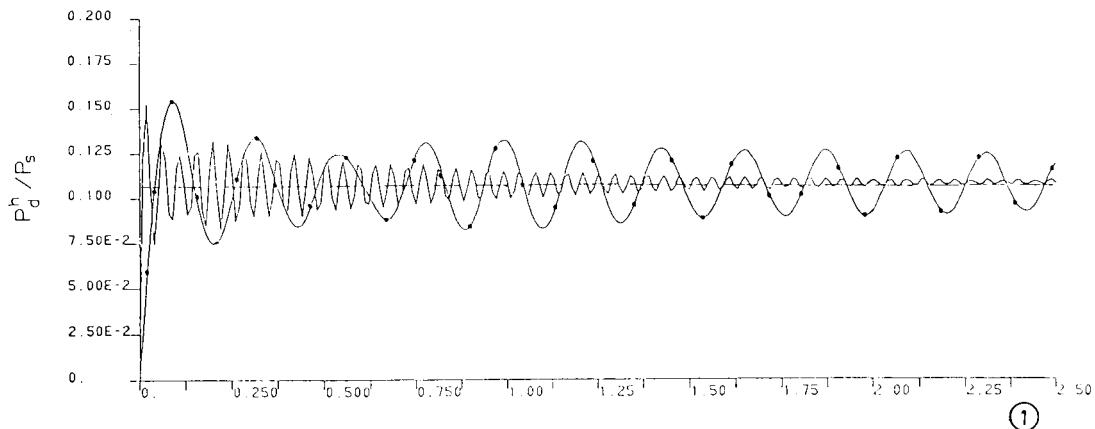


Fig. 1.10

Force de pression sur un barrage rigide soumis à une excitation horizontale « en marches d'escalier » appliquée à la base.

*Pressure force history on rigid dam when subjected to horizontal heaviside base excitation.*

Influence de la compressibilité de l'eau.  
Accél. — 0,1 C D - 0,0.

*Influence of compressibility of water.*  
Accel. — 0.1 C D — 0.0.

- |   |  |
|---|--|
| Vitesse du son dans l'eau<br>C — 1 439 m/s.                   | Acoustic velocity of water<br>C — 1 439 m/s.                     |
| Vitesse du son dans l'eau<br>C — 7 195 m/s.                   | Acoustic velocity of water<br>C — 7/195 m/s.                     |
| Vitesse du son dans l'eau<br>C $\infty$ (eau incompressible). | Acoustic velocity of water<br>C $\infty$ (incompressible water). |

- (1) Temps en secondes.

- (1) Time in seconds.

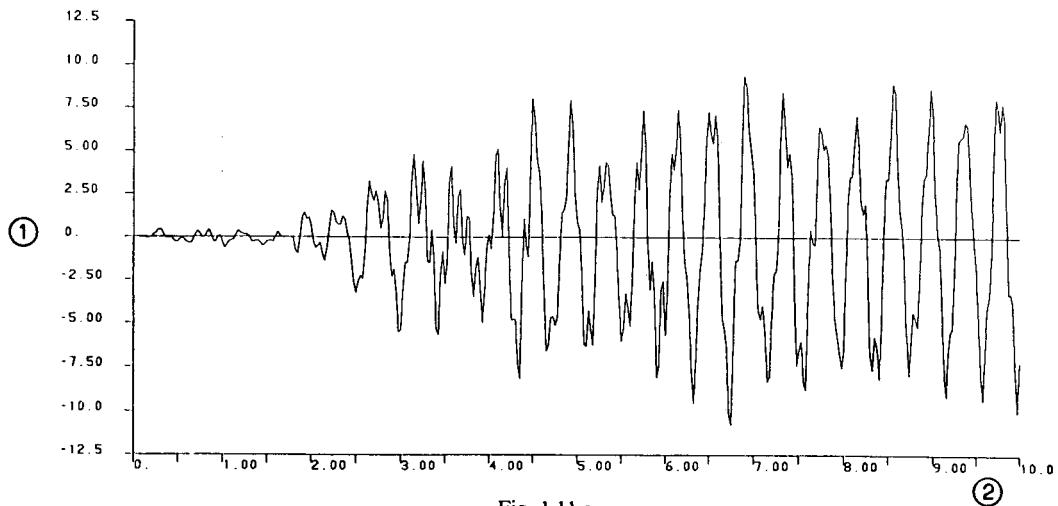


Fig. 1.11 a

Déplacement horizontal de la crête du barrage  
en réponse au séisme de Koyna de composantes transversale et verticale.  
Prise en compte de la cavitation.

*Horizontal displacement response of dam crest  
due to transverse and vertical components of Koyna earthquake  
considering cavitation in water.*

Retenue transmettant l'énergie.

Implicite-Implicite  $DT = 0,005 \text{ s}$   $D = 0,0$ .

Modèle « no tension » pour l'eau.

*Energy transmitting reservoir.*

*Implicit-Implicit  $DT = 0,005 \text{ s}$   $D = 0,0$ .*

*No tension model for water.*

(1) Déplacement (cm).  
(2) Temps en secondes.

(1) Displacement (cm).  
(2) Time in seconds.

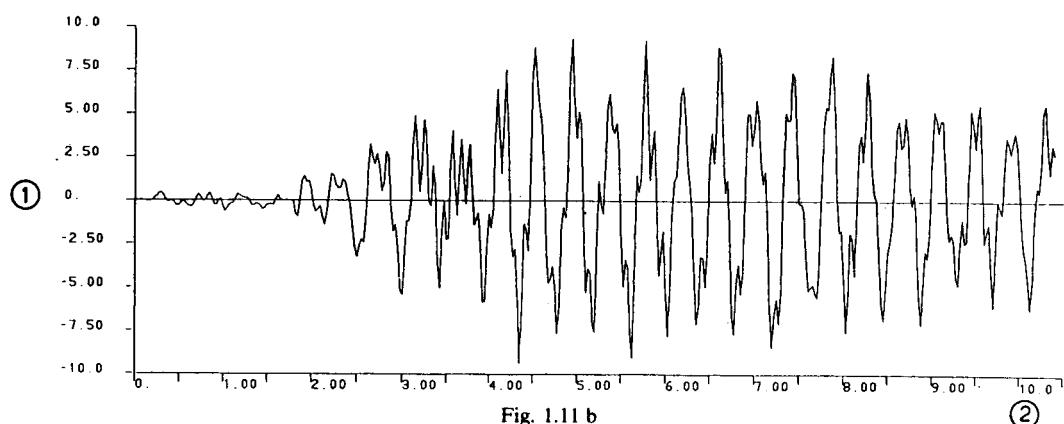


Fig. 1.11 b

Déplacement horizontal de la crête du barrage en réponse au séisme de Koyna  
de composantes transversale et verticale.

*Horizontal displacement response of dam crest  
due to transverse and vertical components of Koyna earthquake.*

Retenue transmettant l'énergie.

Implicite-Implicite  $DT = 0,005 \text{ s}$   $D = 0$ .

Hypothèse linéaire pour l'eau.

*Energy transmitting reservoir.*

*Implicit-Implicit  $DT = 0,005 \text{ s}$   $D = 0$ .*

*Water considered linear.*

(1) Déplacement (cm).  
(2) Temps en secondes.

(1) Displacement (cm).  
(2) Time in seconds.

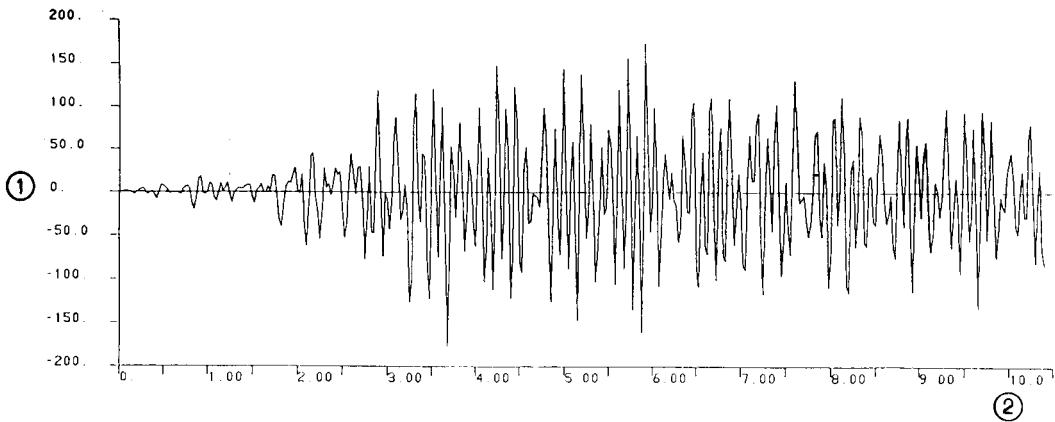


Fig. 1.11 C

Pression hydrodynamique au pied du barrage  
en réponse au séisme de Koyna de composantes transversale et verticale.

*Hydrodynamic pressure response on dam at the base of dam  
due to transverse and vertical components of Koyna earthquake.*

Retenue transmettant l'énergie.

Implicite-Implicite DT = 0,005 s D = 0.

Hypothèse linéaire pour l'eau.

*Energy transmitting reservoir.*

*Implicit-Implicit DT = 0.005 s D = 0.*

*Water considered linear.*

(1) Pression ( $t/m^2$ ).

(2) Temps en secondes.

(1) Pressure ( $t/m^2$ ).

(2) Time in seconds.

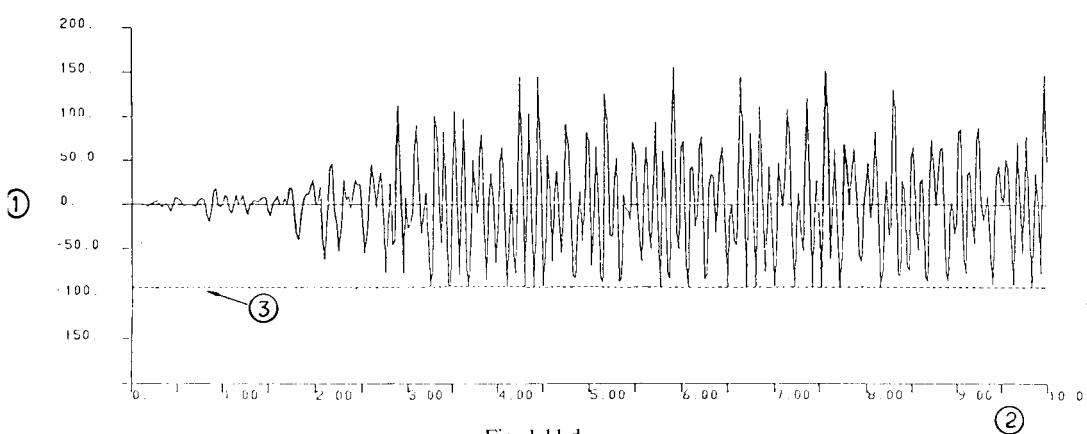


Fig. 1.11 d

Pression hydrodynamique au pied du barrage,  
en réponse au séisme de Koyna de composantes transversale et verticale  
Prise en compte de la cavitation.

*Hydrodynamic pressure response at the base of dam  
due to transverse and vertical components of Koyna earthquake  
considering cavitation in water.*

Retenue transmettant l'énergie.

Implicite-Implicite DT = 0,005 s D = 0,0.

Modèle « no tension » pour l'eau.

*Energy transmitting reservoir.*

*Implicit-Implicit DT = 0.005 s D = 0.0.*

*No tension model for water.*

(1) Pression ( $t/m^2$ ).

(2) Temps en secondes.

(3) Pression hydrostatique absolue.

(1) Pressure ( $t/m^2$ ).

(2) Time in seconds.

(3) Absolute hydrostatic pressure.

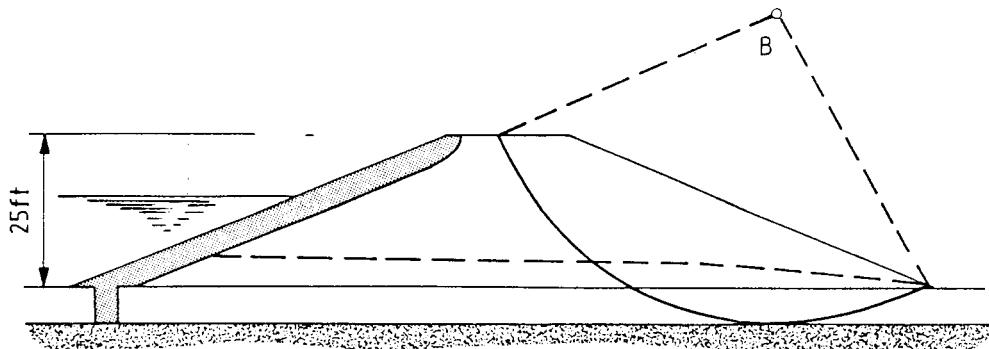


Fig. 2.1

Barrage de Sheffield - Calcul pseudo-statique de la stabilité du remblai pendant le séisme.

(Note : Rupture totale de ce barrage, en 1925, due à la liquéfaction de sables lâches près de la base de l'ouvrage - Californie.)

Pseudo-static analysis of embankment stability during earthquake - Sheffield Dam.

(Note : This dam failed completely by liquefaction of loose sand near base 1925 - California.)

(B) Calcul pseudo-statique, méthode traditionnelle :

Coefficient sismique = 0,1.

Coefficient de sécurité minimal = 1,21.

(B) Pseudo-static analysis conventional approach

Seismic coefficient = 0.1.

Minimum factor of safety = 1.21.

Hypothèses de calcul	Coefficient de sécurité
Force sismique agissant à la base de la tranche .....	1,21
Force sismique agissant au centre de gravité de la tranche .....	1,32

Design assumptions	Factor of safety
Seismic force acting at base of slice .....	1.21
Seismic force acting at centre of gravity slice .....	1.32

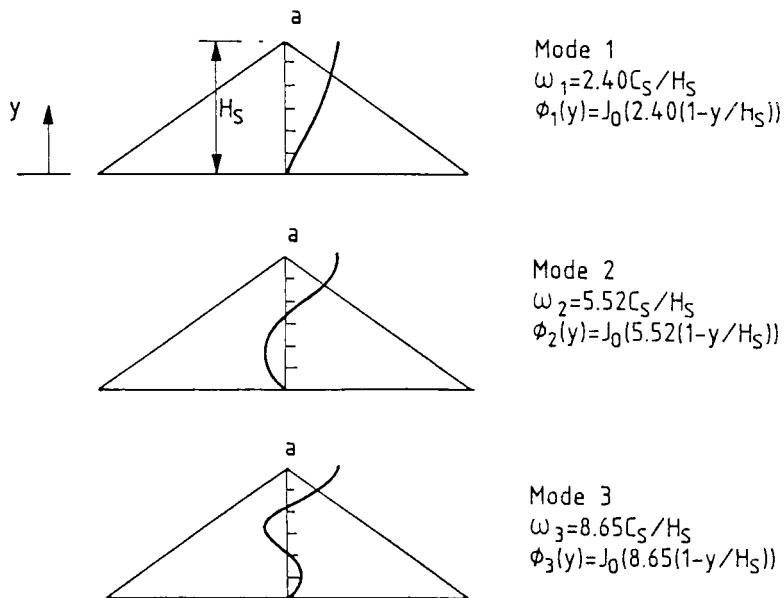


Fig. 2.2

Modes et fréquences naturelles d'un barrage.

Mode shapes and natural frequencies of dam.

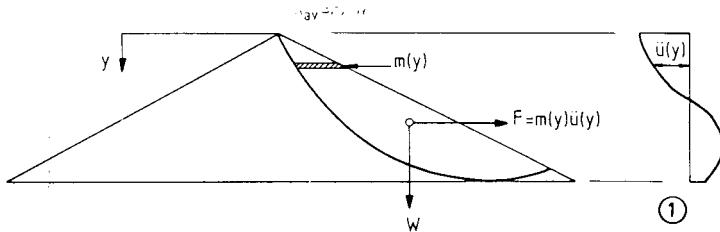


Fig. 2.3

Détermination de l'accélération effective pour une masse de glissement potentiel.

*Determination of effective acceleration for potential slide mass.*

(1) Distribution de l'accélération à  $t = t_1$ .

(1) Acceleration distribution at  $t = t_1$ .

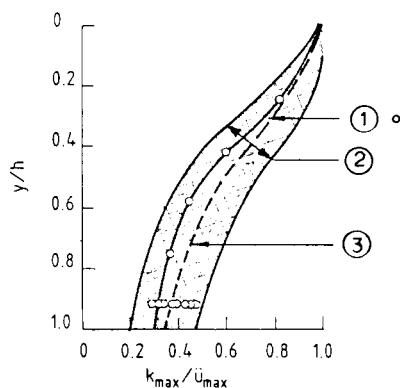


Fig. 2.4

Variation de la pointe d'accélération effective  $k_{\max}$  en fonction de la profondeur de la base de la masse de glissement potentiel (d'après Makdisi et Seed).

*Variation of effective peak acceleration  $k_{\max}$  with depth base of potential slide mass (after Makdisi and Seed).*

- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| (1) ○ Méthode des éléments finis.                              | (1) ○ Finite element method.          |
| (2) Tranche de cisaillement (domaine pour toutes les données). | (2) Shear slice (range for all data). |
| (3) Moyenne de toutes les données.                             | (3) Average of all data.              |

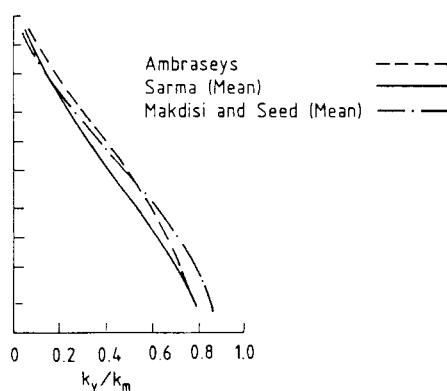


Fig. 2.5

Déplacements calculés de barrages en remblai soumis à des séismes de magnitude 6 $\frac{1}{2}$ , pour des sols ayant peu, ou pas,

de perte de résistance due à la déformation induite par le séisme.

*Computed displacements of embankment dams subjected to magnitude 6 $\frac{1}{2}$  earthquakes for soils having little or no strength loss due to earthquake-induced deformation.*

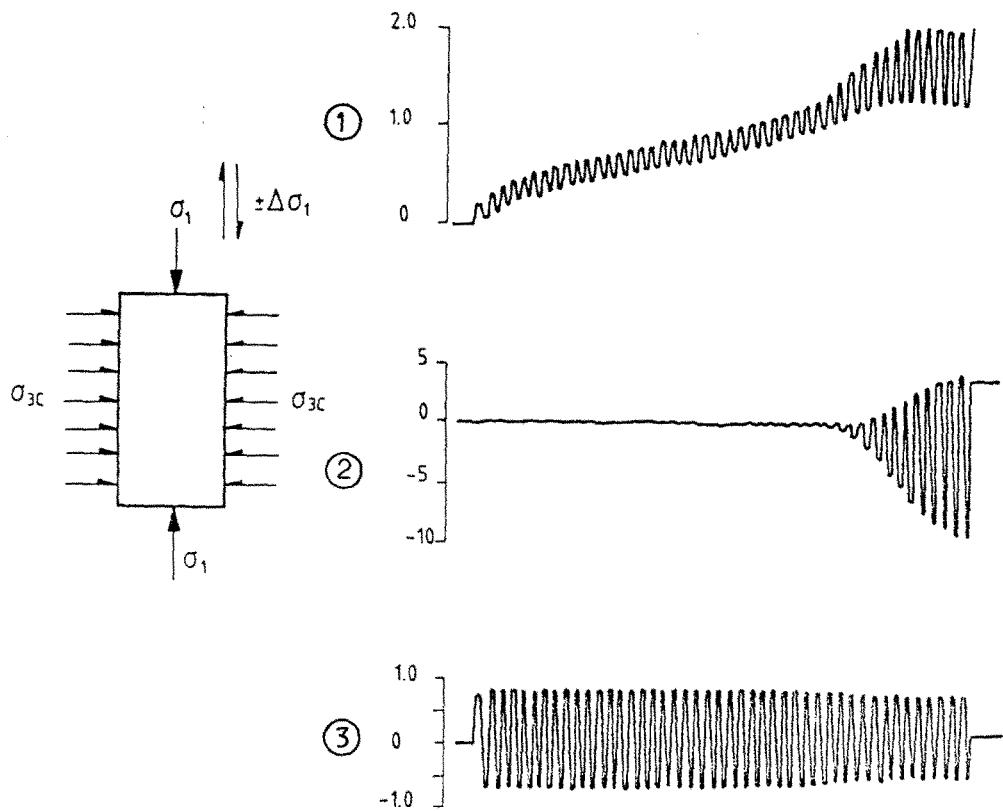


Fig. 2.6

Comportement caractéristique d'un sol sous charge cyclique  
et dans des conditions uniformes.

*Typical behaviour of a soil under cyclic load and uniform conditions.*

- |   |  |
|---|--|
| (1) Variation de la pression interstitielle ( $\text{kg/cm}^2$ ).<br>(2) Déformation axiale (%).<br>(3) Déviateur de contraintes alternatif $\Delta\sigma_0$<br>( $\text{kg/cm}^2$ ). | (1) Change in pore water pressure ( $\text{kg/cm}^2$ ).<br>(2) Axial strain (%).<br>(3) Alternating deviator stress $\Delta\sigma_D$ ( $\text{kg/cm}^2$ ). |
|---|--|

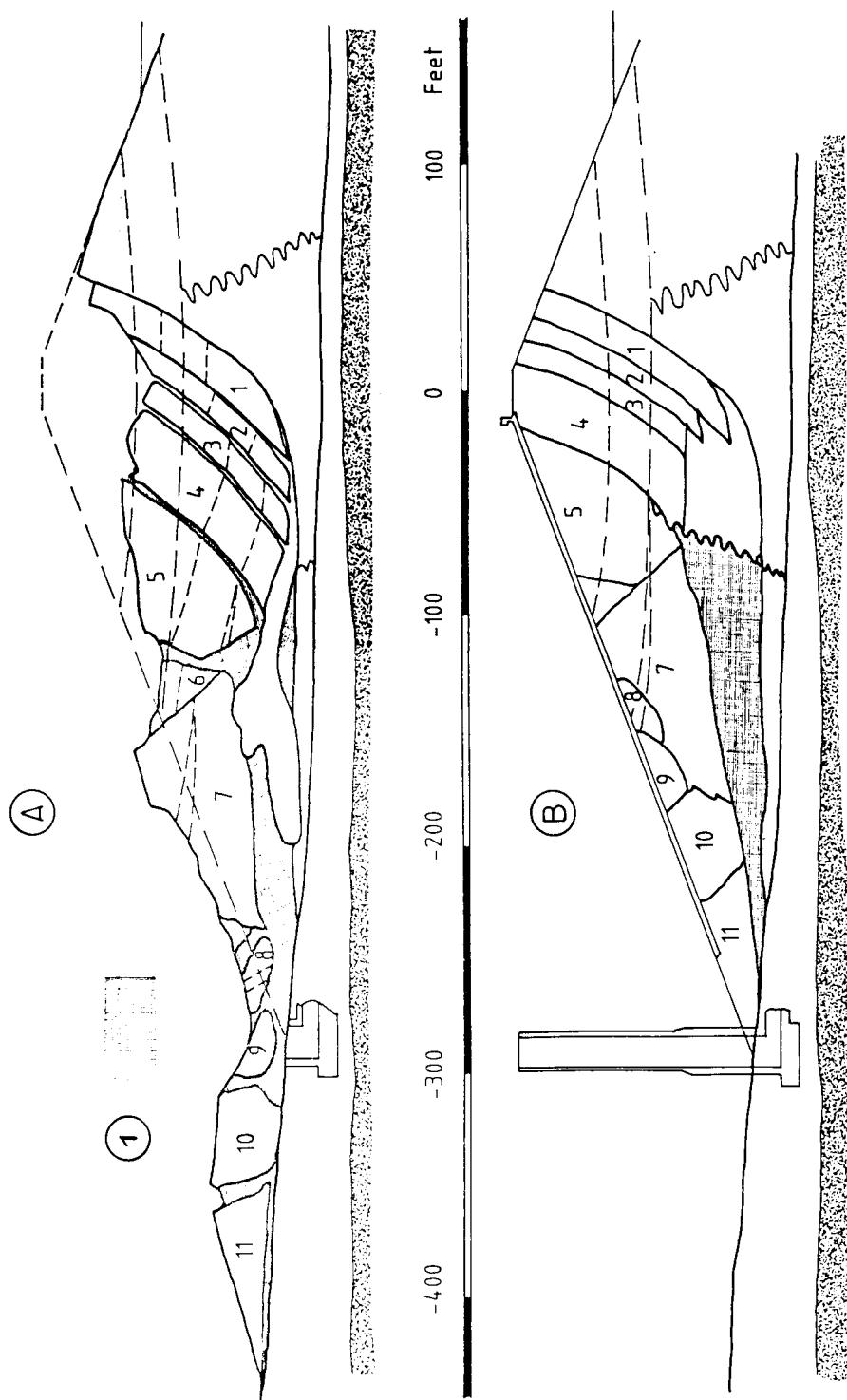


Fig. 2.7

Barrage inférieur de San Fernando  
(rupture due au séisme du 9 février 1971).

*Lower San Fernando dam (failure under earthquake 9th Feb. 1971).*

- |  |  |
|--|--|
| (A) Profil en travers du barrage en remblai après le séisme.<br>(B) Profil en travers après reconstruction.<br>(I) Zone liquéfiée. | (A) <i>Cross-section through embankment after earthquake.</i><br>(B) <i>Reconstructed cross-section.</i><br>(I) <i>Liquified zone.</i> |
|--|--|

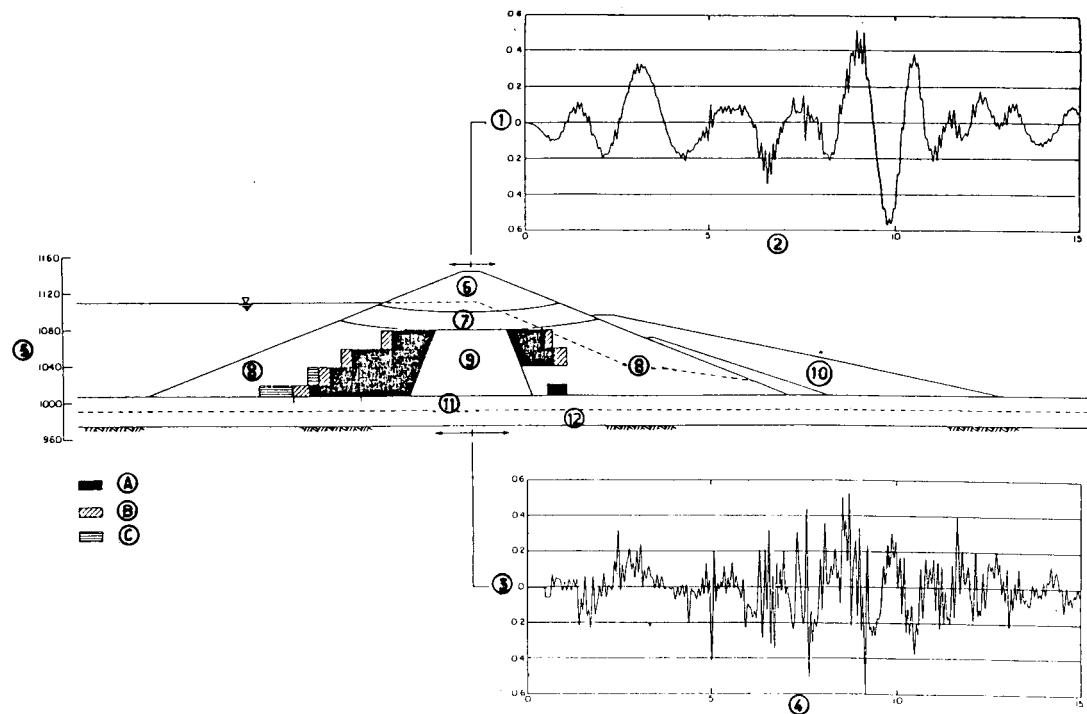


Fig. 2.8

Calcul de la réponse du barrage inférieur de San Fernando aux mouvements sismiques appliqués à sa base, enregistrés par séismoscope.

*Analysis of response of lower dam during San Fernando earthquake to base motions determined from seismoscope record.*

- (1) Accélération en crête du remblai (g).
- (2) Temps calculé (secondes).
- (3) Accélération dans la fondation rocheuse (g).
- (4) Temps (secondes).
- (Fig. 3-4 d'après R. F. Scott.)
- (5) Cote (pied).
- (6) Remblai compacté.
- (7) Schiste.
- (8) Remblai hydraulique en sable.
- (9) Noyau en argile.
- (10) Talus en remblai compacté.
- (11) Alluvions supérieures.
- (12) Alluvions inférieures.

- (1) History of acceleration at crest of embankment (g).
- (2) Computed time (seconds).
- (3) History of acceleration in base rock (g).
- (4) Time (seconds).
- (Fig. 3-4 after R. F. Scott.)
- (5) Elevation (feet).
- (6) Rolled fill.
- (7) Ground shale.
- (8) Hydraulic fill sand.
- (9) Clay core.
- (10) Rolled fill berm.
- (11) Upper alluvium.
- (12) Lower alluvium.

- (A) Zones de rupture résultant de la liquéfaction, déterminées par le calcul, après 10,5 secondes de secousses.
- (B) Zones de rupture résultant de la liquéfaction, déterminées par le calcul, après 13,5 secondes de secousses.
- (C) Zones de rupture résultant de la liquéfaction, déterminées par le calcul, après 15 secondes de secousses.

- (A) Zones of failure due to liquefaction indicated by analysis after 10.5 seconds of shaking.
- (B) Zones of failure due to liquefaction indicated by analysis after 13.5 seconds of shaking.
- (C) Zones of failure due to liquefaction indicated by analysis after 15 seconds of shaking.

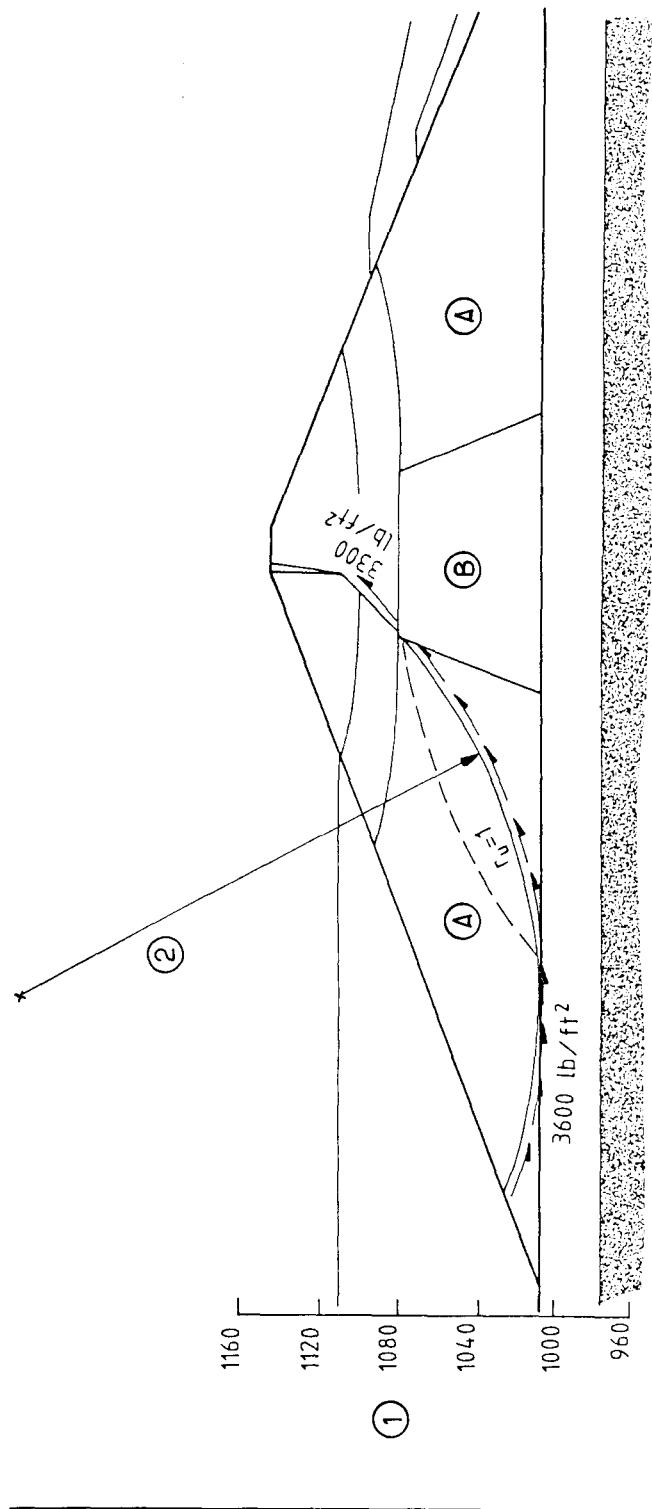
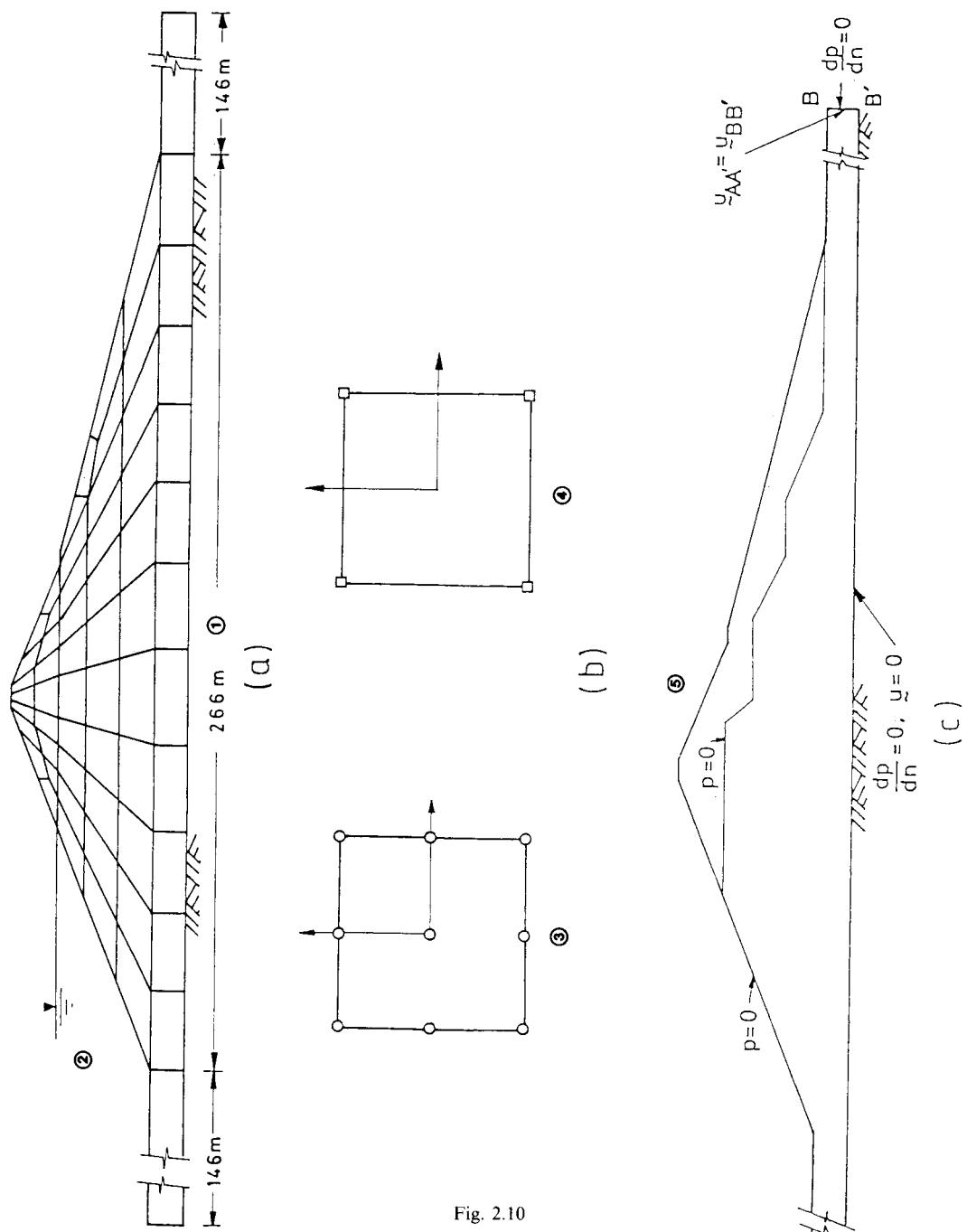


Fig. 2.9

Stabilité du barrage inférieur de San Fernando immédiatement après le séisme.  
Note : chargement « non drainé » de toutes les zones : la résistance au cisaillement devient nulle dans la zone où  $r_u = 1$  (condition de mobilité cyclique).

*Stability of lower San Fernando dam immediately after earthquake.  
Note : undrained loading of all zones : shear resistance drops to zero in zone where  $r_u = 1$  (condition of cyclic mobility).*



Modélisation du barrage inférieur de San Fernando.

*The simulation of the lower San Fernando dam.*

- (a) Mailles des éléments finis.
    - (1) Rocher.
    - (2) Retenue.
  - (b) Types d'éléments utilisés dans le calcul.
    - (3) Élément biquadratique de Lagrange pour le déplacement.
    - (4) Élément bilinéaire pour la pression interstitielle.
  - (c) Conditions aux limites.
    - (5) Surpression interstitielle  $p$  induite par le séisme.
- (a) *Finite element mesh.*
    - (1) *Rock.*
    - (2) *Reservoir.*
  - (b) *Types of elements used in the analysis.*
    - (3) *Biquadratic Lagrangian element for displacement.*
    - (4) *Bilinear element for pore pressure.*
  - (c) *Boundary conditions.*
    - (5) *Dynamic induced excess pore pressure  $p$ .*

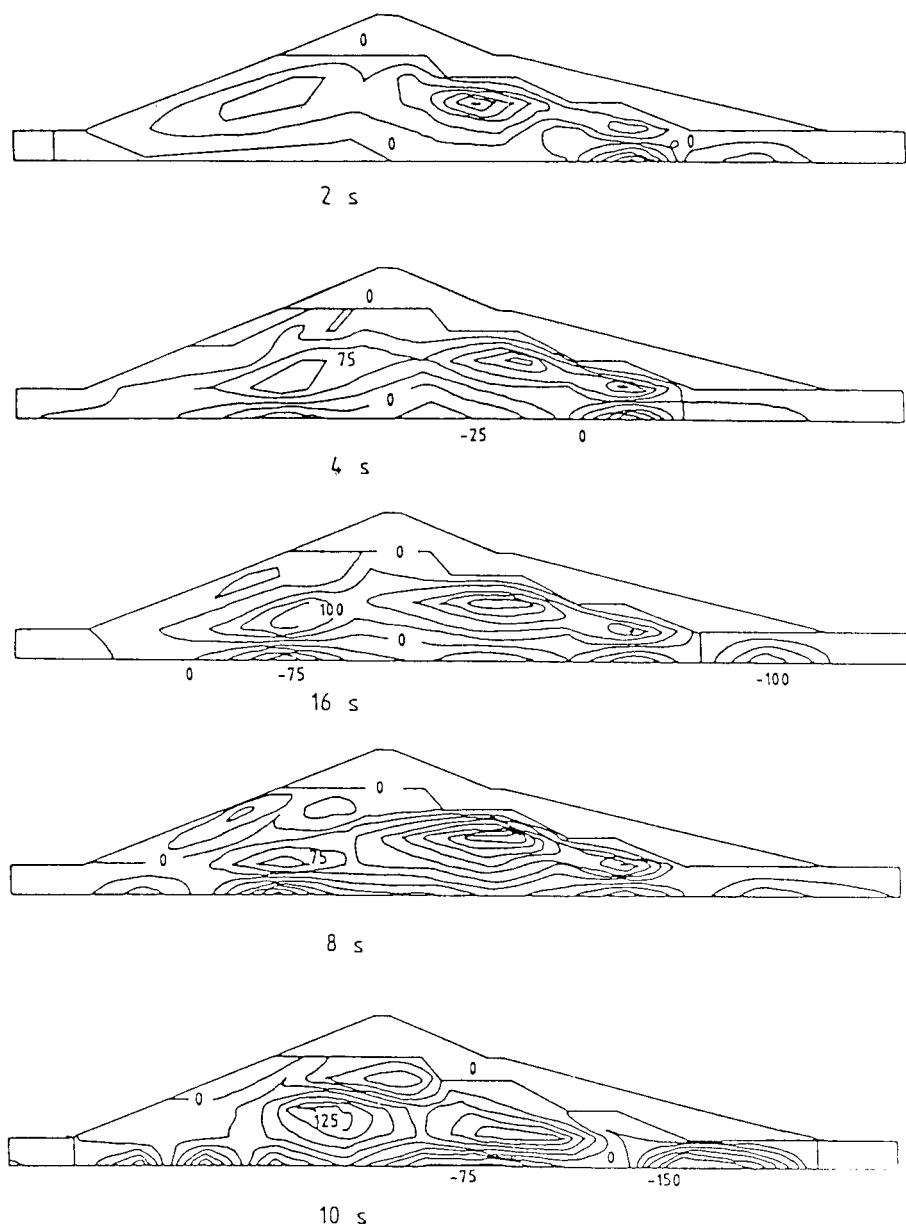


Fig. 2.11

Calcul du barrage inférieur de San Fernando.  
Courbes isobares des surpressions interstitielles :  
intervalle entre courbes =  $25 \text{ kN/m}^2$ .

*The lower San Fernando dam analysis.  
Contour of excess pore water pressure build up :  
contour interval =  $25 \text{ kN/m}^2$ .*

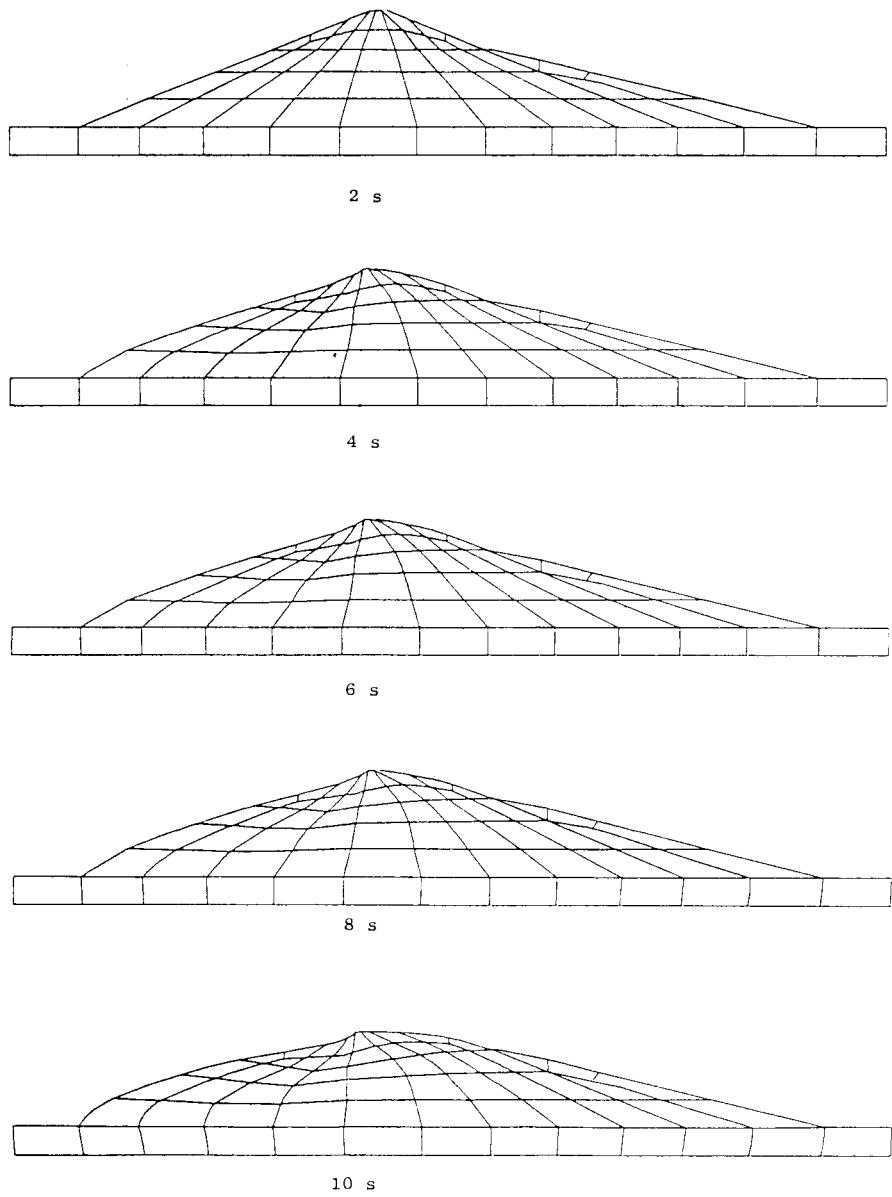


Fig. 2.12

Calcul du barrage inférieur de San Fernando.  
Mailles déformées (déplacement  $\times 10,0$ ).

*The lower San Fernando dam analysis.  
Deformed mesh (displacement  $\times 10.0$ ).*

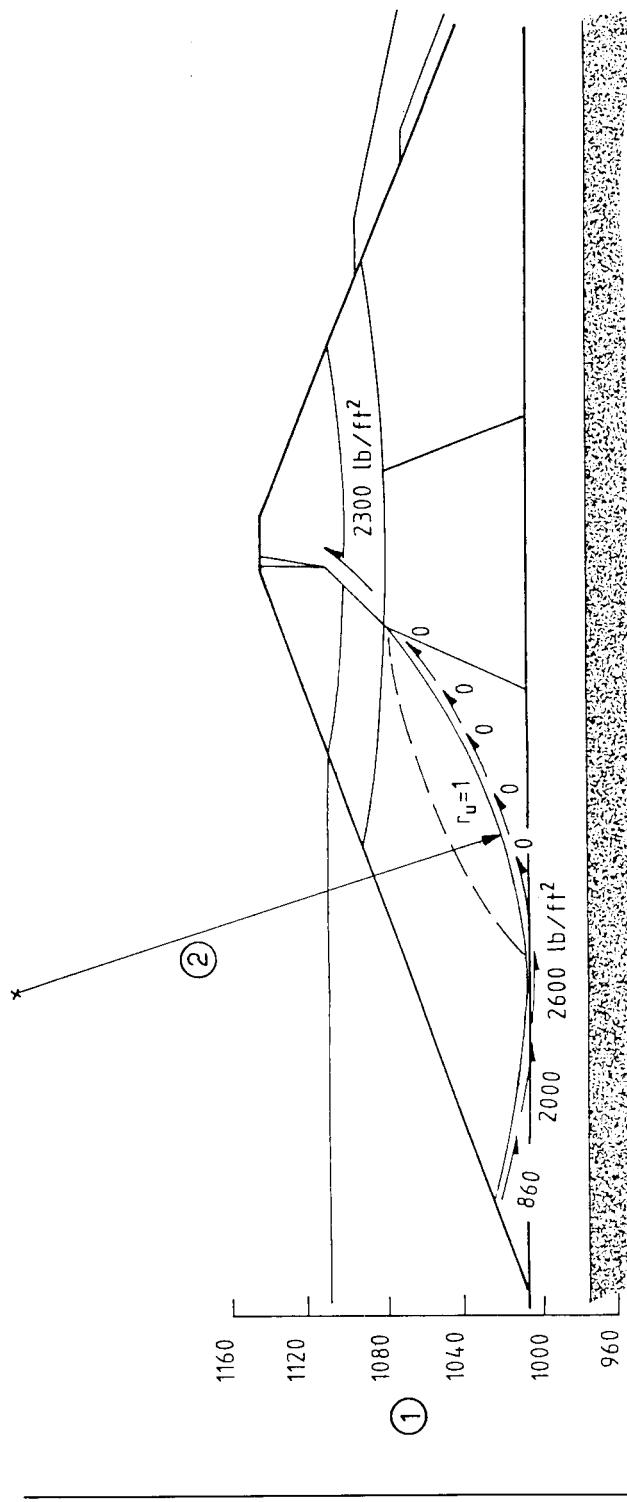


Fig. 2.13

Stabilité du barrage inférieur de San Fernando peu de temps après la fin du séisme.

Note : chargement « non drainé » de toutes les zones ; la résistance au cisaillage devient nulle dans la zone où  $r_u = 1$   
(conditions de mobilité cyclique).

*Stability of lower San Fernando dam a short time after earthquake motions stop.  
Note : undrained loading of all zones,  
shear resistance drops to zero in zone where  $r_u = 1$  (conditions of cyclic mobility).*

- (1) Cote (pied),  
 (2) Coefficient de sécurité = 0.8.

- (1) Elevation (feet),  
 (2) Factor of security = 0.8.

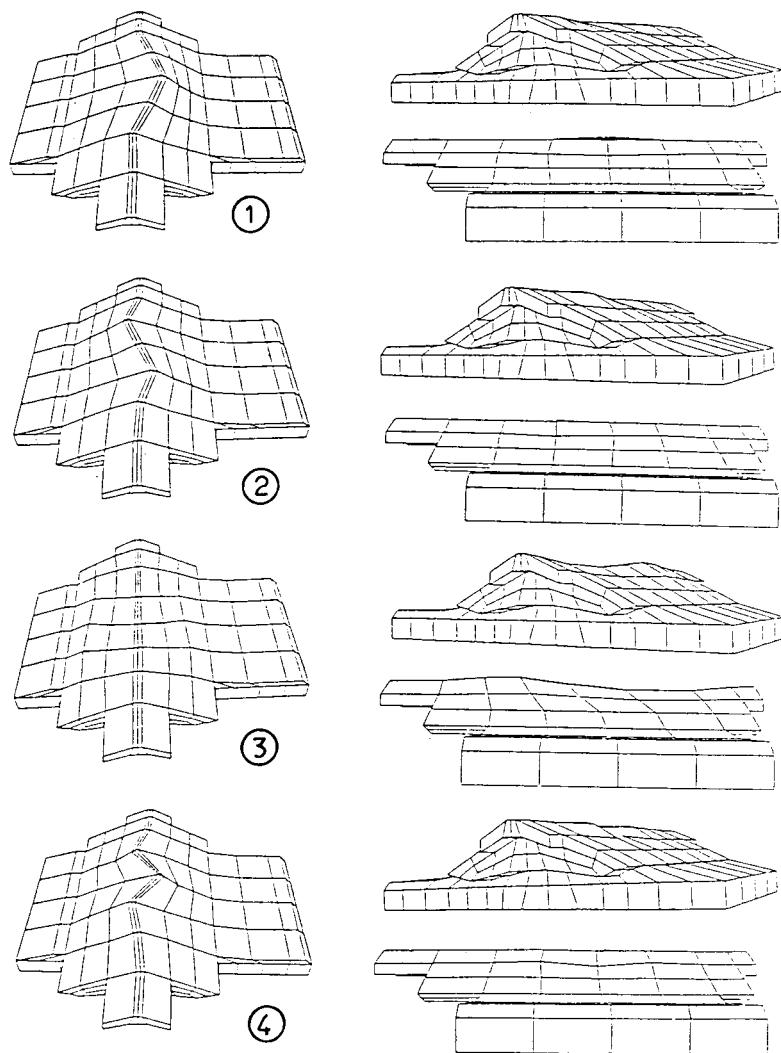


Fig. 2.14

Modes de déformation déduits du calcul (modèle tridimensionnel)  
du barrage de Santa Falicia  
[d'après Prévost *et al.* (30)]

*Deformation modes from a three dimensional analysis  
of Santa Falicia dam  
[after Prévost et al. (30)].*

- |  |  |
|--|--|
| (1) Premier mode en tridimensionnel 3 D<br>1,395 cps (Hz). | (1) 3 D First mode<br>1,395 cps (Hz).  |
| (2) Deuxième mode 3 D<br>1,433 cps (Hz).                   | (2) 3 D Second mode<br>1,433 cps (Hz). |
| (3) Troisième mode 3 D<br>1,505 cps (Hz).                  | (3) 3 D Third mode<br>1,505 cps (Hz).  |
| (4) Quatrième mode 3 D<br>1,522 cps (Hz).                  | (4) 3 D Fourth mode<br>1,522 cps (Hz). |

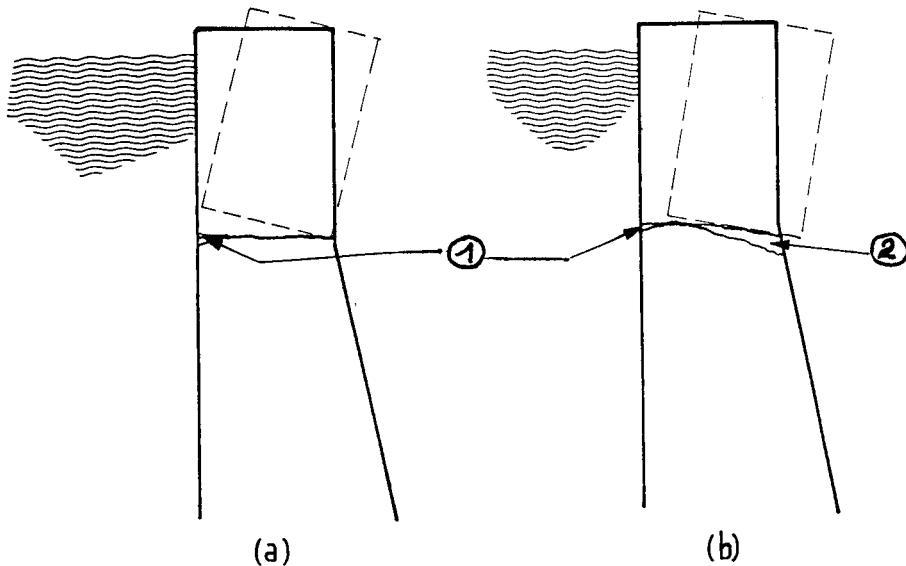


Fig. 3.1

Modes possibles de rupture d'un barrage-poids soumis à un séisme.

- (a) Renversement (improbable).
- (b) Écrasement - glissement.

*Possible modes of failure of a gravity dam under earthquake.*

- (a) *Oversturning (not probable).*
- (b) *Crushing - sliding.*

(1) Fissure et entrée d'eau.  
 (2) Zone écrasée.

(1) *Crack and water entry.*  
 (2) *Crushed zone.*

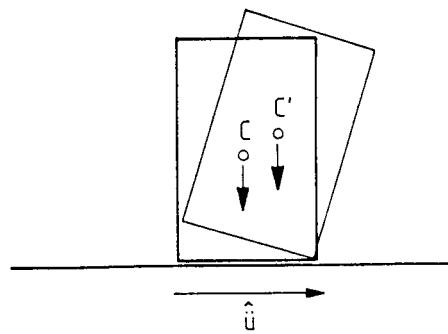


Fig. 3.2

Stabilité au renversement d'un bloc rigide.

*Stability of a rigid block against overturning.*

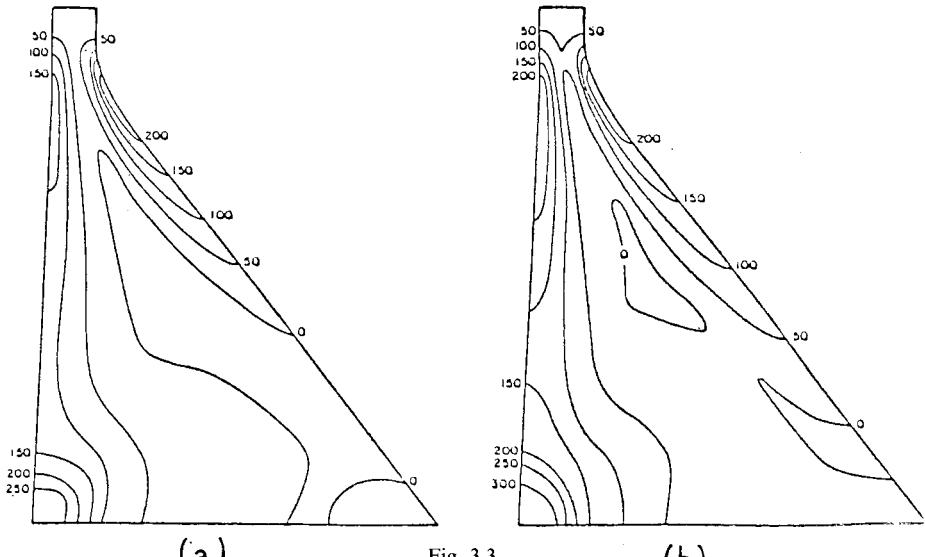


Fig. 3.3 (a) (b)

Enveloppe des contraintes maximales principales  
(contraintes maximales de traction ou contraintes minimales de compression)  
au barrage de Pine Flat fondé sur rocher rigide,  
dûes aux composantes simultanées S 69 E  
et verticale du séisme de Taft  
( $1 \text{ lb/in}^2 = 6.9 \text{ kN/m}^2$ )  
(d'après A. K. Chopra et S. Gupta, 1981).

*Envelope values of maximum principal (maximum tensile or minimum compressive)  
stresses in Pine Flat dam on rigid foundation rock  
due to S 69 E and vertical components, simultaneously,  
of Taft ground motion ( $1 \text{ lb/in}^2 = 6.9 \text{ kN/m}^2$ )  
(after A. K. Chopra and S. Gupta, 1981).*

- (a) Effets hydrodynamiques exclus.  
(b) Effets hydrodynamiques inclus.

- (a) Hydrodynamic effects excluded.  
(b) Hydrodynamic effects included.

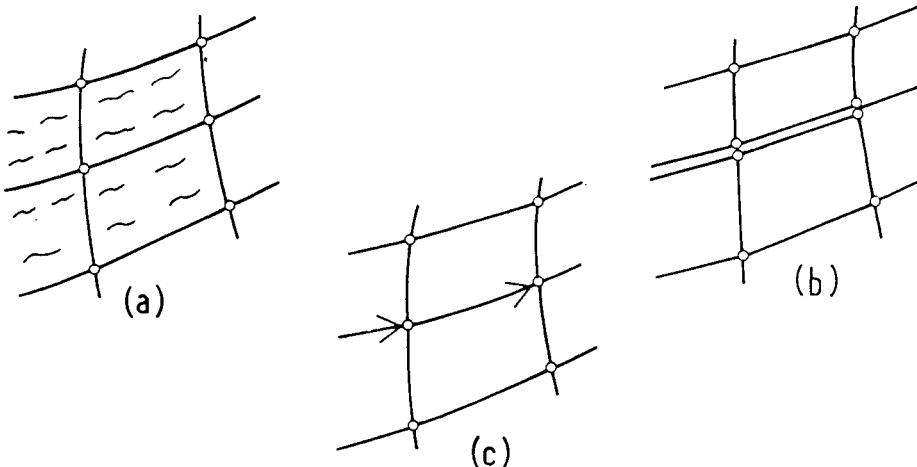


Fig. 3.4

Méthodes possibles de modélisation des fissures.

*Alternative approaches to modelling of cracks.*

- |   |   |
|---|---|
| (a) Fissures réparties.   | (a) <i>Distributed cracking.</i>                                  |
| (b) Fissures aux frontières des éléments.                                       | (b) <i>Crack on element interface (element separation).</i>       |
| (c) Mécanique de fracture - Méthode du coefficient d'intensité des contraintes. | (c) <i>Fracture mechanics - Stress intensity factor approach.</i> |

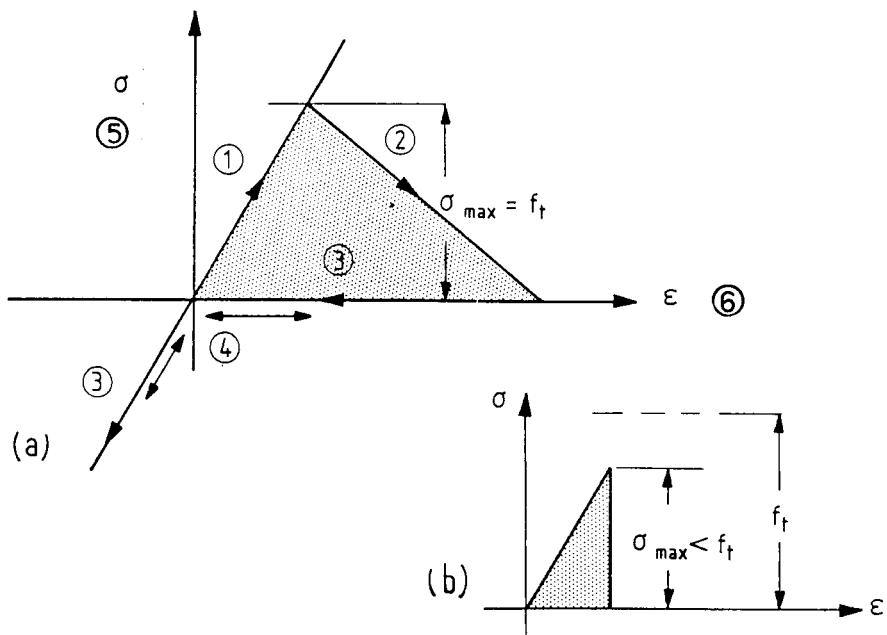


Fig. 3.5

Comportement en tractions uniaxiales.

*Behaviour in uniaxial tension.*

- |                                    |                            |
|------------------------------------|----------------------------|
| (1) Première charge de traction.   | (1) First tensile loading. |
| (2) Atténuation de la déformation. | (2) Strain softening.      |
| (3) Recharge de compression.       | (3) Compressive reload.    |
| (4) Comportement ultérieur.        | (4) Subsequent behaviour.  |

Zone ombrée - Dissipation d'énergie par unité de volume (E).

Épaisseur de la zone fissurée W.

WE = constante si W trop grand réduit  $\sigma_{max}$  comme indiqué en (b).

$f_t$  — résistance à la traction uniaxiale.

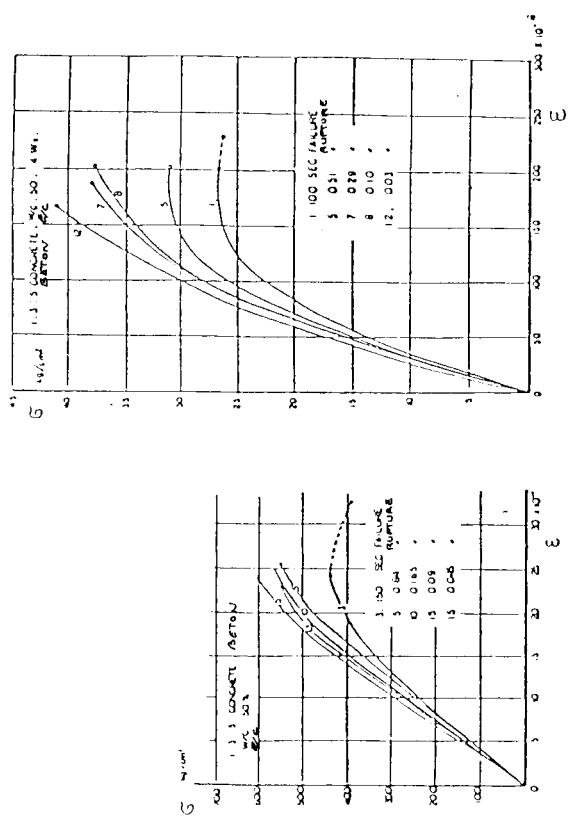
*Shaded area - Energy dissipation per unit volume (E).*

*Width of crack zone W.*

*WE = constant if W too large reduce  $\sigma_{max}$  as shown in (b).*

$f_t$  — uniaxial strength in tension.

- |   |                              |
|---|------------------------------|
| (5) Contrainte de traction $\sigma$ .       | (5) $\sigma$ (tensile).      |
| (6) Déformation de traction $\varepsilon$ . | (6) $\varepsilon$ (tensile). |



(A)

Fig. 3.6

Comportement caractéristique du béton soumis à diverses charges et contraintes cycliques.

*Typical behaviour of concrete at various load rates and stress cycling.*

**A** Résultats obtenus par Hatano dans des essais de compression directe et de traction directe, sur les échantillons de béton 1, 3, 5.  
*Hatano's results for direct compression and direct tension tests on 1 : 3 : 5 concrete specimens.*

**B** Essais de fatigue à la compression (cycle lent), sur les échantillons 1, 3, 5 (d'après Hatano).  
*Hatano's low cycle fatigue test in compression on 1 : 3 : 5 concrete specimens.*

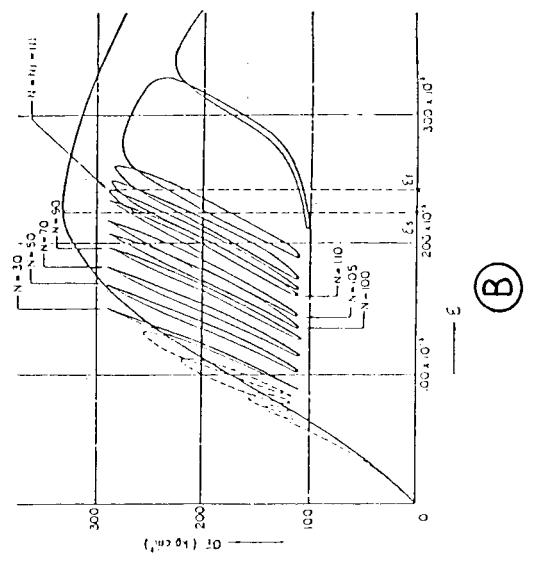
Relations contraintes-déformations dans les essais de compression statique et dans les essais de fatigue à cycle lent  
 [béton 1, 3, 5 - essais no 1, 1-1, 0,47 cps (Hz)].

N : Nombre de charges appliquées.  $N_i$  : Valeur de N à la rupture.  
*Stress-strain relations both in statical compression test and in low cycle fatigue test*  
 (1.3.5. concrete, test No. 1, 1-1, 0,47 cps).

$N$  : Number of repetition of loading.  $N_i$  : Value of N at failure.

$\varepsilon_c$ : Déformation à la rupture dans l'essai de compression statique.  
 $\varepsilon_i$ : Déformation totale à la rupture dans l'essai de fatigue.  
 $\varepsilon$ : Déformation.  
 $\sigma$ : Contrainte.

$\varepsilon_c$ : Strain at failure in statical compression test.  
 $\varepsilon_i$ : Total strain of failure in fatigue test.  
 $\varepsilon$ : Strain.  
 $\sigma$ : Stress.



(B)

Fig. 3.6

Comportement caractéristique du béton soumis à diverses charges et contraintes cycliques.

*Typical behaviour of concrete at various load rates and stress cycling.*

**A** Résultats obtenus par Hatano dans des essais de compression directe et de traction directe, sur les échantillons de béton 1, 3, 5.  
*Hatano's results for direct compression and direct tension tests on 1 : 3 : 5 concrete specimens.*

**B** Essais de fatigue à la compression (cycle lent), sur les échantillons 1, 3, 5 (d'après Hatano).  
*Hatano's low cycle fatigue test in compression on 1 : 3 : 5 concrete specimens.*

Relations contraintes-déformations dans les essais de compression statique et dans les essais de fatigue à cycle lent  
 [béton 1, 3, 5 - essais no 1, 1-1, 0,47 cps (Hz)].

N : Nombre de charges appliquées.  $N_i$  : Valeur de N à la rupture.  
*Stress-strain relations both in statical compression test and in low cycle fatigue test*  
 (1.3.5. concrete, test No. 1, 1-1, 0,47 cps).

$N$  : Number of repetition of loading.  $N_i$  : Value of N at failure.

$\varepsilon_c$ : Strain at failure in statical compression test.  
 $\varepsilon_i$ : Total strain of failure in fatigue test.  
 $\varepsilon$ : Strain.  
 $\sigma$ : Stress.

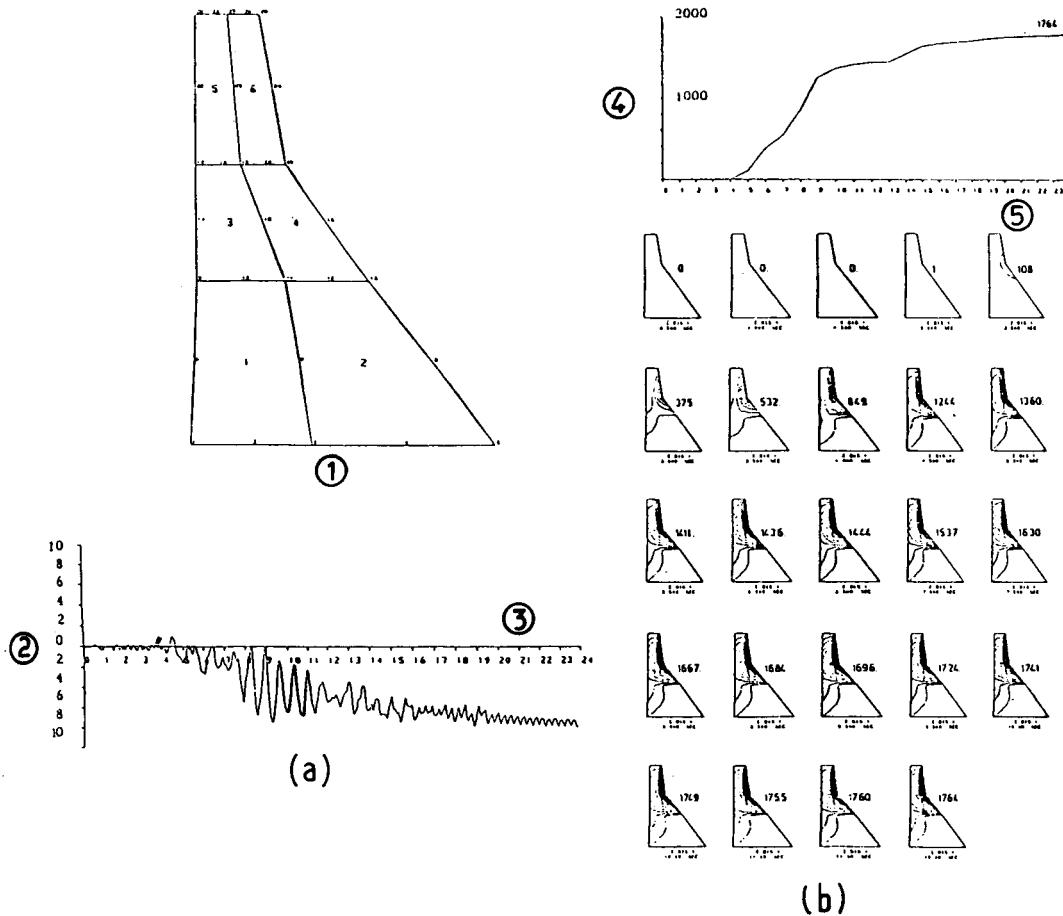


Fig. 3.7

**Calcul non-linéaire du barrage de Koyna sous charge dynamique.**

*Non-linear analysis of Koyna dam under dynamic load.*

- |  |   |
|--|---|
| (1) Mailles du barrage de Koyna.<br>(a) Déplacement horizontale de la crête, sans la composante transversale du séisme de Koyna.<br><br>(2) Déplacement (cm).<br>(3) Temps (échelle 0,50 s). | (1) <i>Koyna dam mesh.</i><br>(a) <i>Crest displacement history (horizontal direction) transversal component of Koyna earthquake.</i><br><br>(2) <i>Displacement (cm).</i><br>(3) <i>Time (scale 0.50 s).</i> |
| (b) Variation de l'énergie totale dissipée pendant la secousse sismique.<br>(4) Énergie totale dissipée (tm).<br>(5) Durée du séisme (échelle des temps 0,50 s).                             | (b) <i>Change of total dissipated energy during earthquake excitation.</i><br>(4) <i>Total dissipated energy (tm).</i><br>(5) <i>Earthquake duration (time scale 0.50 s).</i>                                 |

Tableau 3.1

Résumé des réponses du barrage de Pine Flat  
au séisme de Taft.

Cas (1)	Propriétés du système		Excitation (4)	Déplacement maximal en crête (en pouces) (5)	Contraintes maximales de traction (en livres par pouce carré)		
	Rocher de fondation (2)	Effets hydro-dynamiques (3)			Parement amont (6)	Parement aval (7)	Pied amont (8)
1	Rigide	Exclus	Seisme de Taft 1952	1,38	153	208	257
2	Rigide	Inclus		1,83	223	254	366
3	Flexible	Exclus	Composante S 69 E	1,46	143	158	150
4	Flexible	Inclus		2,55	297	355	428
5	Rigide	Exclus	Séisme de Taft, 1952	1,46	177	225	276
6	Rigide	Inclus		1,72	238	233	329
7	Flexible	Exclus	Composantes S 69 E et verticale	1,57	166	183	170
8	Flexible	Inclus		2,42	274	347	406

Note : 1 pouce = 25,4 mm; 1 livre par pouce carré = 6,9 kN/m<sup>2</sup>.

Table 3.1  
*Summary of responses of Pine Flat dam to Taft ground motion.*

Case (1)	System Properties		Excitation (4)	Maximum horizontal crest displacement, in inches (5)	Maximum Tensile Stresses, in pounds per square inch		
	Foundation rock (2)	Hydrodynamic effects (3)			Up-stream face (6)	Down-stream face (7)	Heel (8)
1	<i>Rigid</i>	<i>Excluded</i>	<i>S 69 E component, Taft ground motion, 1952</i>	1.38	153	208	257
2	<i>Rigid</i>	<i>Included</i>		1.83	223	254	366
3	<i>Flexible</i>	<i>Excluded</i>		1.46	143	158	150
4	<i>Flexible</i>	<i>Included</i>		2.55	297	355	428
5	<i>Rigid</i>	<i>Excluded</i>	<i>S 69 E and vertical components, Taft ground motion, 1952</i>	1.46	177	225	276
6	<i>Rigid</i>	<i>Included</i>		1.72	238	233	329
7	<i>Flexible</i>	<i>Excluded</i>		1.57	166	183	170
8	<i>Flexible</i>	<i>Included</i>		2.42	274	347	406

Note : 1 in. = 25.4 mm; 1 psi = 6.9 kN/m<sup>2</sup>.

*Copyright © ICOLD - CIGB*

*Archives informatisées en ligne*



*Computerized Archives on line*

*The General Secretary / Le Secrétaire Général :  
André Bergeret - 2004*



---

**International Commission on Large Dams  
Commission Internationale des Grands Barrages  
151 Bd Haussmann -PARIS -75008**

*<http://www.icold-cigb.net> ; <http://www.icold-cigb.org>*